УДК 378.147

В.А. Жилін

*Українська інженерно-педагогічна академія, Харків*

# АЛГОРИТМІЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНОЇ СТРУКТУРИ ВИМІРЮВАЧІВ ВИЩИХ ПОХІДНИХ ФІЗИЧНИХ ВЕЛИЧИН

*На підставі методики синтезу вимірювачів вищих похідних з нелінійним пристроєм порівняння обґрунтовано алгоритмічне забезпечення аналітичного підходу до визначення оптимальної структури вимірювачів вищих похідних фізичних величин. Наведено процедури програмної реалізації датчика вищих похідних для компіляторів Turbo Pascal, а також Object Pascal у середовищі Delphi.*

***Ключові слова:*** *вимірювач вищих похідних фізичних величин, програмне забезпечення аналітичного визначення оптимальної структури датчика похідних високого порядку.*

## Вступ

Один з підходів до зниження впливу зони нечутливості вимірювачів із механічними чутливими елементами (ЧЕ) полягає у використанні ефекту внутрішньої вібраційної лінеаризації за рахунок “оживлення” ЧЕ [1]. В даній статті пропонується підхід аналітичного визначення оптимальної структури вимірювачів вищих похідних фізичних величин.

## Основна частина

При цьому пропонується будувати лінійну частину вимірювачів у відповідності зі структурою датчика похідних високого порядку (ДПВП) [2] (рис. 1).

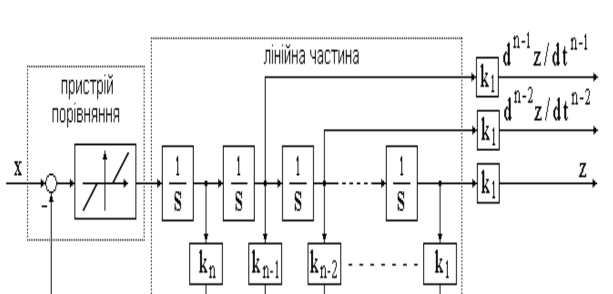


Рис. 1. Структурна схема ДПВП із нелінійним пристроєм порівняння

Коефіцієнти зворотного зв'язку визначаються у такий спосіб [2]:

$$k_i = C_n^m \omega_0^m; C_n^m = \frac{n!}{m!\,(n-m)!}, \qquad (1)$$

де $\omega_0$ – власна частота вимірювача; $C_n^m$ – поліноміальні коефіцієнти бінома Ньютона, причому i = n, n-1, n-2,…,1; m = 1, 2, …, n; n – порядок вимірювача (кількість інтеграторів у структурі).

Запропонована структура забезпечує зниження впливу зони нечутливості на точність вимірів з одночасним відтворенням похідних величини, що вимірюється [1].

У цьому зв'язку природним є питання про те, скільки ж похідних вхідного сигналу дійсно можна виміряти на фоні впливу шумів.

Будемо вважати, що найбільшу вагу серед складових похибки вимірювання має інструментальна похибка від впливу зони нечутливості. Таке припущення справедливо, зокрема, для вимірювачів параметрів руху з механічним ЧЕ, що використовуються на рухомих основах (акселерометри та гіроскопічні вимірювачі кутових параметрів руху ЛА). Тоді, у результаті трансформації похибки від зони нечутливості в похибку від автоколивального руху ЧЕ [3], у якості шуму виступають перераховані до входу вимірювача не відфільтровані лінійною частиною залишкові автоколивання на виході останнього інтегратору. Можна визначити два основних чинники, що обмежують кількість похідних сигналу, які можливо виміряти.

По-перше, при обмеженому максимальному коефіцієнті підсилення $k_1$ фільтрація автоколивального шуму потребує вибору оптимальної структури вимірювача (оптимального порядку n). А кількість вимірюваних похідних визначається числом (n-1) [1].

По-друге, не можна забезпечити однаково мінімальну похибку навіть на двох, а, тим більше, на усіх вимірювальних виходах одночасно.

