УДК 629.7

ДОВОДКА МАССОВО – ИНЕРЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ КРУПНОМАСШТАБНОЙ СВОБОДНОЛЕТАЮЩЕЙ МОДЕЛИ

к.т.н. А.В. Бетин
(представил д.т.н., проф. И.М. Приходько)

Обосновано использование рациональной системы точечных грузов для определения возможности доводки массово - инерционных параметров крупномасштабной свободнолетающей модели до требуемых по подобию значений.

По условиям подобия потребные приращения массы, осевых и центробежных моментов инерции крупномасштабной свободнолетающей динамически подобной модели (СДПМ) самолета относительно осей связанной системы координат **OXYZ** определяются по следующим формулам [1]:

$$\mathbf{m_{д}} = \frac{\mathbf{m_{н}}}{\mathbf{k_{\rho} \cdot k_{\ell}^{3}}} - \mathbf{m_{м}^{0}};$$

$$\begin{aligned}
\Delta \mathbf{I_{xм}} &= \frac{\mathbf{I_{xн}}}{\mathbf{k_{\rho} \cdot k_{\ell}^{5}}} - \mathbf{I_{xм}^{0}}; & \Delta \mathbf{I_{xyм}} &= \frac{\mathbf{I_{xyн}}}{\mathbf{k_{\rho} \cdot k_{\ell}^{5}}} - \mathbf{I_{xyм}^{0}}; \\
\Delta \mathbf{I_{yм}} &= \frac{\mathbf{I_{yн}}}{\mathbf{k_{\rho} \cdot k_{\ell}^{5}}} - \mathbf{I_{yм}^{0}}; & \Delta \mathbf{I_{xzм}} &= \frac{\mathbf{I_{xzн}}}{\mathbf{k_{\rho} \cdot k_{\ell}^{5}}} - \mathbf{I_{xzм}^{0}}; \qquad (1) \\
\Delta \mathbf{I_{zм}} &= \frac{\mathbf{I_{zн}}}{\mathbf{k_{\rho} \cdot k_{\ell}^{5}}} - \mathbf{I_{zм}^{0}}; & \Delta \mathbf{I_{yzм}} &= \frac{\mathbf{I_{yzн}}}{\mathbf{k_{\rho} \cdot k_{\ell}^{5}}} - \mathbf{I_{yzм}^{0}},
\end{aligned}$$

где $\mathbf{m_{Д}}$ - масса грузов для доводки моментов инерции СДПМ до требуемых по подобию значений; $\Delta\mathbf{I_{xм}}$, $\Delta\mathbf{I_{yм}}$, $\Delta\mathbf{I_{zм}}$, $\Delta\mathbf{I_{xyм}}$, $\Delta\mathbf{I_{xzм}}$, $\Delta\mathbf{I_{yzм}}$ - потребные приращения осевых и центробежных моментов инерции СДПМ относительно соответствующих осей системы координат **OXYZ**; $\mathbf{m_{н}}$ - масса натурного ЛА на моделируемых режимах полета; $\mathbf{I_{xн}}$, $\mathbf{I_{yн}}$, $\Delta\mathbf{I_{zн}}$, $\Delta\mathbf{I_{xyн}}$, $\Delta\mathbf{I_{xzн}}$, $\Delta\mathbf{I_{yzн}}$ - осевые и центробежные моменты инерции натурного летательного аппарата на моделируемых режимах полета; $\mathbf{m_{м}^{0}}$, $\mathbf{I_{xм}^{0}}$, $\mathbf{I_{yм}^{0}}$, $\mathbf{I_{zм}^{0}}$, $\mathbf{I_{xyм}^{0}}$, $\mathbf{I_{xzм}^{0}}$, $\mathbf{I_{yzм}^{0}}$ - масса, осевые и центробежные моменты инерции СДПМ после центровки относительно осей системы координат **OXYZ**; $\mathbf{k_\rho}$ - масштаб плотностей воздуха; $\mathbf{k_l}$ - масштаб линейных размеров.

Желательно, чтобы выполнялись условия:

$$\mathbf{m_Д \geq 0;\ \Delta I_{хм} \geq 0;\ \Delta I_{ум} \geq 0;\ \Delta I_{zм} \geq 0}.$$

Если одно или несколько приращений осевых моментов инерции имеют отрицательные значения, то в дальнейших расчетах их считают нулевыми. Масса же $\mathbf{m_Д}$ отрицательной быть не должна, но если такое произошло, то необходимо решение вопроса о целесообразности доводки СДПМ по моментам инерции за счет превышения массы.

