УДК.621.391

ЭФФЕКТИВНОСТЬ УПРАВЛЕНИЯ СТРУКТУРОЙ СИГНАЛА

А.В. Краснокутский, В.В. Косенко, В.Ю. Пархоменко*
(представил д.т.н., проф. В.И. Долгов)

Сформулирована и доказана лемма об эффективности управления кодовой структурой сложных сигналов в условиях воздействия сосредоточенных помех в канале связи.

Из теории информации и теории потенциальной помехоустойчивости известно, что при «белом» аддитивном шуме, действующем в канале, для наибольшей скорости передачи необходимо, чтобы сигнал на входе канала был «закодирован» таким образом, чтобы его энергетический спектр по своим статистическим свойствам приближался к белому шуму [1]. Однако энергетический спектр большинства передаваемых сигналов, соответствующих различным сообщениям, существенно отличается от белого шума и имеет в каждом конкретном случае вполне определенный характер. Кроме того, в реальных системах передачи информации наряду с аддитивным шумом встречаются сосредоточенные помехи, энергетический спектр которых расположен в отдельных участках спектра полезного сигнала.

Следовательно, возникает задача согласования спектров сигнала и помехи для обеспечения максимально возможной достоверности приема информации. Напомним, что на практике форма энергетического спектра сигнала не выбирается произвольно, а обуславливается видом передаваемых сообщений и способом модуляции.

Определение. Энергетической эффективностью выбора кодовой структуры сложного сигнала, передаваемого по каналу связи в условиях сосредоточенных по спектру помех, называется величина Э, показывающая во сколько раз отношение $\mathbf{P'_c / P'_п}$ сигнал/помеха на входе приемника при наличии управления кодовой структуры сигнала больше, чем отношение $\mathbf{P_c / P_п}$ при отсутствии данного управления, т.е.

$$\mathbf{Э = \frac{P'_c / P'_п}{P_c / P_п}} \quad . \tag{1}$$

Условие 1. Процесс управления кодовой структурой сигнала, при котором изменяется его форма $\mathbf{S_c(t;\{a_k\}=var)}$, а, следовательно, и спектр сигнала $\mathbf{S_c(f)}$, будем условно представлять как результат изменения АЧХ передающего тракта $\mathbf{H(f)}$: от идеальной - к неравномерной.

Условие 2. Для правильности оценки эффективности управления кодовой структурой сложного сигнала необходимо потребовать выполнение условия фиксации средней мощности сигнала на входе канала:

$$\int_{f_H}^{f_B} S_c(f)|H(f)|^2 df = P_{ccp} = const. \qquad (2)$$

Для выполнения последнего условия необходимо с целью компенсации возможного ослабления сигнала (в связи с изменением его спектра) включить в передающий тракт дополнительный усилитель, компенсирующий уменьшение $\mathbf{P_{ccp}}$. Коэффициент усиления дополнительного усилителя (по мощности) равен

$$(k')^2 = \int_{f_H}^{f_B} S_c(f)df \Big/ \int_{f_H}^{f_B} S_c(f)|H(f)|^2 df, \qquad (3)$$

где $\mathbf{f_н}$ и $\mathbf{f_в}$ - граничные частоты эффективной полосы пропускания тракта.

Лемма. Эффективность управления кодовой структурой сложного сигнала в условиях сосредоточенных помех получается тем больше, чем больше различаются между собой спектры сигнала $\mathbf{S_c(f)}$ и помехи $\mathbf{S_п(f)}$.

Доказательство. На основании (1) энергетический критерий эффективности выбора кодовой структуры сигнала имеет вид

$$Э = \frac{P'_c P_п}{P_c P'_п} = \frac{\int_{f_H}^{f_B} S_c(f)|H(f)|^2 df \cdot \int_{f_H}^{f_B} S_п(f)W(f)df}{\int_{f_H}^{f_B} S_c(f)df \cdot \int_{f_H}^{f_B} S_п(f)W(f)df}, \qquad (4)$$

где $\mathbf{W(f)}$ - весовая функция, используемая для учета спектральных свойств приемника при оценке помех (характеризует психофизические особенности восприятия помех получателем сообщения).

С учетом условия 2, умножая числитель выражения (4) на $(k')^2$, получим:

$$Э = \frac{\int\limits_{f_н}^{f_в} S_c(f)df \cdot \int\limits_{f_н}^{f_в} S_п(f)W(f)df}{\int\limits_{f_н}^{f_в} S_c(f)\left|H(f)\right|^2 df \cdot \int\limits_{f_н}^{f_в} \frac{S_п(f)W(f)}{\left|H(f)\right|^2} df}. \qquad (5)$$

Процесс нахождения максимума функционала **Э** можно привести к решению простой изопериметрической задачи вариационной техники. Для этого необходимо отыскать характеристику $|\mathbf{H(f)}|$, минимизирующую среднюю взвешенную мощность помех на входе приемника

$$\int\limits_{f_н}^{f_в} \frac{k^2 S_п(f)W(f)}{\left|H(f)\right|^2} df \to \min$$

при фиксированной средней мощности сигнала на входе канала, т.е. при дополнительном условии (2). При этом результат получиться точно таким же, как и при максимизации функционала **Э** по $|\mathbf{H(f)}|$.