Розглянемо останню обставину докладніше. Нехай сигнал, що вимірюється, і шум (у нашому випадку — автоколивання) є відповідно гармонійними функціями виukzду:

$$x = A_{\bullet\_} \sin \omega_{\bullet\_} t \qquad \varepsilon = A_{щ‰›} \sin \omega_{щ} t , \qquad (2)$$

де $A_{\bullet\_}$ і $\omega_{\bullet\_}$ – відповідно амплітуда і частота зміни корисного сигналу; $A_{щ‰›}$ – амплітуда автоколивального шуму на виході останнього інтегратору, приведена до входу вимірювача; $\omega_{щ}$ – частота автоколивального шуму.

Це припущення має під собою ту підставу, що лінійна частина вимірювача (рис. 1) відповідає гіпотезі фільтра низьких частот [1].

У цьому випадку спектральна щільність потужності помилки вихідного сигналу ДПВП за і-ю похідною може бути описана співвідношенням:

$$S_i \omega = = \omega_{\bullet\_}^{2i} \left[ 1 - \frac{\omega_0^n \cdot 2\cos\left( n \cdot \operatorname{arctg} \frac{\omega_{\bullet\_}}{\omega_0} \right)}{\omega_{\bullet\_}^2 + \omega_0^2 \;{}^{n/2}} + \frac{\omega_0^{2n}}{\omega_{\bullet\_}^2 + \omega_0^2 \;{}^{n}} \right] \times (3)$$

$$\times S_{\bullet\_} \omega + \frac{\omega_0^{2n} \omega_{щ}^{2i}}{\omega_{щ}^2 + \omega_0^2 \;{}^{n}} S_{щ} \omega ,$$

де $S_i \omega$ – спектральна щільність потужності (СЩП) помилки за і-ю похідною, i = 0, …, n-1; $S_{\bullet\_} \omega$ – СЩП корисного сигналу; $S_{щ} \omega$ – СЩП шуму на виході останнього інтегратору; $\omega_0$ – власна частота, n – порядок ДПВП.

Оскільки потужність сигналу пропорційна квадрату його амплітуди, а СЩП є потужність, віднесена до частоти процесу, то дисперсія помилки і-тої похідної вихідного сигналу (або СЩП у точці, відповідній однієї гармоніці, тобто як би в точці миттєвого збільшення $\delta\omega$) буде визначатися співвідношенням:

$$D^i_{„щ} = \omega_{\bullet\_}^{2i} \left[ 1 - \frac{2\omega_0^n \cdot \cos\left( n \cdot \operatorname{arctg} \frac{\omega_{\bullet\_}}{\omega_0} \right)}{\omega_{\bullet\_}^2 + \omega_0^2 \;{}^{n/2}} + \frac{\omega_0^{2n}}{\omega_{\bullet\_}^2 + \omega_0^2 \;{}^{n}} \right] \times \quad (4)$$

$$\times \frac{A_{\bullet\_}^2}{\delta\omega} + \frac{\omega_0^{2n} \omega_{щ}^{2i} A_{щ‰›}^2}{\omega_{щ}^2 + \omega_0^2 \;{}^{n} \delta\omega} .$$

Передаточна функція від входу вимірювача до виходу останнього інтегратору за помилкою (для сигналу, що гіпотетично містить тільки першу гармоніку) має вигляд:

$$W_{D_{‰›}}^{D_{‰ћ›}} s = \frac{\omega_0^{2n}}{\omega_{щ}^2 + \omega_0^2 \;{}^{n}} . \qquad (5)$$

При цьому

$$D_{‰›} \cong \frac{A_{щ‰›}^2}{2} ;$$

$$D_{‰ћ›} \cong \frac{A_{щ}^2}{2} ,$$

де $A_{щ}$ — амплітуда автоколивань на виході останнього інтегратору, оскільки для дисперсії гармонійної функції f(x) за цілу кількість періодів справедливо таке співвідношення:

$$f^2 \; x = A^2 \sin^2 \; \omega t = = \frac{A^2 \; 1 - \cos 2\omega t}{2} = \frac{A^2}{2} . \qquad .(6)$$

На підставі співвідношення (5):

$$\frac{A_{щ‰›}^2}{2} \cong \frac{\omega_{щ}^2 + \omega_0^2 \;{}^{n}}{\omega_0^{2n}} \cdot \frac{A_{щ}^2}{2} . \qquad (7)$$

