

## ПОВЫШЕНИЕ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ ПРИЕМА В СИСТЕМАХ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ

к.т.н. О.П. Малофей, А.О. Малофей  
(представил проф. А.В. Королев)

Предложен подход к повышению помехоустойчивости приема при помощи процедуры обучения с выровненными оценками в системах передачи данных.

Известно, что размер зоны неопределенности принятия решения первой решающей схемы (РС) влияет на помехоустойчивость приема [1], так как уровень порога стирающего канала и размер зоны стирания однозначно связаны с вероятностями трансформации и ложного стирания.

Метод повышения помехоустойчивости приема в условиях неопределенности, предложенный Чейзом [1], состоит в упорядочении принятых символов по их надежности и выборе из их числа 5 - 10 наименее надежных символов для специальной обработки. Такая процедура названа "чейзингом" и применяется, в основном, для декодирования кодов Боуза - Чоудхури - Хоквингема (БЧХ - кодов) в каналах связи (КС) с достаточно слабым уровнем шумов. Чейзинг представляет собой общий метод, с помощью которого характеристики почти любого алгоритма декодирования блоковых кодов можно улучшить за счет дополнительных затрат времени на вычисления. При этом увеличение на 2 - 3 количества подвергаемых чейзингу символов вызывает необходимость в 4 - 8 раз ускорять работу декодера, чтобы конечное время доведения информации осталось неизменным.

Однако данный метод принятия нежестких решений не решает проблему выбора и регулирования уровня порога в процессе приема информации в реальных КС АСУ, подверженных воздействию мощных слабо коррелированных помех, ввиду вероятности появления чрезмерно большого количества стертых символов, либо замены запрещенных комбинаций разрешенными в процессе чейзинга. При этом ошибки конечного результата декодирования обусловлены неоптимальностью выбора порога в первой РС.

Некоторые методы выбора уровня порога РС ДСК рассмотрены в [2] и сводятся к решению задачи оптимизации системы. К их числу, как наиболее применимые в настоящее время, следует отнести методы оптимизации уровня порога по критериям Неймана - Пирсона, а также по минимуму и максимуму [3]. Однако, практическое применение данных методов в реальных КС не позволяет достичь рассчитанного теоретически

положительного эффекта, а воздействие в КС нестационарных помех затрудняет регулирование уровня порога в процессе приема.

Таким образом, методы повышения помехоустойчивости приема, основанные на использовании сигнала стирания, требуют решения задачи оптимизации уровня порога первой РС, т. е. минимизации вероятностей трансформации и ложного стирания при любых изменениях характеристик КС [4]. Математическая формулировка стоящей проблемы сводится к решению задачи автоматической классификации, состоящей в том, что необходимо отнести вектор  $\mathbf{x}$  к одному из  $s$  классов множества  $\{\mathbf{w}_i\}$ , причем компоненты вектора  $\mathbf{x}$  представляют собой "сведения" о наблюдаемом объекте. Простейшая нетривиальная математическая формулировка этой задачи возникает в случае, когда  $s = 2$  (ввиду дискретности сигнала, принимающего значения "0", либо "1") и линейная решающая функция

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{w}^T \cdot \mathbf{x} + \text{const}, \quad (1)$$

относит  $\mathbf{x}$  к классу  $\mathbf{w}_1$  при  $\mathbf{f}(\mathbf{x}) > 0$  и к классу  $\mathbf{w}_2$  при  $\mathbf{f}(\mathbf{x}) < 0$  с допустимо малым числом неправильных классификаций. При этом процедура вычисления линейных решающих функций должна быть адаптивной (то есть реагировать на любые изменения помеховой обстановки в КС), быстро сходиться к локальному минимуму ошибки и выполняться без какого-либо априорного предположения относительно вида статистического распределения векторов  $\mathbf{x}$  в каждом классе  $\mathbf{w}_i$  [5]. Назовем ее "процедурой обучения с выровненными ошибками" или "ВО - процедурой". При этом слово "обучение" указывает на ее адаптивный характер.

