УДК 629.78

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОРИЕНТАЦИИ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С ПОМОЩЬЮ СПУТНИКОВОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

В.Г. Макаренко
(представил д.т.н., проф. О.Н. Фоменко)

Рассматривается линеаризованная модель задачи определения координат центра масс и ориентации низковысотного космического аппарата с помощью спутниковой навигационной системы. Сформулированы условия декомпозиции исходной задачи.

Использование сигналов спутниковых навигационных систем (СНС) является перспективным способом определения параметров движения космического аппарата (КА). Общая постановка измерительной задачи определения вращательного движения содержит те же элементы, что и задача определения поступательного движения и в этом отношении обе задачи не отличаются одна от другой. Однако определение вращательного движения имеет ряд особенностей, обусловленных характером движения и возможностями его измерения.

Управление угловым положением КА включает в себя ориентацию и стабилизацию. Ориентация ИСЗ предполагает построение опорной системы координат (СК) относительно инерциального пространства и последующее совмещение жёстко связанных с корпусом осей КА с осями базовой СК или желаемую ориентацию аппарата относительно базовой СК. Одним из возможных способов управления ориентацией наряду с традиционными гирокомпасными и инфракрасными построителями опорных направлений, а так же солнечными и астродатчиками, является использование сигналов СНС для определения вращательного движения низковысотных КА. Для определения ориентации КА с помощью СНС на его борту необходимо установить несколько приёмных антенн (ПА), навигационный приёмник и навигационный процессор.

Введём следующие системы координат. **OXYZ** - абсолютная геоцентрическая экваториальная (АГЭСК) с началом в центре масс Земли. Ось **OX** направлена в точку весеннего равноденствия; ось **OZ** направлена вдоль вектора угловой скорости вращения Земли к Северному полюсу; ось **OY** дополняет систему до правой. **Mxyz** - базовая орбитальная прямоугольная система координат (БОПСК) с началом в центре масс объекта **M**. Направление осей: **My** направлена вдоль радиуса вектора из центра Земли в центр масс ЛА; **Mx** расположена в плоскости орбиты и ориентируется в сторону движения перпендикулярно оси **My**; **Mz** дополняет систему до правой. $\mathbf{M\xi_1\xi_2\xi_3}$ - связанная система координат (ССК), с началом в точке **M** и ориентированная таким образом, что для совмещения её с БОПСК понадобились бы отрицательные вращения сначала на угол ψ вокруг оси **My**, затем вокруг оси **Mz** на угол υ, и наконец, вокруг оси **Mx** на угол φ. Углы ψ, υ, φ - соответственно углы рыскания, тангажа и крена.

Введём обозначения: **R** - радиус-вектор от начала АГЭСК до центра масс определяющегося объекта (точки **M**), $\mathbf{R} = (X, Y, Z)^{\mathrm{т}}$; $\mathbf{R_i}$ - вектор положения **i** - го навигационного ИСЗ, используемого при местоопределении, в АГЭСК; $\mathbf{r_k} = (\xi_{1k}, \xi_{2k}, \xi_{3k})^{\mathrm{т}}$ - вектор положения **k** - й приёмной антенны, размещенной на корпусе КА, в связанной СК; **C** - матрица перехода от ССК к БОПСК, $\mathbf{C} = \mathbf{C}(\varphi, \upsilon, \psi)$; $\mathbf{d_k}$ - вектор положения **k** - й ПА в базовой орбитальной СК, $\mathbf{d_k} = \mathbf{C r_k}$; $\boldsymbol{\rho}_\mathbf{k}$ - вектор положения **k** - й приёмной антенны в абсолютной СК $\boldsymbol{\rho}_\mathbf{k} = \mathbf{A d_k}$, **A** - матрица перехода от БОПСК к АГЭСК [2]. В общем случае компоненты вектора состояния спутника могут иметь различные числовые и смысловые значения в зависимости от используемой системы координат.

В качестве навигационных измерений, определяющих задачу, будем рассматривать измерения псевдодальностей. С учётом принятых обозначений уравнение измерений может быть представлено следующим образом:

$$s_{ik} = |\mathbf{R} + \boldsymbol{\rho}_k - \mathbf{R}_i| + \ell + \nu_{ik}, \qquad i = \overline{1,n}\,,\ \ k = \overline{1,m}\,, \tag{1}$$

где: ℓ - величина, обусловленная рассогласованием временных шкал СНС и объекта; ν_{ik} - немоделируемая погрешность измерений.