Дисперсія і-ої похідної визначається співвідношенням:

$$D^i_{\bullet p} \cong \omega_{\bullet\_}^{2i} \cdot \frac{A_{\bullet\_}^2}{\delta\omega} . \qquad (8)$$

Тоді на підставі (4), (7), (8) відносна похибка відтворення і-тої похідної, що містить інформацію про відношення сигнал/шум має вигляд:

$$D^i_{отн} = \left[ 1 - \frac{2\omega_0^n \cdot \cos\left( n \cdot \operatorname{arctg} \frac{\omega_{\bullet\_}}{\omega_0} \right)}{\omega_{\bullet\_}^2 + \omega_0^2 \;{}^{n/2}} + \frac{\omega_0^{2n}}{\omega_{\bullet\_}^2 + \omega_0^2 \;{}^{n}} \right] +$$

$$+ \frac{\omega_0^{2n} \omega_{щ}^{2i} A_{щ‰›}^2}{\omega_{\bullet\_}^{2i} \; \omega_{щ}^2 + \omega_0^2 \;{}^{n} A_{\bullet\_}^2} = \left[ 1 - \frac{2\omega_0^n \cdot \cos\left( n \cdot \operatorname{arctg} \frac{\omega_{\bullet\_}}{\omega_0} \right)}{\omega_{\bullet\_}^2 + \omega_0^2 \;{}^{n/2}} + \right. \quad (9)$$

$$\left. + \frac{\omega_0^{2n}}{\omega_{\bullet\_}^2 + \omega_0^2 \;{}^{n}} \right] + \frac{\omega_{щ}^{2i} A_{щ}^2}{\omega_{\bullet\_}^{2i} A_{\bullet\_}^2} .$$

Величини $A_{щ}$ і $\omega_{щ}$ можна визначити по відомим для ДПВП залежностям [1].

На рис. 2 наведені результати оцінки точності вимірювання похідних вхідного сигналу (2), отримані відповідно до співвідношення (9), а також за методикою синтезу вимірювачів вищих похідних [1].

Відповідно розроблено програмне забезпечення даної методики, яке, зокрема, реалізує такі процедури об'єктного програмування у середовищі Turbo Pascal, що дозволяють втілити в обчислювальному сценарії модель ДПВП будь-якого порядку:

```
procedure koefDpvp(n:byte; a:real; var k);
var i:byte;
begin
  i:=0;
  for i:=1 to 20 do
  k1[i]:=0;
  i:=0;
   repeat
       begin
         k1[i+1]:=Power(a,n-i)*fact(n)/(fact(n-i)*fact(i));
         i:=i+1
       end
   until i=n
end;
    procedure Dpvp(n:byte; a:real; B:real; var f,y;
p:byte );
    var
      f1:array[1..20] of real absolute f;
      y1:array[1..20] of real absolute y;
      i:integer;
    begin
      koefDpvp(n,a,k);
      i:=p;
      repeat
          begin
              f1[i]:=y1[i+1];
              i:=i+1
          end
      until i=n+p-1;
      p:=p-1;
      f1[i]:=B-k[1]*y1[p+1]-k[2]*y1[p+2]-k[3]*y1[p+ +3]-
k[4]*y1[p+4]-k[5]*y1[p+5]-k[6]*y1[p+6]-k[7]*y1×
×[p+7]-k[8]*y1[p+8]-k[9]*y1[p+9]-k[10]*y1[p+10]-k×
×[11]*y1[p+11]-k[12]*y1[p+12]-k[13]*y1[p+13]-k[14]
*y1[p+14]-k[15]*y1×[p+15]-k[16]*y1[p+16]-k[17]*y1
[p+17]-k[18]*y1[p+18]-k[19]*y1[p+19]-k[20]*y1×
×[p+20];
      f1[Porydok+1]:=y1[Porydok+2];
    f1[Porydok+2]:=Sqr(Wof_Ny)*(Shum(0,Sz_Ny)-
y1[Porydok+1])-2*Wof_Ny*y1[Porydok+2];
      f1[Porydok+3]:=y1[Porydok+4];
    f1[Porydok+4]:=Sqr(Wof_om_dz)*(Shum(0,Sz_om
_dz)-y1[Porydok+3])- 2*Wof_om_dz*y1[Porydok+4]
    end;

    procedure rk(h,xo,xk:real; var f,y:matrix; var
x:real);
    label NewStep;
    const
        n=20;
    var
        j :integer;
        w :matrix;
        k :array[1..4,1..n] of real;
        nomer_r :integer;
        Contr_pressed :char;
        x_temp  :real;
    begin
      x:=xo;
      nomer_r:=1;
      NewStep: w:=y;
          fur(x,w,f);
           for j:=1 to n do begin
               k[1,j]:=h*f[j];
               w[j]:=y[j]+k[1,j]/2
           end;
          x:=x+h/2;
          fur(x,w,f);
          for j:=1 to n do begin
               k[2,j]:=h*f[j];
               w[j]:=y[j]+k[2,j]/2
           end;
          fur(x,w,f);
           for j:=1 to n do begin
               k[3,j]:=h*f[j];
               w[j]:=y[j]+k[3,j]
           end;
          x:=x+h/2;
          fur(x,w,f);
            for j:=1 to n do begin
               k[4,j]:=h*f[j];
               y[j]:=y[j]+(k[1,j]+2*k[2,j]+2*k[3,j]+k[4,j])/6
            end;
     backcomm: =
     =k1[1]*y[1]+k1[2]*y[2]+k1[3]*y[3]+k1[4]*y[4]+k1[5]*
y[5]+k1[6]*y[6]+k1[7]*y[7]+k1[8]*y[8]+k1[9]*y[9]+k1[10
]*y[10]+k1[11]*y[11]+k1[12]*y[12]+k1[13]*y[13]+k1[14]
*y[14]+k1[15]*y[15]+k1[16]*y[16]+k1[17]*y[17]+k1[18]*
y[18]+k1[19]*y[19]+k1[20]*y[20];
                  if KeyPressed then
                   begin
                    Contr_pressed:=ReadKey;
                    if Contr_pressed = #68 then
                     begin
                        CloseGraph;
                        Halt
                     end
                   end;
     if x < xk then goto NewStep;
     end.
```

