

ОСНОВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ ФИЛЬТРОВЫХ МЕТОДОВ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА

д.т.н., проф. В.Н. Чинков, В.А. Тищенко

Изложены научные и прикладные рекомендации по совершенствованию фильтровых методов спектрального анализа, результаты моделирования на ЭВМ.

Фильтровые методы спектрального анализа по-прежнему привлекают внимание разработчиков аппаратуры спектрального анализа, особенно используемой в эксплуатационных условиях, из-за её простоты. Однако они требуют поиска новых, нетрадиционных направлений своего совершенствования. Как показывают результаты научных исследований авторов, достаточно перспективными являются следующие направления.

1. Использование обобщенной математической модели оптимальной оценки спектральной плотности мощности (СПМ), описываемой выражением [1]

$$\hat{G}(\omega_0, \Delta\omega) \equiv \hat{G} = \int_0^T \mathbf{H}(\tau) \hat{\mathbf{R}}(\tau) d\tau,$$

где $\mathbf{H}(\tau)$ – преобразующая функция; $\omega_0, \Delta\omega$ – центральная частота анализа и полоса усреднения; T – время анализа; $\hat{\mathbf{R}}(\tau)$ – оптимальная оценка корреляционной функции исследуемого сигнала $\mathbf{x}(t)$, которая по критерию максимума функции правдоподобия $\mathbf{W}[\{\mathbf{x}(t)\}/\{\mathbf{R}(\tau)\}]$ определяется формулой

$$\hat{\mathbf{R}}(\tau) = \frac{1}{T-\tau} \int_0^{T-\tau} \mathbf{x}(t)\mathbf{x}(t+\tau) dt.$$

Все известные классические методы аппаратурного спектрального анализа могут быть приведены к этой модели [1].

2. Применение предложенного авторами корреляционно - фильтрового метода измерения оценки СПМ [2]:

$$\hat{G}(\omega_0, \Delta\omega) = \int_0^T \mathbf{x}(t)\mathbf{y}(t) dt,$$

где $\mathbf{y}(t)$ – фильтрованная реализация случайного сигнала $\mathbf{x}(t)$.

Корреляционно-фильтровый метод относится к оптимальным, а по сравнению с методом непосредственной фильтрации обеспечивает более высокую точность спектрального анализа при более простой аппаратурной реализации.

3. Применение методов оптимизации функции спектрального окна (ФСО) узкополосных фильтров для спектрального анализа: по критерию минимума среднеквадратической погрешности аппроксимации идеальной, прямоугольной, ФСО реальной функцией и по критерию минимума влияния боковых лепестков ФСО на погрешность измерения оценки СПМ [3].

Анализ оптимальных ФСО фильтров, $\Phi_1(\omega)$ и $\Phi_2(\omega)$, полученных для указанных критериев, показывает, что функция $\Phi_1(\omega)$ (рис.1) обеспечивает минимальную среднеквадратическую погрешность аппроксимации, но приводит к появлению осцилляций, как в полосе анализа, так и вне её. В то же время функция $\Phi_2(\omega)$ (рис.2) не имеет осцилляций, но при этом вдвое увеличивается относительная среднеквадратическая погрешность аппроксимации.

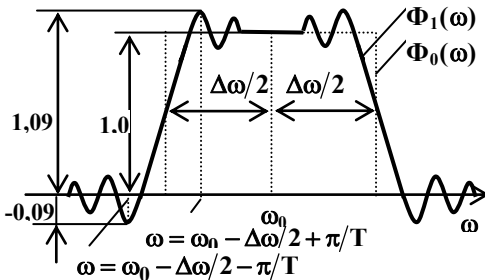


Рис.1. График функции спектрального окна $\Phi_1(\omega)$

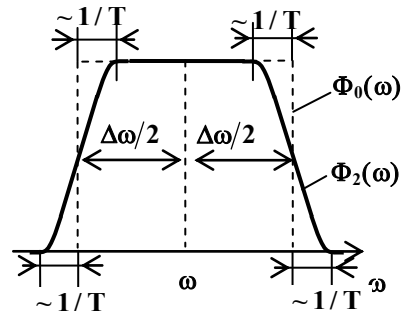


Рис. 2. График функции спектрального окна $\Phi_2(\omega)$

4. Формирование ФСО узкополосных фильтров с помощью так называемых динамических (нестационарных, перестраиваемых) фильтров, характеристики которых (центральная частота, коэффициент затухания, коэффициент передачи) перестраиваются в полосе анализа по определенным законам, обеспечивающим минимальную погрешность аппроксимации ФСО. Для решения задачи оптимизации параметров динамических фильтров разработаны методические основы, которые включают соотношения для статистических характеристик оценок СПМ (математическое ожидание и дисперсия), и полученные на их основе выражения для ФСО и относительной дисперсии для каждой из оценок СПМ, измеренных корреляционно - фильтровым методом и методом непосредственной фильтрации [4].

Приведем исходные соотношения для ФСО и относительной дисперсии оценок СПМ для корреляционно - фильтрового метода (в безразмерных величинах):

$$\Phi(\Omega) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \frac{\beta(x)c(x)}{(\Omega - x)^2 + \beta^2(x)} dx ;$$

$$\delta \hat{G} = \frac{1}{T \Delta \omega} \int_{-1}^1 \frac{c^2(x) \rho(x)}{\beta(x)} dx \bigg/ \left[\int_{-1}^1 c(x) dx \right]^2,$$

где $\beta(x) = \frac{\alpha(t)}{\Delta \omega'}$; $c(x) = \frac{T B(t)}{\Delta \omega' \rho(x)}$; $\rho(x) = T dx/dt$; $\Omega = (\tilde{\omega} - \omega_0)/\Delta \omega'$; $\Delta \omega' = \Delta \omega/2$; $x(t)$ – функция, определяющая закон изменения частоты настройки динамического фильтра; $\tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$; $\alpha(t)$ – функция перестройки коэффициента затухания α динамического фильтра; $B(t)$ – функция изменения коэффициента передачи фильтра.