Модель измерений (1), дополненная априорными сведениями о положении НИСЗ $(\mathbf{R_i},\ i = \overline{1,n})$, о размещении на борту ЛА системы ПА $(\mathbf{r_k},\ k = \overline{1,m})$ и, может быть, о некоторых начальных координатах объекта $(X^0, Y^0, Z^0, \varphi^0, \upsilon^0, \psi^0)$. Таким образом, полный вектор модельных переменных рассматриваемой задачи (обозначим его через **u**) представлен параметрами $\mathbf{u}^{\mathrm{т}} = \{\ell, X, Y, Z, \varphi, \upsilon, \psi, \{\mathbf{r_k}\}^m, \{\mathbf{R_i}\}^m, \{\nu_{ik}\}\}$. Параметры, подлежащие оцениванию, обозначим через вектор **q**, а параметры, которые не оцениваются - **p**, т. е. $\mathbf{u} = (\mathbf{q}^{\mathrm{т}}, \mathbf{p}^{\mathrm{т}})$; допускается $\mathbf{u} = \mathbf{q}$, в последнем случае априорные сведения о переменных пополняют исходную систему (1) в качестве дополнительных измерений. Таким образом, переменные, о значении которых имеется априорная информация, могут быть включены либо в состав вектора **p**, либо в состав вектора **q**. Так как $|\mathbf{r_k}| << |\mathbf{R_i}|$ для любых **k** и **i**, то уравнение (1) можно представить в виде:

$$s_{ik} = l + |\mathbf{R} - \mathbf{R_i}| + \frac{(\mathbf{R} - \mathbf{R_i})^{\mathrm{т}}}{|\mathbf{R} - \mathbf{R_i}|}\rho_\kappa + \nu_{ik}\,, \qquad i = \overline{1,n}\,,\ \ k = \overline{1,m}\,. \tag{2}$$

Линеаризация уравнений (2) в окрестности опорных значений $\mathbf{R}$, $\mathbf{R_i}$, $\boldsymbol{\rho}_\mathbf{k}$ приводит к выражению:

$$\delta s_{ik} = l + \frac{(\mathbf{R}-\mathbf{R_i})^{\mathrm{T}}}{|\mathbf{R}-\mathbf{R_i}|}(\delta\mathbf{R}-\delta\mathbf{R_i}) + \frac{(\mathbf{R}-\mathbf{R_i})^{\mathrm{T}}}{|\mathbf{R}-\mathbf{R_i}|}\delta\rho_\kappa + \nu_{ik}, \qquad (3)$$

$$\mathbf{i} = \overline{\mathbf{1,n}}, \quad \mathbf{k} = \overline{\mathbf{1,m}},$$

где $\boldsymbol{\delta\rho_k} = \mathbf{Awd_k} + \mathbf{ACr_k}$; $\mathbf{w} = (\delta\varphi, \delta\upsilon, \delta\psi)$; $\boldsymbol{\delta}\mathbf{R}$ и $\mathbf{w}$ - погрешности значений опорных величин, характеризующих начальное положение объекта и его ориентацию; $\boldsymbol{\delta}\mathbf{R_i}$ - априорные погрешности эфемерид навигационных ИСЗ; $\boldsymbol{\delta}\mathbf{r_k}$ - погрешности размещения приёмных антенн на борту ЛА.

Рассмотрим задачу оценивания следующего состава: $\boldsymbol{\delta}\mathbf{q} = (\ell, \delta\mathbf{R}^{\mathrm{T}}, \mathbf{w}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}$; $\boldsymbol{\delta}\mathbf{p} = (\{\delta\mathbf{r_k}^{\mathrm{T}}\}, \{\delta\mathbf{R_i}^{\mathrm{T}}\})^{\mathrm{T}}$. В общем случае линеаризованная модель системы имеет вид:

$$\delta\mathbf{S} = \mathbf{H}\delta\mathbf{p} + \boldsymbol{\nu}.$$

При необходимости можно уточнить структуру вектора $\mathbf{p}$, а также матрицы частных производных $\mathbf{H}$ с учётом, строго говоря, различия уравнений (1) и (2). Матрица $\mathbf{H}$ имеет вид $\mathbf{H} = |\mathbf{F} \vdots \mathbf{I} \vdots \mathbf{G}|$, где матрицы $\mathbf{F}$, $\mathbf{I}$, $\mathbf{G}$ соответствуют следующему представлению вектора $\boldsymbol{\delta}\mathbf{q}$:

$$\delta\mathbf{q} = (\ell, \delta\mathbf{X}, \delta\mathbf{Y}, \delta\mathbf{Z}, \delta\varphi, \delta\upsilon, \delta\psi)^{\mathrm{T}}.$$