Используя теорему Лагранжа [2], решим изопериметрическую задачу по отысканию минимума функционала

$$I = \int\limits_{f_н}^{f_в} \left[\frac{k^2 S_п(f)W(f)}{\left|H(f)\right|^2} + \Lambda S_c(f)\left|H(f)\right|^2 \right] df, \qquad (6)$$

где Λ- произвольная постоянная (множитель неопределенности Лагранжа).

Варьируя функционалом **I**, получаем следующее уравнение Эйлера:

$$\frac{\partial\left[k^2 S_п(f)W(f) \big/ \left|H(f)\right|^2\right]}{\partial\left|H(f)\right|^2} + \Lambda \frac{\partial S_c(f)\left|H(f)\right|^2}{\partial\left|H(f)\right|^2} = 0 \qquad (7)$$

или $-k^2 S_п(f)W(f) \big/ \left|H(f)\right|^2 + \Lambda S_c(f) = 0$, откуда

$$\left|H(f)\right|^2_{opt} = \sqrt{k^2 S_п(f)W(f) / \Lambda S_c(f)}. \qquad (8)$$

Постоянную Λ можно найти, подставляя выражение (8) в дополнительное условие (2):

$$\Lambda = \left[\frac{k}{P_{ccp}} \int\limits_{f_н}^{f_в} \sqrt{S_c(f) S_п(f) W(f)} df \right]. \qquad (9)$$

С учетом последнего выражения получаем

$$\left|H(f)\right|^2_{opt} = \frac{P_{ccp}}{\int\limits_{f_н}^{f_в} \sqrt{S_п(f)S_c(f)W(f)}df} \sqrt{\frac{S_п(f)W(f)}{S_c(f)}} . \qquad (10)$$

Подставляя значения $\left|H(f)\right|^2_{opt}$ из выражения (10) в формулу (5), находим

$$Э_{max} = \frac{\int\limits_{f_н}^{f_в} S_c(f)df \cdot \int\limits_{f_н}^{f_в} S_п(f)W(f)df}{\left[\int\limits_{f_н}^{f_в} \sqrt{S_c(f)S_п(f)W(f)}df\right]^2} . \qquad (11)$$

Числитель и знаменатель в формуле (11) связаны между собой неравенством Буняковского - Коши [3]:

$$\int\limits_{f_н}^{f_в} S_c(f)df \cdot \int\limits_{f_н}^{f_в} S_п(f)W(f)df \geq \left[\int\limits_{f_н}^{f_в} \sqrt{S_c(f)S_п(f)W(f)}df\right]^2 , \qquad (12)$$

которое превращается в равенство только в случае, если функции $S_c(f)$ и $S_п(f)W(f)$ равны или отличаются постоянными множителями. При одинаковых и пропорциональных спектрах сигнала и помехи $Э_{max} = 1$ и управление кодовой структурой сигнала неэффективно. В остальных случаях $Э_{max} > 1$ и значение величины эффективности $Э_{max}$ возрастает с ростом различий между энергетическими спектрами сигнала и помехи.
Лемма доказана.

При изменении спектров сигнала и помехи целесообразно рассмотреть два случая.

В первом случае задается спектр сигнала $S_c(f)$, а спектр помехи изменяется с целью минимизации ее влияния на сигнал. На практике такая минимизация осуществляется методом режекции и компенсационным методом.

Во втором случае задается спектр помехи $S_п(f)$, а спектр сигнала выбирается таким, чтобы обеспечить максимальное значение отношения сигнал/помеха

$$\mathbf{h}^2_{c/п} = \int\limits_0^{\infty} \frac{S_c(f)}{S_п(f)} df . \tag{13}$$

В случае, если спектр помехи имеет несколько уровней интенсивности, то существует участок ΔF с минимальной интенсивностью спектра, в котором $\nu^2_{п\min} = S_п(f)$. При этом спектральная плотность $\nu^2_{п\min} \le \nu^2_{пср} = P_п / F_m$, где F_m - максимально возможная полоса частот сигнала.

Если сосредоточить весь спектр сигнала в интервале частот с минимальной интенсивностью помехи, то из (13) следует

$$h^2_{c/п} = \frac{2}{\nu^2_{п\min}} \int\limits_0^{\infty} S^2_c(f) df = \frac{2E}{\nu^2_{п\min}} > \frac{2E}{\nu^2_{пср}} ,$$

где E - энергия сигнала.

Как видно из полученного неравенства, любая неравномерность в спектре помехи даст принципиальную возможность увеличения отношения сигнал/помеха при подстройке спектра сигнала под помеху.

ЛИТЕРАТУРА

1. Shannon C.E., Weaver W. The mathematical theory of communication. – Urbana(*Ill.*): Univ. of *Ill.* press, 1949. – P. 3 - 89.

2. Маригодов В.К. Помехоустойчивая обработка информации. Методы оптимального линейного предыскажения и корректирования. – М.: Наука, 1983. – 201 с.

3. Тузов Г.И. Статистическая теория приема сложных сигналов. – М.: Сов.радио, 1977. – 400 с.