Так как к началу доводки инерционных параметров СДПМ уже выполнена доводка центра масс (ЦМ), то расположение грузов суммарной массы $\mathbf{m_Д}$ в пределах контура СДПМ не должно приводить к его смещению. Кроме того, система расположения грузов должна обеспечивать доводку шести моментов инерции СДПМ, потребные приращения которых описаны шестью уравнениями (1). Поэтому осевые и центробежные моменты инерции этой системы (которые будут являться располагаемыми приращениями) должны также описываться шестью уравнениями. При решении вопроса о достижении минимума массы $\mathbf{m_Д}$ в качестве неизвестных должны выступать массы грузов, которых также должно быть шесть. Последнее вытекает из того положения, что система уравнений определена лишь при равенстве количества уравнений и количества неизвестных [2].

Удовлетворить перечисленным выше требованиям трудно, но возможно. Рациональной и достаточно общей является система доводочных грузов, при которой половина грузов расположена на осях **OX**, **OY**, **OZ**, а другая половина - на плоскостях, ограниченных системой координат **OXYZ**.

Для грузов, расположенных на осях **OX**, **OY**, **OZ**, осевые и центробежные моменты инерции [2] равны:

$$\left.\begin{aligned}
&\mathbf{I_{хд1} = 2 \cdot m_{уд} \cdot y_д^2 + 2 \cdot m_{zд} \cdot z_д^2;}\\
&\mathbf{I_{уд1} = 2 \cdot m_{хд} \cdot x_д^2 + 2 \cdot m_{zд} \cdot z_д^2;}\\
&\mathbf{I_{zд1} = 2 \cdot m_{хд} \cdot y_д^2 + 2 \cdot m_{уд} \cdot z_д^2;}\\
&\mathbf{I_{худ1} = I_{хzд1} = I_{уzд1} = 0,}
\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

где $\mathbf{m_{хД}}$, $\mathbf{m_{уД}}$, $\mathbf{m_{zД}}$ - массы доводочных грузов, расположенных на осях **OX**, **OY**, **OZ**; $\mathbf{x_Д}$, $\mathbf{y_Д}$, $\mathbf{z_Д}$ - расстояния, определяющие положение соответствующих доводочных грузов относительно осей связанной системы координат **OXYZ**.

Для грузов, расположенных на плоскостях, осевые и центробежные моменты инерции равны:

$$\left.\begin{aligned}
&I_{xд2} = 2\cdot m_{xy}\cdot y_{xy}^2 + 2\cdot m_{xz}\cdot z_{xz}^2 + 2\cdot m_{yz}\cdot(y_{yz}^2 + z_{yz}^2);\\
&I_{yд2} = 2\cdot m_{xy}\cdot x_{xy}^2 + 2\cdot m_{xz}\cdot(x_{xz}^2 + z_{xz}^2) + 2\cdot m_{yz}\cdot z_{yz}^2;\\
&I_{zд2} = 2\cdot m_{xy}\cdot(x_{xy}^2 + y_{xy}^2) + 2\cdot m_{xz}\cdot z_{xz}^2 + 2\cdot m_{yz}\cdot y_{yz}^2;\\
&I_{xyд2} = 2\cdot m_{xy}\cdot x_{xy}\cdot y_{xy};\quad I_{xzд2} = 2\cdot m_{xz}\cdot x_{xy}\cdot z_{xy};\\
&I_{yzд2} = 2\cdot m_{yz}\cdot y_{yz}\cdot z_{yz},
\end{aligned}\right\}\tag{3}$$

где m_{xy}, m_{xz}, m_{yz} - массы доводочных грузов, расположенных на плоскостях, ограниченных системой координат **OXYZ**; x_{xy}, y_{xy}, x_{xz}, z_{xz}, y_{yz}, z_{yz} - расстояния, определяющие положение соответствующих доводочных грузов относительно осей связанной системы координат **OXYZ** (их значения при расчете центробежных моментов инерции берутся со своими знаками).

Тогда моменты инерции всей системы доводочных грузов равны:

$$\left.\begin{aligned}
&I_{xд} = I_{xд1} + I_{xд2};\quad I_{xyд} = I_{xyд1} + I_{xyд2};\\
&I_{yд} = I_{yд1} + I_{yд2};\quad I_{xzд} = I_{xzд1} + I_{xzд2};\\
&I_{zд} = I_{zд1} + I_{zд2};\quad I_{yzд} = I_{yzд1} + I_{yzд2}.
\end{aligned}\right\}\tag{4}$$