Запропоновані процедури разом з іншими програмними розробками, що забезпечують синтез вимірювачів вищих похідних фізичних величин згідно [1], можуть бути використані для програмування в Object Pascal у середовищі Delphi.

## Висновки

Загалом, з отриманих результатів випливає, що оптимізувати вимірювач за критерієм мінімуму похибки можна або щодо самої величини, що вимірюється (рис. 2, г), або щодо якийсь однієї її похідної. Чим вище порядок похідної, що потрібно одержати з мінімальною похибкою, тим більш високим повинен бути порядок вимірювача. Внаслідок цього для високих частот вимірюваної величини відбувається зниження точності через зростання динамічної складової похибки [1]. У останньому випадку варто мати у розпорядженні значний запас по максимальному коефіцієнті підсилення $k_1$.

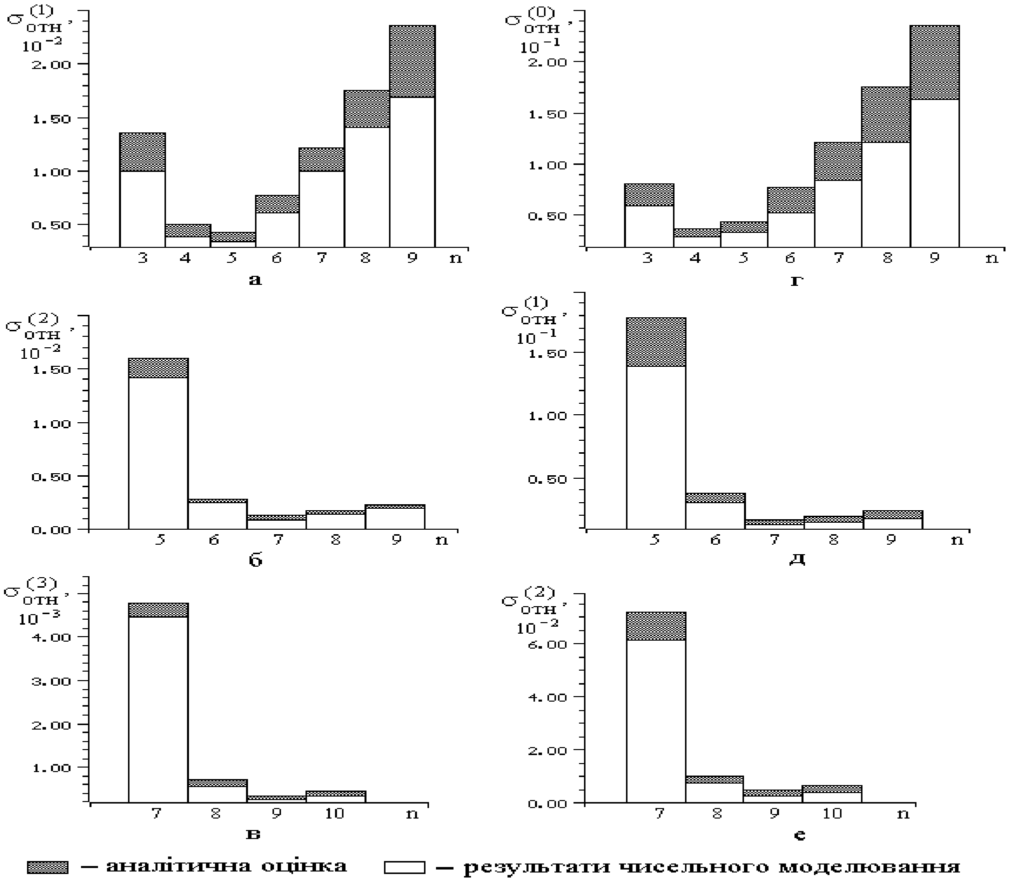


Рис. 2. Відносне середнє квадратичне відхилення похибки відтворення похідних для $A_{._} = 1$, $\omega_{._} = 0{,}0175$ Гц, $\omega_0 = 100$ Гц, $\Delta_0 = 6 \cdot 10^{-4}$ (а - в) і $\Delta_0 = 9{,}5 \cdot 10^{-2}$ (г - е).

Збіг результатів оптимізації ДПВП, отриманих аналітично при урахуванні однієї гармоніки, із результатами застосування методики синтезу [1], що використовує чисельне моделювання, дозволяє вважати запропонований тут підхід варіантом аналітичного визначення оптимальної структури вимірювачів вищих похідних фізичних величин.

## Список літератури

*1. Чёрный С.В., Жилин В.А. Методика синтеза измерителей высших производных с нелинейным устройством сравнения // Системи обробки інформації. – Х.: НАНУ, ПАНМ, ХВУ, 1999. – Вип. 2(6). – С. 119-129.*

*2. Чёрный С.В. Основы теории датчиков производных высокого порядка. Научно-методические материалы по алгоритмическому обеспечению пилотажно-навигационных комплексов / Под ред. Л.П. Таранченко. – Х.: ХВВАИУ, 1990. – С. 3-29.*

