

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПЕРАЦИИ МЕТРОЛОГИЧЕСКОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ ЕДИНИЧНОГО ОБЪЕКТА

В.С. Спренне

(представил д.т.н. проф. В.Н. Чинков)

Предлагается математическая модель операции по метрологическому обслуживанию единичного объекта метрологического обслуживания на основе использования математического аппарата полумарковских случайных процессов.

Переход в управлении экономикой Украины к рыночным принципам вызвал необходимость при принятии решений во всех отраслях народного хозяйства учитывать экономический фактор. Вопросы поддержания обороноспособности страны не являются исключением. Поэтому необходимо повышать эффективность, как наиболее общее свойство целенаправленной деятельности, всех мероприятий, проводимых в интересах обороны страны, а, в частности, метрологического обслуживания средств измерительной техники (МлОб СИТ).

Под единичным объектом метрологического обслуживания (ЕОМлОб) понимается совокупность основного СИТ, применяемого по назначению, и условной доли резервных СИТ, приходящейся на одно основное СИТ, размер которой определяется в зависимости от метода резервирования (одиночный, групповой резерв). Резервные СИТ используются для оперативной замены основного СИТ в случае его явного отказа и замены на время МлОб СИТ. Помимо рассмотренных выше условий использования размер условной доли резервных СИТ определяется также из расчета, чтобы вероятность явного отказа резервного СИТ на протяжении межповерочного интервала (МПИ) была пренебрежимо мала.

Функционирование многих сложных систем можно представить как смену состояний системы во времени, происходящую под воздействием управляющих и случайных факторов. Функционирование СИТ целесообразно рассматривать как процесс с конечным множеством дискретных состояний и с непрерывным временем

Предлагается для математического моделирования операции по МлОб ЕОМлОб использовать аппарат полумарковских случайных процессов. Заметим, что задачу моделирования операции по МлОб ЕОМлОб можно решать используя и другие методы, например, аппарат

марковских случайных процессов или метод имитационного моделирования. Однако использование аппарата марковских случайных процессов требует строгой марковости рассматриваемого процесса, то есть переходы из состояния в состояние осуществляются по экспоненциальному закону. Такое допущение является слишком грубым при описании МлОб СИТ, так как некоторые из переходов имеют детерминированный, регулярный характер (например, переход в поверку по окончании МПИ), чем в ряде работ пренебрегают [1, 2]. Метод имитационного моделирования позволяет с достаточной точностью моделировать операцию по МлОб СИТ, но по сравнению с полумарковской моделью является более трудоемким.

В качестве обобщенного показателя эффективности предлагается использовать показатель вида

$$W_{\text{ЕОМлОб}} = M \left[ \sum_{i=1}^I C_i \right] \quad (1)$$

при выполнении условия  $K_{\Gamma} \geq K_{\Gamma}^{\text{тп}}$ , где  $C_i$  -затраты на нахождение ЕОМлОб в  $i$  - ом состоянии,  $i = \overline{1, I}$ ,  $K_{\Gamma}$  и  $K_{\Gamma}^{\text{тп}}$  - коэффициенты готовности ЕОМлОб реальный (в результате МлОб СИТ) и требуемый соответственно. Значение реального коэффициента готовности вычисляется по формуле

$$K_{\Gamma} = \sum_{i=1}^n S_i / \sum_{i=1}^I S_i, \quad (2)$$

где  $S_i$ - вероятность нахождения ЕОМлОб в  $i$  - ом состоянии,  $i = \overline{1, n}$  - работоспособные состояния.

Существует четыре эквивалентных способа задания полумарковских процессов. Наименее требовательный из них с точки зрения объема используемой информации и обладающий наибольшей простотой состоит в описании: множества возможных состояний и переходов между ними; матрицы  $Q_{ij}(t)$  независимых функций распределения времени пребывания процесса в  $i$  - ом состоянии до перехода в  $j$  - ое состояние,  $i \in E$ ,  $j \in E$ ; начального состояния процесса в момент  $t = 0$ .

Причинами смены состояний ЕОМлОб могут являться как внешние, так и внутренние факторы. Причем внутренние факторы достаточно полно характеризуются отказами СИТ - явными и скрытыми. Поток отказов описывается экспоненциальным законом, вероятность явных

отказов  $1 - \exp(-\lambda_{я}t)$ , где  $\lambda_{я}$  - интенсивность явных отказов, а вероятность скрытых (метрологических) отказов  $1 - \exp(-\lambda_{с}t)$ , где  $\lambda_{с}$  - интенсивность скрытых отказов. Внешние факторы характеризуются необходимостью планового МлОб СИТ ( периодическая поверка, ремонт явно отказавшего СИТ) и описываются единичной функцией Хевисайда.

Так как ЕОМлОб - это совокупность основного и резервного СИТ, состояния ЕОМлОб характеризуются состояниями основного и резервного СИТ синхронного (см. таблицу).