Первые работы по непараметрическим обучаемым линейным классификаторам распадаются на две основные группы: процедуры коррекции ошибки [6] и процедуры минимизации квадратичной ошибки [7]. Однако, все эти процедуры оказались подвержены хотя бы одному из перечисленных недостатков: медленной сходимостью; сложностью вычислений и большим объемом требуемой для них памяти; плохой асимптотикой. Предложенная ВО - процедура лишена этих недостатков, поскольку [8]: она быстро сходится; требуется малый объем памяти (нет необходимости запоминать матрицы); значения асимптотики близки к минимуму вероятности ошибки.

Пусть  $\mathbf{x}$  есть  $\mathbf{d}$  - мерный вектор признаков  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_d)$ , где  $-\infty < x_i < \infty$ , и пусть  $\mathbf{y}$  есть дополнительный вектор признаков  $\mathbf{y} = (x_0, x_1, \dots, x_d)^T$ . Пусть  $\mathbf{X}(\mathbf{n})$  и  $\mathbf{Y}(\mathbf{n})$  есть векторные случайные переменные, являющиеся функциями номера шага  $\mathbf{n}$  и порожденные обучающей последовательностью в соответствующих пространствах  $\mathbf{x}$  и  $\mathbf{y}$ . В частности,  $\mathbf{Y}(\mathbf{n})$  представляет собой дополнительный вектор признаков на шаге  $\mathbf{n}$ . Пусть  $\mathbf{w}(\mathbf{n})$  есть класс, к которому принадлежит  $\mathbf{Y}(\mathbf{n})$ , и пусть  $\{\mathbf{w}_i\}$  есть алфавит классов. Вследствие дискретности (двузначности) демодулируемого сигнала этот алфавит имеет длину два:  $\{\mathbf{w}\} = \{\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2\}$ . Пусть  $\mathbf{w}$  есть весовой вектор

$(\mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_d)^T$ . Пусть  $\mathbf{V}(\mathbf{n})$  есть векторная случайная переменная, порожденная процессом обучения в пространстве  $\mathbf{v}$  и являющаяся также функцией номера шага.

Дополнительный вектор в процедуре обучения с пропорциональным приращением определяется рекурсивно следующим образом:

$$\mathbf{V}(\mathbf{n}+1) = \mathbf{V}(\mathbf{n}) + \rho_n \cdot \mathbf{Q}(\mathbf{n}), \quad (2)$$

где  $\rho_n$  – величина  $\mathbf{n}$  - го шага и

$$\mathbf{Q}(\mathbf{n}) = \begin{cases} \mathbf{Y}(\mathbf{n}), & \text{если } \mathbf{V}(\mathbf{n})^T \mathbf{Y}(\mathbf{n}) > \mathbf{w}(\mathbf{n}) = \mathbf{w}_2; \\ -\mathbf{Y}(\mathbf{n}), & \text{если } \mathbf{V}(\mathbf{n})^T \mathbf{Y}(\mathbf{n}) < \mathbf{w}(\mathbf{n}) = \mathbf{w}_1; \\ \mathbf{0}, & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (3)$$

В принципе, (2) есть разновидность метода градиентного спуска [7], при котором ищется минимум функции потерь  $\mathbf{J}(\mathbf{v})$ . Обычная процедура нахождения такого минимума сводится к определению рекурсивной функции  $\mathbf{V}(\mathbf{n})$ , сходящейся (стохастически) к нулю градиента функции потерь  $\mathbf{J}(\mathbf{v})$ . Такая рекурсивная функция может быть получена методами стохастической аппроксимации

$$\mathbf{J}(\mathbf{v}) = \mathbf{E}(-\mathbf{v}^T \mathbf{Q} \mid \mathbf{V} = \mathbf{v}), \quad (4)$$

Получим для (4) другое выражение, приводящее непосредственно к ВО - процедуре обучения: пусть  $\mathbf{f}_i(\mathbf{x}) = \mathbf{P}(\mathbf{w}_i) \mathbf{p}(\mathbf{x} \mid \mathbf{w}_i)$ , где  $\mathbf{P}(\mathbf{w}_i)$  – априорная вероятность того, что  $\mathbf{w} = \mathbf{w}_i$  и  $\mathbf{p}(\mathbf{x} \mid \mathbf{w}_i)$  – условная плотность распределения  $\mathbf{X} = \mathbf{x}$  при  $\mathbf{w} = \mathbf{w}_i$ . Назовем  $\mathbf{p}(\mathbf{x} \mid \mathbf{w}_i)$  плотностью, условной по классу, а  $\mathbf{f}_i(\mathbf{x})$  – компонентной плотностью. Пусть  $\mathfrak{D}_i$  есть область решения, соответствующая классу  $\mathbf{w}_i$ , тогда (4) можно записать в виде:

$$\mathbf{J}(\mathbf{v}) = |\mathbf{w}| [\mathbf{M}_1(\mathbf{v}) + \mathbf{M}_2(\mathbf{v})], \quad (5)$$