*Надійшла до редколегії 9.10.2008*

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. С.В. Козелков, Центральний НДІ навігації і управління, Київ.

### АЛГОРИТМИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ ИЗМЕРИТЕЛЕЙ ВЫСШИХ ПРОИЗВОДНЫХ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

В.А. Жилин

*На основании методики синтеза измерителей высших производных с нелинейным устройством сравнения обосновано алгоритмическое обеспечение аналитического подхода к определению оптимальной структуры измерителей высших производных физических величин. Приведены процедуры программной реализации датчика высших производных для компиляторов Turbo Pascal, а также Object Pascal в среде Delphi.*

***Ключевые слова:*** *измеритель высших производных физических величин, программное обеспечение аналитического определения оптимальной структуры датчика производных высокого порядка.*

### ALGORITHMIC PROVIDING OF DETERMINATION OF OPTIMUM STRUCTURE OF MEASURING DEVICES OF HIGHER DERIVATES OF PHYSICAL SIZES

V.A. Zhilin

*On the basis of method of synthesis of measuring devices of higher derivates with the nonlinear device of comparison grounded algorithmic providing of the analytical going near determination of optimum structure of measuring devices of higher derivates of physical sizes. Procedures of programmatic realization of sensor of higher derivates are resulted for the compilers of Turbo Pascal, and also Object Pascal in the environment of Delphi.*

***Keywords:*** *measuring device of higher derivates of physical sizes, analytical determination of optimum structure of sensor of derivates of high order software.*