

ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ В СИСТЕМЕ ОСТАТОЧНЫХ КЛАССОВ

к.т.н. В.И. Барсов, И.В. Московченко
(представил д.т.н., проф. Ю.В. Стасев)

Рассматривается возможность использования первой фундаментальной теоремы Гаусса для повышения эффективности цифровой обработки сигналов в системе остаточных классов.

Одним из главных направлений повышения эффективности функционирования систем сбора и обработки информации является поиск путей решения проблемы, связанной с необходимостью обеспечения требуемой точности, достоверности и скорости машинных вычислений. Проводимые в нашей стране и за рубежом теоретические исследования показали, что определенного результата здесь можно добиться на основе перехода от традиционного одномерного представления обрабатываемых данных к многомерному, то есть к системе сравнений в кольце отношений $\mathbf{Z} / \mathbf{M}_i\mathbf{Z}$.

Предлагаемый в статье подход основан на представлении исходных данных о некотором процессе $\mathbf{x}(t)$, $\mathbf{h}_i(t)$, полученном в результате деления значения $\mathbf{x}(t)$ на некоторый постоянный делитель \mathbf{M}_i . В результате представляется возможным переход от равенства

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{M}_i \cdot \mathbf{m}_i(t) + \mathbf{h}_i(t) \quad (1)$$

к равенству

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{h}_i(t) \pmod{\mathbf{M}_i}, \quad (2)$$

где: \mathbf{M}_i – модуль сравнения;
 $\mathbf{m}_i(t)$ – частное от деления;
 $\mathbf{h}_i(t)$ – остаток от деления.

Благодаря тому, что получаемая в результате система сравнений имеет единственное решение при взаимно простых модулях сравнения $(\mathbf{M}_i, \mathbf{M}_j) = 1$, возможно обеспечение однозначного восстановления значений данных, циркулирующих в цифровых системах связи и обработки информации, в соответствии с положениями китайской теоремы об остатках. При этом модуль сравнения является величиной постоянной, а величины $\mathbf{m}_i(t)$ и $\mathbf{h}_i(t)$ представляют собой решетчатые функции времени. Поскольку последовательность сообщений $\mathbf{x}(t)$ может быть преобразована в некоторое количество остаточных процессов $\mathbf{h}_1(t)$, $\mathbf{h}_2(t)$, ..., $\mathbf{h}_n(t)$, то следовательно, допустимо говорить о переходе к системе остаточных классов

(СОК), обладающей рядом известных преимуществ в представлении цифровых данных по модулю некоторого числа, как математического аналога сжатого описания функциональных зависимостей [1, 2].

Многих трудностей, возникающих в процессе сбора и обработки данных, можно избежать, определив достаточно простой алгоритм перехода к представлению информации в СОК. Заслуживает внимания одно из решений этой задачи, основу которого составляет переход от выполнения алгоритмических операций с комплексными числами к оперированию с вещественными эквивалентами, при проведении ЦОС. Данный путь повышения эффективности цифровой обработки сигналов в СОК базируется на положениях первой фундаментальной теоремы Гаусса.

Согласно этой теореме, по заданному комплексному модулю $\dot{M} = p + qi$, норма которого $N = p^2 + q^2$, при НОД $(p, q) = 1$ любое комплексное число $\dot{A} = a + bi$ сравнимо с одним и только одним вычетом из ряда $0, 1, 2, \dots, N$, т.е. $\dot{A} \equiv h \pmod{\dot{M}}$, где h - вещественное целое число.

Изоморфизм между комплексными числами и вещественными вычетами позволяет существенно упростить выполнение арифметических операций, таких как умножение комплексных чисел и базовая операция БПФ, которую можно записать следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{A}'_1 = \dot{A}_1 + \dot{A}_2 \omega; \\ \dot{A}'_2 = \dot{A}_1 - \dot{A}_2 \omega, \end{cases} \quad (3)$$

где \dot{A}'_1, \dot{A}'_2 - выходные комплексные операнды;

ω - поворачивающий множитель;

$\dot{A}_1 = a_1 + b_1 i, \dot{A}_2 = a_2 + b_2 i$ - входные комплексные операнды.

Предлагаемый способ упрощения реализации арифметических операций в СОК базируется на выполнении указанных операций над вещественными эквивалентами комплексных операндов, являющихся вычетами по взаимно простым модулям M_i , что, в свою очередь, позволяет упростить и принципы построения соответствующих схмотехнических устройств. Значения вещественных вычетов определяется по следующему правилу [4] :

$$\begin{cases} (a_1 + b_1 p) = h_1 \pmod{M_1}; \\ (a_2 + b_2 p) = h_2 \pmod{M_1}, \end{cases} \quad (4)$$

где: $p = uq - vp$ - коэффициент изоморфизма;

u, v - целые числа, значения которых определяются из равенства $up + vq = 1$.

Результаты схемного моделирования устройства, реализующего предложенный способ повышения эффективности цифровой обработки сигналов, показали, что в плане технической реализации описанный способ не требует каких - либо значительных схмотехнических затрат и сводится к незначительной доработке базового блока. Схема устройства, выполняющего арифметические операции умножения и вычисления БПФ с комплексными числами указанным способом, представлена на рис. 1.