где  $|\mathbf{w}|$  - длина вектора  $\mathbf{w}$ ,

$$\mathbf{M}_1(\mathbf{v}) = \mathbf{P}(\mathbf{w} = \mathbf{w}_1, \mathbf{y} \in \mathfrak{D}_2) \mathbf{E} \left( \frac{\mathbf{v}^T \mathbf{y}}{|\mathbf{w}|} \mid \mathbf{V} = \mathbf{v}, \mathbf{w} = \mathbf{w}_1, \mathbf{y} \in \mathfrak{D}_2 \right), \quad (6)$$

$$\mathbf{M}_2(\mathbf{v}) = \mathbf{P}(\mathbf{w} = \mathbf{w}_2, \mathbf{y} \in \mathfrak{D}_1) \mathbf{E} \left( \frac{-\mathbf{v}^T \mathbf{y}}{|\mathbf{w}|} \mid \mathbf{V} = \mathbf{v}, \mathbf{w} = \mathbf{w}_2, \mathbf{y} \in \mathfrak{D}_1 \right). \quad (7)$$

Легко показать, что  $\frac{\mathbf{v}^T \mathbf{y}}{|\mathbf{w}|}$  представляет собой расстояние между  $\mathbf{x}$  и границей области  $\mathfrak{D}_2$ , являющейся гиперплоскостью. Это расстояние положительно при  $\mathbf{x} \in \mathfrak{D}_2$ . Аналогично  $\frac{-\mathbf{v}^T \mathbf{y}}{|\mathbf{w}|}$  представляет собой расстояние между  $\mathbf{x}$  и границей области  $\mathfrak{D}_1$ , являющейся гиперплоскостью. Это расстояние положительно при  $\mathbf{x} \in \mathfrak{D}_1$ . Для случая двух классов обе гра-

ницы совпадают. Таким образом,  $M_i(\mathbf{v})$  есть первый момент хвоста (ошибки) функции  $f_i(\mathbf{x})$ .

Хотя эта процедура обучения асимптотически точна для линейно разделимых условий по классу плотностей  $\{p(\mathbf{x}|\mathbf{w}_i)\}$ , её асимптотика может значительно отличаться от минимума вероятности ошибки в случае перекрывающихся плотностей, условных по классу. С другой стороны, минимум  $M_1(\mathbf{v}) + M_2(\mathbf{v})$  имеет место при некотором значении  $\mathbf{v}$ , обозначаемом через  $\mathbf{v}_e$ , часто очень близком к обеспечивающему минимальную вероятность ошибки значению  $\mathbf{v}$ .

Обозначим через  $\mathbf{v}_p$  значение  $\mathbf{v}$ , которое обеспечивает минимальную вероятность ошибки. Опыт [8] свидетельствует, что  $\mathbf{v}_e$  и  $\mathbf{v}_p$  часто очень близки друг к другу. Действительно, когда  $f_1(\mathbf{x})$  и  $f_2(\mathbf{x})$  симметричны относительно друг друга и, следовательно,

$$f_2(\mathbf{x}) = f_1(\mathbf{b} - \mathbf{x}), \quad (8)$$

где  $\mathbf{b}$  - центроид  $f_1(\mathbf{x}) + f_2(\mathbf{x})$ , тогда  $\mathbf{v}_e$  и  $\mathbf{v}_p$  совпадают.