Приравнивая потребные $\Delta I_{xм}$, $\Delta I_{yм}$, $\Delta I_{zм}$, $\Delta I_{xyм}$, $\Delta I_{xzм}$, $\Delta I_{yzм}$ и располагаемые $I_{xД}$, $I_{yД}$, $\Delta I_{zД}$, $\Delta I_{xyД}$, $\Delta I_{xzД}$, $\Delta I_{yzД}$ приращения моментов инерции, а затем, разрешая систему уравнений (4) относительно $m_{xД}$, $m_{xД}$, $m_{zД}$, m_{xy}, m_{xz}, m_{yz}, получим:

$$\left.\begin{aligned}
&m_{xд} = \frac{\Delta I_{yм} + \Delta I_{zм} - \Delta I_{xм} - I_{yд2} - I_{zд2} + I_{xд2}}{4\cdot x_д^2};\\
&m_{yд} = \frac{\Delta I_{xм} + \Delta I_{zм} - \Delta I_{yм} - I_{xд2} - I_{zд2} + I_{yд2}}{4\cdot y_д^2};\\
&m_{zд} = \frac{\Delta I_{xм} + \Delta I_{yм} - \Delta I_{zм} - I_{xд2} - I_{yд2} + I_{zд2}}{4\cdot z_д^2};\\
&m_{xy} = \frac{I_{xyд2}}{2\cdot x_{xy}\cdot y_{xy}};\ m_{xz} = \frac{I_{xzд2}}{2\cdot x_{xz}\cdot z_{xz}};\ m_{yz} = \frac{I_{yzд2}}{2\cdot y_{yz}\cdot z_{yz}}.
\end{aligned}\right\}\tag{5}$$

Массы $m_{xД}$, $m_{yД}$, $m_{zД}$, m_{xy}, m_{xz}, m_{yz} будут иметь положительные значения только в том случае, если

$$
\left.\begin{array}{l}
\Delta I_{ум} + \Delta I_{zм} - \Delta I_{хм} - I_{уд2} - I_{zд2} + I_{хд2} \geq 0 \;; \\
\Delta I_{хм} + \Delta I_{zм} - \Delta I_{ум} - I_{хд2} - I_{zд2} + I_{уд2} \geq 0 \;; \\
\Delta I_{хм} + \Delta I_{ум} - \Delta I_{zм} - I_{хд2} - I_{уд2} + I_{zд2} \geq 0 \;; \\
Sign(I_{худ2}) = Sign(x_{xy} \cdot y_{xy}) \;; \\
Sign(I_{xzд2}) = Sign(x_{xz} \cdot y_{xz}) \;; \\
Sign(I_{yzд2}) = Sign(x_{yz} \cdot y_{yz}) \;.
\end{array}\right\} \qquad (6)
$$

Расстояния $x_Д$, $y_Д$, $z_Д$, z_{xy}, x_{xz}, x_{yz}, z_{yz} могут принимать следующие значения: $0 \leq x_Д \leq x_{Дmax}$; $0 \leq y_Д \leq y_{Дmax}$; $0 \leq z_Д \leq z_{Дmax}$; $0 \leq x_{xy} \leq x_{xymax}$; $0 \leq y_{xy} \leq y_{xy\ max}$; $0 \leq x_{xz} \leq x_{xz\ max}$; $0 \leq z_{xz} \leq y_{xz\ max}$; $0 \leq y_{yz} \leq y_{yz\ max}$; $0 \leq z_{yz} \leq z_{yzmax}$; ($x_{Дmax}$, $y_{Дmax}$, $z_{Дmax}$, x_{xymax}, $y_{xy\ max}$, $x_{xz\ max}$, $z_{xz\ max}$, $y_{yz\ max}$, z_{yzmax} - максимальные значения $x_Д$, $y_Д$, $z_Д$, x_{xy}, y_{xy}, x_{xz}, z_{xz}, y_{yz}, z_{yz}).

Принимая

$$
x_Д = x_{Дmax};\ y_Д = y_{Дmax};\ z_Д = z_{Дmax};\ x_{xy} = x_{xymax};\ y_{xy} = y_{xymax};\ x_{xz} = x_{xzmax};
$$
$$
z_{xz} = y_{xz\ max};\ y_{xy} = y_{xy\ max};\ y_{yz} = y_{yz\ max};\ z_{yz} = z_{yzmax}\ ,
$$

по формулам (5) можно найти минимальные значения масс для доводки моментов инерции СДПМ: $m_{xДmin}$, $m_{yДmin}$, $m_{zДmin}$, m_{xymin}, m_{xzmin}, m_{yzmin}.

Доводку СДПМ по моментам инерции считают выполненной нормально, если при положительных значениях всех масс доводочных грузов

$$
2(m_{xДmin} + m_{yДmin} + m_{zДmin} + m_{xymin} + m_{xzmin} + m_{yzmin}) \leq m_Д. \qquad (7)
$$

В случае, когда доводочными грузами масса $m_Д$ полностью исчерпана быть не может, а моменты инерции доведены, излишек массы в виде одиночного сосредоточенного груза помещают в районе ЦМ и тем самым избегают добавки моментов инерции от ее наличия.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бетин А.В. и др. Определение размеров и массово - инерционных параметров свободнолетающих динамически подобных моделей самолетов. - Харьков: ХАИ, 1992. - 101 с.

2. Бетин А.В. Реализация заявленных проектных параметров свободнолетающей модели при ее изготовлении и подготовке к летным исследованиям. - Харьков: ХАИ, 1996. - 86 с.