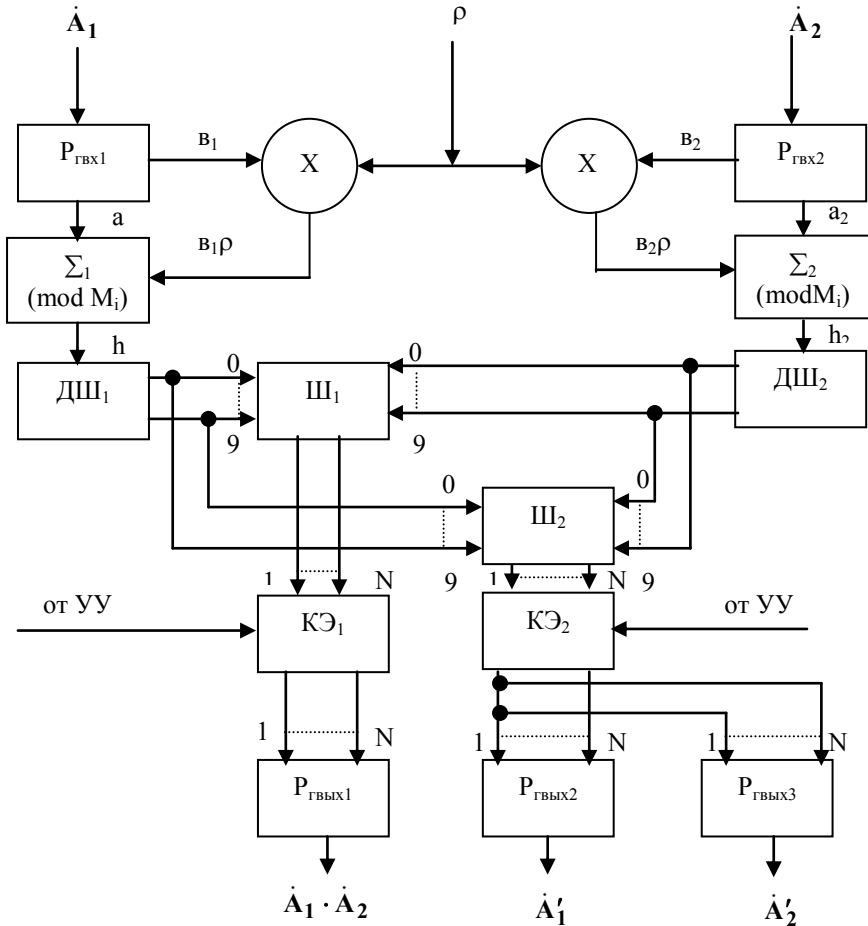


Рис.1. Структурная схема устройства, выполняющего операции умножения и вычисления БПФ по произвольному модулю в СОК

Входные операнды \dot{A}_1 и \dot{A}_2 в двоичном коде поступают соответственно на первый и второй входные регистры $P_{Г\text{ вх.1}}$ и $P_{Г\text{ вх.2}}$ с выхода

которых значения величин \mathbf{a}_1 и \mathbf{a}_2 подаются на первый и второй сумматоры по модулю \mathbf{M}_i , куда также подаются значения результатов перемножения величин \mathbf{b}_1 и \mathbf{b}_2 с коэффициентом изоморфизма \mathbf{p} . Полученные значения коэффициентов \mathbf{h}_1 и \mathbf{h}_2 , преобразуясь в дешифраторах ДШ₁ и ДШ₂ из двоичного в параллельный десятичный код, поступают на шифраторы Ш₁ и Ш₂, выполняющие роль блоков формирования адреса для выходных регистров $\mathbf{P}_{Г\text{ вых.1}}$, $\mathbf{P}_{Г\text{ вых. 2}}$, $\mathbf{P}_{Г\text{ вых.3}}$, представляющих собой ПЗУ, хранящие результаты выполнения операций умножения и БПФ по произвольному модулю СОК. Количество выходов шифраторов определяется количеством возможных наименьших вычетов по модулю \mathbf{M}_i .

Первая группа ключевых элементов КЭ₁ по сигналу управляющего устройства разрешает выдачу управляющих сигналов на ячейки первого шифратора, хранящие результат выполнения \mathbf{i} – й операции умножения. Аналогичную роль выполняет вторая группа ключевых элементов КЭ₂ относительно базовой операции БПФ. В итоге на выход $\mathbf{P}_{Г\text{ вых.1}}$ поступает в комплексной форме результат перемножения операндов $\dot{\mathbf{A}}_1$ и $\dot{\mathbf{A}}_2$, а на выходы регистров $\mathbf{P}_{Г\text{ вых.2}}$ и $\mathbf{P}_{Г\text{ вых.3}}$ поступает результат выполнения базовой операции БПФ в виде операндов $\dot{\mathbf{A}}'_1$ и $\dot{\mathbf{A}}'_2$.

Простое математическое преобразование, составляющее основу рассматриваемого способа представления данных, подлежащих обработке, позволяет заключить, что мы имеем дело с неявно выраженным эффектом синтаксического сжатия, заключающимся в сокращении числа символов передаваемых данных. Следовательно, такое представление данных в СОК позволяет обеспечить резерв информативности системы связи, который может быть использован либо на повышение достоверности приема и обработки информации, либо на увеличение объема информации передаваемой по каналам связи. Отсюда можно сделать вывод, что в общем предлагаемый способ представления данных позволяет достичь довольно высокого уровня сокращения избыточности передаваемых и обрабатываемых сообщений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Виноградов И.М. Основы теории чисел. – М.: Наука, 1980. –118 с.
2. Айерлэнд К., Роузен М. Классическое введение в современную теорию чисел. – М.: Мир, 1987. – 409 с.
3. Барсов В.И., Остроумов Б.В., Симонова О.Г. Повышение скорости параллельного анализа сигналов // Информатика. – 1998. - №5. – С. 58 – 61.
4. Акушский И.Я., Юдицкий Д.И. Машинная арифметика в остаточных классах. – М.: Сов. радио, 1968. – 120 с.