Введение  $|\mathbf{w}|$  в выражение для  $\mathbf{J}(\mathbf{v})$  в качестве множителя (5) делает возможным существенное разделение точек минимумов функции  $\mathbf{J}(\mathbf{v})$  и  $\mathbf{v}(\mathbf{p})$ , даже когда  $\mathbf{v}_e$  и  $\mathbf{v}_p$  совпадают. Использование (5) приводит также к смещению  $\mathbf{W}(\mathbf{n})$  в сторону малых значений вектора  $\mathbf{w}$  при  $\mathbf{n} \rightarrow \infty$ , поскольку  $\mathbf{J}(\mathbf{v}) = \mathbf{0}$  при  $\mathbf{v} = \mathbf{0}$ . В результате направление вектора  $\mathbf{W}(\mathbf{n})$  при  $\mathbf{n} \rightarrow \infty$  часто становится недостаточно определенным. Таким образом, асимптотическое поведение процедуры обучения с пропорциональным приращением может быть неудовлетворительным в случаях, когда плотности, условные по классу, перекрываются.

Для преодоления этого недостатка процедуры обучения с пропорциональным приращением используется функция потерь в виде

$$\mathbf{J}(\mathbf{v}) = M_1(\mathbf{v}) + M_2(\mathbf{v}), \quad (9)$$

что приводит к описываемой в статье ВО - процедуре обучения.

Получим ВО - процедуру обучения из функции потерь (9), используя методы градиентного спуска и стохастической аппроксимации. Предположим, что непрерывная дифференцируемая функция  $\mathbf{J}(\mathbf{v})$  имеет единственный минимум при  $\mathbf{v}^*$  и у нее отсутствуют локальные минимумы. Основная процедура градиентного спуска для такой функции  $\mathbf{J}(\mathbf{v})$  представима в виде рекурсивного уравнения

$$\mathbf{v}_{n+1} = \mathbf{v}_n - \rho_n \nabla \mathbf{J}(\mathbf{v}_n), \quad (10)$$

где

$$\nabla \mathbf{J}(\mathbf{v}) = \text{градиент } \mathbf{J}(\mathbf{v}). \quad (11)$$

Тогда для любого достаточно малого  $\rho_n$  последовательность  $\{\mathbf{J}(\mathbf{v}_n^*)\}$  будет монотонно убывающей и сходящейся при  $\mathbf{n} \rightarrow \infty$  к  $\mathbf{J}(\mathbf{v}^*)$ . Метод градиентного спуска был расширен [8] на случай «зашумленных» функций, т. е. функций  $\mathbf{J}(\mathbf{v})$ , зависящих от одной или нескольких случайных переменных. Такое расширение приводит к стохастической аппроксимации. Стохастическая

аппроксимация связана с нахождением экстремумов и нулей регрессивной функции, т. е. среднего значения случайной переменной как функции, зависящей от параметра. Предположим, что  $\mathbf{J}(\mathbf{v})$  является регрессивной функцией и что, кроме того, можно найти такую случайную переменную  $\mathbf{Z}$ , зависящую от  $\mathbf{v}$ , что

$$\mathbf{E}(\mathbf{Z}|\mathbf{v}) = -\nabla\mathbf{J}(\mathbf{v}_n). \quad (12)$$

Также предположим, что  $\mathbf{J}(\mathbf{v})$  имеет единственный минимум в точке  $\mathbf{v}^*$ . Если бы  $\mathbf{E}(\mathbf{Z}|\mathbf{v}_n)$  было известно, то  $\mathbf{v}^*$  можно было бы найти при помощи градиентного спуска (10):

$$\mathbf{v}_{n+1} = \mathbf{v}_n + \rho_n \mathbf{E}(\mathbf{Z}|\mathbf{v}_n). \quad (13)$$

Обычно при малых  $\mathbf{n}$   $\mathbf{E}(\mathbf{Z}|\mathbf{v}_n)$  неизвестно. В этом случае при методе стохастической аппроксимации в выражении (13) используется замена  $\mathbf{E}(\mathbf{Z}|\mathbf{v}_n)$  на полученное, на шаге  $\mathbf{n}$  значение  $\mathbf{Z}$ , то есть  $\mathbf{Z}(\mathbf{n})$ . При этом условии  $\mathbf{v}_n$  становится случайной переменной, которую обозначим через  $\mathbf{V}(\mathbf{n})$ . Таким образом, (13) преобразуется к виду

$$\mathbf{V}(\mathbf{n}+1) = \mathbf{V}(\mathbf{n}) + \rho_n \mathbf{Z}(\mathbf{n}). \quad (14)$$

Из теории стохастической аппроксимации следует, что стохастическая сходимость  $\{\mathbf{V}(\mathbf{n})\}$  к  $\mathbf{v}^*$  зависит от выбора  $\rho_n$ ,  $\mathbf{Z}(\mathbf{n})$  и регистрационных функций. Например, если  $\rho_n$  уменьшается слишком быстро при увеличении  $\mathbf{n}$ , то  $\mathbf{V}(\mathbf{n})$  не сходится к  $\mathbf{v}^*$ .

