УДК 389.2

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРЕДЕЛЬНОЙ ЧАСТОТЫ ФАЗОВЫХ ШУМОВ МЕР ЧАСТОТЫ ПРИ ИХ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЯХ

к.ф.м.-н. Ю.И. Евдокименко
(представил д.т.н. проф. Э.Н. Хомяков)

Рассмотрен вопрос определения спектральной плотности мощности фазового шума мер частоты по результатам измерений дисперсии частотных флуктуаций. Проведен анализ влияния контрольно-измерительной аппаратуры на спектр шумов меры. Предложена более точная и лишенная субъективизма методика оценки спектральной плотности мощности фазовых шумов мер частоты на основе полиномиальной аппроксимации.

При оценке спектра шумов мер частоты часто используют аппроксимацию степенной функцией зависимости от частоты спектральной плотности мощности фазовых шумов [1 - 2]:

$$S_{\varphi}(\varpi) = \sum_{m=0}^{4} s_m \cdot \varpi^{-l} . \qquad (1)$$

Преимуществом такой аппроксимации является возможность получения количественных оценок всех основных видов шумов, присутствующих в выходном сигнале меры, поскольку в (1) коэффициенты s_m количественно определяют [2]: белый фазовый шум **(m = 0)**, фазовый фликкер-шум **(m = 1)**, белый частотный шум **(m = 2)**, частотный фликкер – шум **(m = 3)** и частотный шум типа случайных блужданий **(m = 4)**. Численные оценки коэффициентов s_m обычно получают из решения системы **N** интегральных уравнений, связывающих между собой численные значения оценок дисперсии шума на выходе меры, полученные при различном времени измерений τ_i из выборки $\tau_i = \tau_0 ... \tau_N$ с характеристиками спектральной плотности шума, которое с учетом (1) может быть представлено в виде

$$\sigma^2(\tau_i) = \sum_{m=0}^{4} s_m \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \left| H(\varpi, \tau_i) \right|^2 \cdot \varpi^{2-m} \cdot d\varpi , \qquad (2)$$

где под $\mathbf{H(\varpi,\tau_i)}$ подразумевают частотную характеристику фильтра, эквивалентного реализации процедуры определеня дисперсии $\boldsymbol{\sigma^2(\tau_i)}$ частотных флуктуаций. При аппроксимации спектральной плотности шума выражением (1) интеграл в правой части (2) выступает в качестве нормы соответствующего вида шумов. вид частотной характеристики определяется видом оценки дисперсии шума. Наиболее употребляемой оценкой является дисперсия Аллана, для которой

$$\left|\mathbf{H(\varpi,\tau_i)}\right|^2 = \mathbf{16\sin^4(\varpi\tau_i/2)/(\varpi\tau_i)^2}. \tag{3}$$

Для частотной характеристики, определенной выражением (3), несобственный интеграл в выражении (2) для первых двух значений $\mathbf{m}$ расходится по верхнему пределу. В результате имеем противоречивую ситуацию, при которой левая часть выражения (2), полученная по результатам измерений, конечна, а правая часть выражения стремится к бесконечности. В [1] предложено разрешение данного противоречия путем введения некоторой $\boldsymbol{\varpi_{\text{пр}}}$, при превышении которой $\mathbf{S_\varphi(\varpi)=0}$. При этом методология количественного определения $\boldsymbol{\varpi_{\text{пр}}}$ в данной работе не отражена. Отмечено лишь, что $\boldsymbol{\varpi_{\text{пр}}}$ зависит от характеристик средств измерений, используемых при определении $\boldsymbol{\sigma(\tau_i)}$. Известны попытки определения количественной оценки $\boldsymbol{\varpi_{\text{пр}}}$. Так в [2] предлагалось увязать $\boldsymbol{\varpi_{\text{пр}}}$ с минимальным временем измерения $\boldsymbol{\tau_{\min}}$ частотных флуктуаций меры, т.е. положить $\boldsymbol{\varpi_{\text{пр}} = 2\pi/\tau_{\min}}$. Такое предположение приводит к тому, что расчетные значения коэффициентов $\mathbf{s_0}$ и $\mathbf{s_1}$ будут зависеть от выбора $\mathbf{t_{\min}}$, что ставит под сомнение состоятельность такой оценки $\boldsymbol{\varpi_{\text{пр}}}$.

С другой стороны, если существование $\boldsymbol{\varpi_{\text{пр}}}$ воспринимать как объективность, то ее необходимо учитывать при расчетах норм всех видов шумов (для всех значений $\mathbf{m}$). В противном случае оценки $\mathbf{s_m}$ при $\mathbf{m>1}$, полученные с помощью (2), будут занижены. Этот факт не учитывается ни в одной из процитированных работ.