Эти формулы являются исходными для оптимизации характеристик ДФВП $\alpha(t)$, $\tilde{\omega}(t)$ и $B(t)$. С их использованием решена задача оптимизации при условии, что коэффициент передачи ДФВП поддерживается постоянным, а его центральная частота изменяется по линейному закону. В качестве критерия оптимизации принята максимальная точность аппроксимации идеальной ФСО при заданной относительной дисперсии оценки СПМ $\delta \hat{G}$ в полосе анализа. Оптимальный закон перестройки безразмерного коэффициента затухания $\beta(x)$ имеет вид:

$$\beta(x) = (1 + 8\mu - x^2) \sqrt{\frac{\mu}{1 + 4\mu - x^2}}; \quad \mu = \beta_m / 4 \left[1 + 2\beta_m / \sqrt{1 + \beta_m^2} \right]^{1/2},$$

где β_m – максимальное значение безразмерного коэффициента затухания ДФВП. Оно связано с начальным значением β_0 равенством

$$\beta_0 = \beta_m \left\{ 1 + (2\beta_m)^{-1} \left[(2 + 3\beta_m^2) \sqrt{1 + \beta_m^2} + 3\beta_m^2 + \frac{7}{2} \beta_m \right]^{-1} \right\}.$$

Разработаны методики синтеза параметров ДФВП для линейного (квазиоптимального) закона изменения коэффициента затухания и при постоянном коэффициенте затухания. В частности, получены выражения ФСО ДФВП:

- при линейном законе изменения $\beta(x)$

$$\Phi_{\text{Л}}(\Omega) = \frac{1}{2\pi(1+q^2)} \left\{ \text{sign}(\beta_0 - q\Omega) \left[\arctg \frac{1+q^2 - \Omega - q\beta_0}{|\beta_0 - q\Omega|} + \arctg \frac{\Omega + q\beta_0}{|\beta_0 - q\Omega|} \right] + \right. \\ \left. + \arctg \frac{1+q^2 + \Omega - q\beta_0}{|\beta_0 + q\Omega|} + \arctg \frac{q\beta_0 - \Omega}{|\beta_0 + q\Omega|} - \frac{q}{2} \ln \frac{[(\Omega-1)^2 + (\beta_0 - q)^2] [(\Omega+1)^2 + (\beta_0 - q)^2]}{(\Omega^2 + \beta_0^2)} \right\};$$

- при постоянном коэффициенте затухания

$$\Phi_{\Pi}(\Omega) = \frac{1}{2\pi} \left(\operatorname{arctg} \frac{1-\Omega}{\beta_0} + \operatorname{arctg} \frac{1+\Omega}{\beta_0} \right).$$

Проведено моделирование и исследование этих ФСО для различных параметров фильтра. В качестве примера на рис.3 приведены графики ФСО $\Phi_{\Delta}(\Omega)$ и $\Phi_{\Pi}(\Omega)$, а также ФСО стационарного фильтра для $\beta_0 = 0,05$

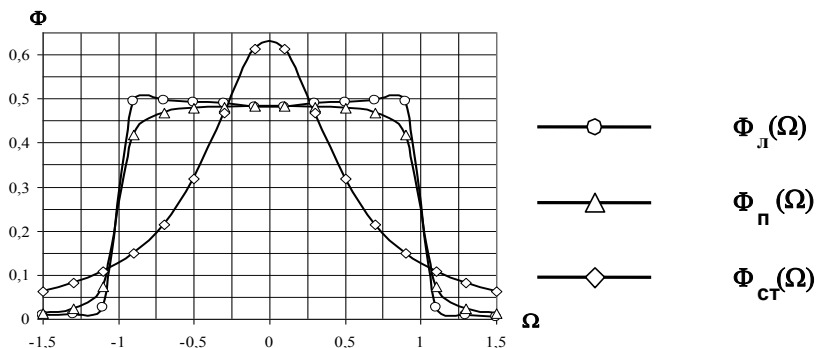


Рис.3. Функции спектрального окна фильтра второго порядка $\Phi(\Omega)$

при одной той же относительной дисперсии оценки СПМ. Эти графики наглядно иллюстрируют преимущества ДФВП по сравнению со стационарным фильтром. Исследование ФСО в функции β_0 показывает, что точность аппроксимации возрастает с уменьшением β_0 .

ЛИТЕРАТУРА

1. Тищенко В.А., Чинков В.Н. Приведение аппаратных методов оценки спектральной плотности мощности к обобщенной математической модели // Информационные технологии: наука, техника, технология, образование, здоровье: Сб. научн. тр. Ч. 1. Вып.6. – Харьков: ХГПУ, 1998. – С. 446 - 451.
2. Чинков В.Н., Тищенко В.А., Харченко А.Л. Метод измерения спектральной плотности мощности случайных сигналов, основанный на усреднении произведения исходного сигнала и его фильтрованной реализации // Вестник ХГПУ. – 1998. – Вып.21. – С. 115 - 118.
3. Харченко А.Л., Чинков В.Н. Исходные соотношения для оптимального синтеза узкополосных нестационарных фильтров при спектральном анализе стационарных случайных сигналов методом перемножения // Вестник ХГПУ. – 1999. – Вып.24. – С. 52 - 57.
4. Тищенко В.А. Методика определения параметров нестационарных фильтров по требуемой точности измерения спектральной плотности мощности случайных сигналов // Вестник ХГПУ. – 1999. – Вып.24. – С. 46 - 51.