Имея в виду, что процедура обучения работает в дополнительном весовом пространстве, будем считать  $\mathbf{V}(\mathbf{n})$  в (14) дополнительным весовым вектором на шаге  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{Z}(\mathbf{n})$  соответствующим образом выбранной функцией, зависящей от  $\mathbf{Y}(\mathbf{n})$ ,  $\mathbf{V}(\mathbf{n})$  и  $\mathbf{w}(\mathbf{n})$ . Для соответствующего выбора  $\mathbf{Z}(\mathbf{n})$  в случае обычной стохастической аппроксимации пришлось бы искать случайную переменную  $\mathbf{Z}$ , удовлетворяющую (12). Однако, выбор  $\mathbf{Z}$  требует особой осторожности в случае, когда  $\mathbf{J}(\mathbf{v})$  является функцией потерь для ВО - процедуры обучения (9), потому что в этом случае  $\mathbf{J}(\mathbf{v})$  не зависит от  $|\mathbf{v}|$ . Эта независимость приводит к неоднозначности положения минимума функции  $\mathbf{J}(\mathbf{v})$ . В самом деле, если  $\mathbf{J}(\mathbf{v})$  является минимумом в точке  $\mathbf{v}$ , то это также минимум и при  $\mathbf{v}^*$  для всех действительных значений  $\mathbf{a}$ . При этом  $\mathbf{Z}$  должна быть выбрана такой, чтобы свойства сходимости  $\mathbf{V}(\mathbf{n})$  не зависели от  $|\mathbf{V}(\mathbf{n})|$ , а зависели только от  $\mathbf{V}(\mathbf{n})/|\mathbf{V}(\mathbf{n})|$ .

Описанная выше ВО - процедура была применена для систем связи с целью оптимизации уровня порога первых решающих схем (РС) двоичных стирающих каналов (ДСК) путем выработки на основе ВО - процедуры управляющего воздействия, пропорционального изменению входных параметров демодулируемого сигнала [8]. При этом минимизируются вероятности трансформации и ложного стирания символа при изменении помеховой обстановки в КС, чем повышается помехоустойчивость приема в целом.

Примером технической реализации может служить устройство для адаптивного мажоритарного декодирования телемеханических дублированных сигналов. Структурная схема устройства, реализующего ВО - процедуру обучения, задаваемую уравнениями (2) и (3), приведена на рис.1.

Здесь математическое выражение (3) выглядит следующим образом:

$$Q(n) = \begin{cases} Y(n), V(n)^T Y_n < \Pi \\ -Y(n), V(n)^T Y_n > \Pi \end{cases}, \quad (15)$$

где  $V(n)$  - коэффициент усиления усилителя 1 с регулируемым коэффициентом усиления (УРКУ);  $\rho_n$  - шаг, с которым данная процедура сходится к минимуму вероятности ошибки и реализуется коэффициентом усиления усилителя 4 с постоянным коэффициентом усиления (УПКУ), выставляемым вручную или автоматически в зависимости от характера нестационарной помехи в канале связи;  $Y(n)$  - образцы канальных сигналов искаженных помехой и поступающие на вход данного устройства (анализатора помех);  $\Pi$  - величина порога блока 3 и сходимости которой к минимуму вероятности ошибки доказана.