Из (2) видно: насколько важно знать количественное значение $\boldsymbol{\varpi_{\text{пр}}}$, т.к. неверное ее определение приводит к смещению оценок $\mathbf{s_0}$ и $\mathbf{s_1}$. Высказанное в [1] предположение о влиянии на количественное значение $\boldsymbol{\varpi_{\text{пр}}}$ средств измерений очевидно. Определение дисперсии частотных флуктуаций мер ограниченной точности осуществляется непосредственно частотомером. В электронно-счетных частотомерах единственной причиной ограничения спектра шумов могут быть входные узлы преобразования гармонического сигнала в импульсную последовательность. В общем случае полоса пропускания входных каскадов эквивалентна их АЧХ. Поскольку входные каскады представляют собой масштабные усилители с комплексным эквивалентным сопротивлением обратной связи, можно утверждать, что их частотная характеристика определяется выражением

$$\left|H_1(\varpi)\right|^2 = \varpi_{пр}^2 \Big/ (\varpi^2 + \varpi_{пр}^2)\,. \tag{4}$$

Измеряя АЧХ входного каскада частотомера и аппроксимируя ее выражением (4), можно определить $\varpi_{пр}$. С учетом сказанного (2) преобразуется к виду

$$\sigma^2(\tau_i) = \sum_{m=0}^{4} s_l \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \left|H_2(\varpi, \tau_i)\right|^2 \cdot \left|H_1(\varpi)\right|^2 \cdot \varpi^{2-m} \cdot d\varpi\,, \tag{5}$$

где $\left|H_1(\varpi)\right|$ определяется выражением (4), а $\left|H_2(\varpi, \tau)\right|$ - выражением (3). В этом случае интеграл в правой части (5) остается несобственным, а $\varpi_{пр}$ естественным образом входит в подынтегральное выражение.

При измерении спектральных характеристик мер частоты в комплект аппаратуры помимо исследуемой меры входят частотный компаратор и частотомер (измеритель интервалов времени), подключенный к выходу компаратора. Оценка полосы пропускания частот частотомером приведена ранее. Используемые в настоящее время частотный компаратор Ч7-12 и фазовый компаратор Ч7-39 имеют в своем составе блоки нелинейных преобразователей гармонических сигналов (умножители, смесители) и полосовые фильтры [2]. Нелинейные узлы искажают лишь спектр амплитудного шума и не изменяют (во всяком случае, в окрестности основной частоты) спектральные характеристики частотных и фазовых шумов. Ограничение спектра частотных шумов гармонического сигнала исследуемой меры осуществляется в компараторе полосовыми фильтрами. Частотные характеристики фильтров компараторов Ч7-12 и Ч7-39 различны и соответственно могут быть аппроксимированы следующими выражениями.

В Ч7-12 система связанных резонансных фильтров имеет следующую частотную характеристику:

$$\left|H_1(\varpi)\right|^2 = \prod_{i=1}^{3}\left[\varpi_i^{2n} \Big/ (\varpi^2 - p_i\varpi - \varpi_i^2)^n\right]. \tag{6}$$

Компаратор Ч7-39 имеет три активных НЧ фильтра. Поэтому:

$$\left|H_1(\varpi)\right|^2 = (\varpi_1\varpi_2\varpi_3)^2 \Big/ \left[(\varpi^2 + \varpi_1^2)(\varpi^2 + \varpi_2^2)(\varpi^2 + \varpi_3^2)\right]. \tag{7}$$

Численное значение показателя степени в (6) определяется показателем степени компарирования компаратора Ч7-39. Значения констант в (6) и (7) $\varpi_1, \varpi_2, \varpi_3, p_1, p_2, p_3$ можно определить тем же способом, который изложен для определения $\varpi_{пр}$ входных каскадов частотомера. Следует отметить, что полоса пропускания компаратора Ч7-12 составляет несколько килогерц, а компаратора Ч7-39 меньше одного мегагерца. Поэтому ограничивающими свойствами частотомера в данном случае можно пренебречь. Подстановка (6) или (7) (в зависимости от используемого компаратора) в (5) также позволяет вычислить несобственные интегралы в бесконечных пределах для всех видов шумов.

Таким образом, предложена более точная и лишенная субъективизма методика оценки спектральной плотности мощности фазовых шумов мер частоты на основе полиномиальной аппроксимации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рютман Ж. Характеристики нестабильности фазы и частоты сигналов высокостабильных генераторов: Итоги развития за пятнадцать лет. - ТИИЭР, 1978, - т. 66, - № 9.
2. Кварцевые и квантовые меры частоты. Под ред. Макаренко Б.И. МО СССР, 1989, 536 с.