Линеаризованная модель измерений допускает решение методом наименьших квадратов. В рамках сделанных допущений, а так же предположения, что погрешности измерений $\boldsymbol{\nu}_{ik}$ равноточные и независимые, информационную матрицу Фишера можно отождествить с матрицей вида $\mathbf{H}^{\mathrm{T}}\mathbf{H}$, или в развернутом виде [1]:

$$\mathbf{H}^{\mathrm{T}}\mathbf{H} = \begin{Vmatrix} \mathbf{F}^{\mathrm{T}}\mathbf{F} & \mathbf{F}^{\mathrm{T}}\mathbf{I} & \mathbf{F}^{\mathrm{T}}\mathbf{G} \\ \mathbf{I}^{\mathrm{T}}\mathbf{F} & \mathbf{I}^{\mathrm{T}}\mathbf{I} & \mathbf{I}^{\mathrm{T}}\mathbf{G} \\ \mathbf{G}^{\mathrm{T}}\mathbf{F} & \mathbf{G}^{\mathrm{T}}\mathbf{I} & \mathbf{G}^{\mathrm{T}}\mathbf{G} \end{Vmatrix},$$

где, в частности, имеем:

$$\mathbf{F}^{\mathrm{T}}\mathbf{G} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m}\frac{(\mathbf{R}-\mathbf{Ri})(\mathbf{R}-\mathbf{Ri})^{\mathrm{T}}}{|\mathbf{R}-\mathbf{Ri}|^2}\mathbf{d_k} = \sum_{i=1}^{n}\frac{(\mathbf{R}-\mathbf{Ri})(\mathbf{R}-\mathbf{Ri})^{\mathrm{T}}}{|\mathbf{R}-\mathbf{Ri}|^2}\sum_{k=1}^{m}\mathbf{d_k};$$

$$\mathbf{I}^{\mathrm{T}}\mathbf{G} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m}\frac{(\mathbf{R}-\mathbf{Ri})^{\mathrm{T}}}{|\mathbf{R}-\mathbf{Ri}|}\mathbf{d_k} = \sum_{i=1}^{n}\frac{(\mathbf{R}-\mathbf{Ri})^{\mathrm{T}}}{|\mathbf{R}-\mathbf{Ri}|}\sum_{k=1}^{m}\mathbf{d_k},$$

откуда видно, что если выбрать начало системы отсчёта $\mathbf{M}\xi_1\xi_2\xi_3$ из условия

$$\sum_{k=1}^{m}\mathbf{d_k} = \sum_{k=1}^{m}\mathbf{r_k} = \mathbf{0}, \qquad (5)$$

то исходная задача может быть разделена на две самостоятельные задачи:

$$\delta\mathbf{S} = (\mathbf{F} \vdots \mathbf{I})\delta\mathbf{q}_1 + \nu\,; \tag{6}$$

$$\delta\mathbf{S} = (\mathbf{G})\delta\mathbf{q}_2 + \nu, \tag{7}$$

где $\boldsymbol{\delta q_1 = (\ell, \delta X, \delta Y, \delta Z)^т}$; $\boldsymbol{\delta q_2 = (\delta\varphi, \delta\upsilon, \delta\psi)^т}$.

Таким образом, выбор начала координатного трёхгранника $\mathbf{M\xi_1\xi_2\xi_3}$ или **Mxyz** в соответствии с условием (5) при одном и том же наборе данных позволяет решить обе задачи - определения координат начала БОПСК в АГЭСК и определения углов ориентации ССК относительно БОПСК. Вместе с тем говорить о полной независимости друг от друга задач (6) и (7) нельзя. Качество решения задачи (7) зависит от качества решения задачи (6), так как в матрицу **G** в качестве параметра входит вектор **R**.

Рассмотренный подход к определению ориентации КА с помощью спутниковых навигационных систем не единственный. Размещение на борту объекта нескольких СНС - антенн создаёт своеобразную многобазисную дифференциальную навигационную микросеть с известными геометрическими характеристиками и единым центром сбора и обработки информации. Например, задача совместного определения взаимных координат узлов сети путём слежения за сигналами НИСЗ, основывающаяся на решении уравнений, описывающих измерения линейных величин (дальностей и/или их линейных комбинаций) в спутниковой геодезии получила название обобщённой свободной трилатерации [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. Девятисильный А.С., Крыжко И.Б. Исследование модели навигацион-ных определений с помощью спутниковых систем типа Глонасс // Космические исследования. – 1999. – № 3. – С. 261 - 266.

2. Основы теории полёта космических аппаратов / Под ред. Нариманова Г. С. и Тихонравова М. К. – М.: Машиностроение, 1972. – 608 с.

3. Жалило А.А, Флерко С.Н., Яковченко А.И. Мониторинг геометрической конфигурации многобазисной сети широкозонной дифференциальной подсистемы спутниковых радионавигационных систем GPS и ГЛОНАСС // Космічна наука і технологія. – 1999. – № 1. – С. 59 - 68.