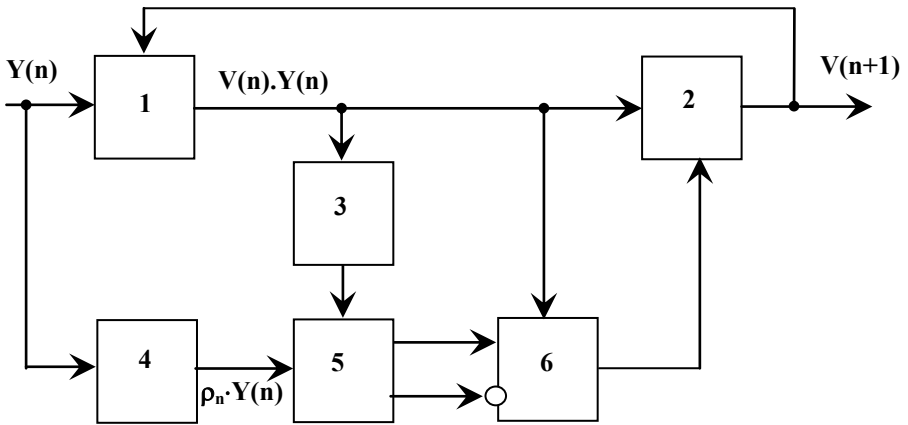


Рис. 1. Структурная схема устройства, реализующего ВО - процедуру обучения

Устройство работает следующим образом. Входной сигнал  $Y(n)$  поступает на входы УРКУ (блок 1) и УПКУ (блок 4). Коэффициент усиления УРКУ имеет в различные моменты времени значения  $V(n)$ ,  $V(n+1)$ , при этом УРКУ реализует действие  $V(n) \cdot Y(n)$ . УПКУ имеет коэффициент усиления  $\rho_n$ , определяющий шаг схождения процедуры, и реализует действие  $\rho_n \cdot Y(n)$ . Сигнал с выхода УРКУ поступает на вход компаратора (блок 3), который производит анализ выполнения условий  $V(n)Y(n) < 0$ , либо  $V(n)Y(n) > 0$ . При выполнении первого неравенства переключатель

(блок 5), управляемый сигналом с выхода компаратора, пропускает усиленный сигнал с выхода УПКУ реально, либо инверсно при выполнении второго неравенства. Таким образом, реализуется условие  $\pm \rho_n Y(n)$ . Для общего случая компаратор проводит сравнение не с уровнем логического нуля, а с опорным напряжением, первоначально устанавливаемым при подаче на вход устройства сигнала при отсутствии помех в КС. Сумматор (блок 6) выполняет действие  $V(n) \pm \rho_n Y(n)$ . После этого полученное значение  $V(n+1)$  сравнивается в блоке сравнений (вычитатель) (блок 2) со значением  $V(n)$ . Сигнал несоответствия, пропорциональный разности сравниваемых величин, поступает на вход УРКУ по обратной связи ОС и регулирует коэффициент его усиления, чем реализуется зависимость  $V(n+1) = f[V(n)]$ . Кроме того, полученное управляющее воздействие есть искомая процедура ВО - обучения, которой присущи все описанные ранее достоинства.

По указанному алгоритму в зависимости от уровня помех в канале связи на выходе устройства вырабатывается сигнал, уровень которого пропорционален изменению помехи, действующей в данный момент времени в канале связи. Этот сигнал регулирует ширину полосы "стирания" детектора качества.

Для оптимизации уровня порога первых решающих схем следует применять математический метод градиентного спуска, который приводит к процедуре обучения с выравненными ошибками. Простота технической реализации данной процедуры позволяет применять её в первых решающих схемах СПДИ без их значительного усложнения и увеличения времени принятия решения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Берлекэмп Э.Р. Техника кодирования с исправлением ошибок. ТИИЭР. – 1980. - Т.68, № 5. - С. 24 - 58.
2. Обнаружение и исправление ошибок в дискретных устройствах./ Под. ред. В.С. Толстякова. – М.: Сов. радио, 1972. - 297 с.
3. Шувалов В.П. Косвенные методы обнаружения ошибок. – М.: Связь, 1972. - 362 с.
4. Камыш А.В. Способ дельта-модуляции / Сб. тезисов IX НТК СВВИУС 1995 г. – Ставрополь: СВВИУС, 1995. - С. 73 - 74.
6. Rosenblatt F. The perceptron: a probabilistic model for information storage and organisation in the brain. - 1958. - Vol. 65, № 6. P. 386 - 408.
7. Но Y.C., Kashyap R.L. An algorithm for linear inequalities and its applications // IEEE Trans. El. Comp. – 1965. - Vol. 14, № 10. – P. 683 - 688.
8. Вассель Г.Н., Склански Дж. Адаптивный непараметрический классификатор // ТИИЭР. – 1976. - № 8. - С. 52 - 62.