Таблица - Различимые состояния ЕОМлОб

Состояния основного СИТ	Состояния резервного СИТ					
	1	2	3	4	5	6
1			$E_1$			$E_2$
2			$E_3$			$E_4$
3			$E_5$			$E_6$
4			$E_7$			$E_8$
5	$E_9$	$E_{10}$	$E_{11}$	$E_{12}$	$E_{13}$	
6			$E_{14}$			$E_{15}$
7	$E_{16}$	$E_{17}$	$E_{18}$	$E_{19}$	$E_{20}$	

Состояния 1 и 2 резервного и основного СИТ - это состояния обмена и ремонта соответственно. Обмен производится в случае, когда ремонт СИТ невозможен в виду отсутствия ресурсов либо нецелесообразен. Состояние 3 основного СИТ описывает ситуацию, когда оно явно отказало и оперативно заменяется резервным до окончания МПИ. Состояние 4 основного - явный отказ. Состояния 3 резервного и 5 основного - скрытый отказ. Состояния 4 резервного и 6 основного СИТ - периодическая поверка. Состояние 5 резервного СИТ - резерв, оно готово к применению, но не используется по назначению до наступления явного отказа основного СИТ или окончания МПИ. Состояния 6 резервного и 7 основного СИТ - применение основного и резервного (в случае отказа основного) СИТ по назначению. Выделено двадцать состояний  $E_i$ , остальные двадцать два не рассматриваются либо из-за их невозможности (вероятность  $S_i=0$ ), либо вероятность  $i$ -го события  $S_i$  значительно меньше  $S_i$ , при  $i=1,20$  и ею можно пренебречь. В начальный момент времени ЕОМлОб находится в состоянии  $E_{20}$ .

Значения параметров ПМП ( $\mu_i$  - безусловные средние длительности пребывания ЕОМлОб в каждом состоянии и  $p_{ij}$  - переходные вероятности) получаются в результате решения соответствующих интегродиффе-

ренциальных уравнений. Значения вероятности состояний вложенной марковской цепи  $\mathbf{p}_i$ , то есть вероятности попадания ПМП в  $i$ -ое состояние при очередном переходе, получаются в результате решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} \boldsymbol{\pi} = \mathbf{P} \cdot \boldsymbol{\pi} \\ \sum_{i=1}^I \pi_i = 1 \end{cases}, \quad (7)$$

где  $\boldsymbol{\pi}$  - вектор  $\boldsymbol{\pi} = \langle \pi_1, \dots, \pi_i, \dots, \pi_I \rangle$  при  $I=20$ ,

$\mathbf{P}$  - переходная матрица ПМП  $\{\mathbf{p}_{ij}\}$ .

Решение системы линейных уравнений (7) осуществляется методом Жордана-Гаусса, так как получение аналитических формул  $\pi_i$  уже при  $i=5$  оказывается весьма громоздким и трудоемким, а ценность этих формул невелика в силу необозримости. Метод Жордана-Гаусса является точным методом, а погрешность полученных результатов обусловлена лишь точностью вычислений на ЭВМ и определяется как невязка результатов из уравнений (7).

Вероятности нахождения ПМП в каждом из состояний  $S_i$  вычисляются по формуле

$$S_i = \pi_i \mu_i / \sum_i \pi_i \mu_i. \quad (9)$$

После нахождения значения  $K_\Gamma$  по формуле (2), работоспособными состояниями ЕОМлОб считаются  $E_i$  при  $i = 2, 4, 6, 8, 15, 20$ , проверяется условие  $K_\Gamma \geq K_\Gamma^{\text{пр}}$ . Причем, чем ближе значение  $K_\Gamma$  к  $K_\Gamma^{\text{пр}}$ , тем рациональнее организовано МлОб и меньше необоснованные затраты ресурсов.

Затраты ресурсов на нахождение ЕОМлОб в  $i$ -ом состоянии рассчитываются в рамках той же полумарковской математической модели, для чего необходимо составить матрицу затрат  $\mathbf{C} = \{C_{ij}\}$ .

Допустимо считать, что все затраты пропорциональны времени пребывания в  $i$ -ом состоянии

$$C_i = C_{ii} \mu_i, \quad (10)$$

где  $C_{ii}$  - средние затраты за единицу времени на пребывание ЕОМлОб в  $i$ -ом состоянии.

Затраты на пребывание ЕОМлОб в  $i$ -ом состоянии представляют собой

$$\begin{aligned} C_{1,1} = C_{2,2} = C_{061}; C_{9,9} = C_{16,16} = C_{062}; C_{3,3} = C_{4,4} = C_{p1}; \\ C_{10,10} = C_{17,17} = C_{p2}; C_{12,12} = C_{19,19} = C_{п1}; C_{14,14} = C_{15,15} = C_{п2}; \quad (11) \\ C_{5,5} = C_{6,6} = C_{7,7} = C_{8,8} = C_{11,11} = C_{13,13} = C_{18,18} = C_{20,20}; \end{aligned}$$

где  $C_{061}$  и  $C_{062}$  - средние затраты в единицу времени на обмен основного и резервного СИТ соответственно;

$C_{p1}$  и  $C_{p2}$  - средние затраты в единицу времени на ремонт основного и резервного СИТ соответственно;

$C_{п1}$  и  $C_{п2}$  - средние затраты в единицу времени на поверку основного и резервного СИТ соответственно. Затраты на пребывание в состояниях, когда ресурсы не расходуются, равны нулю.

Следовательно, значение обобщенного показателя эффективности  $W_{\text{ЕОМлОб}}$ , полученное путем подстановки выражений (11), (12) в формулу (1), является количественной оценкой эффективности применения активных средств операции по метрологическому обслуживанию ЕОМлОб.

Предложенная полумарковская математическая модель достаточно просто реализуется программно на ЭВМ, а затраты времени и ресурсов на вычисление значений  $W_{\text{ЕОМлОб}}$  и  $K_T$  невелики.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Крещук В.В. Метрологическое обеспечение эксплуатации сложных изделий. - М.: Изд - во стандартов, 1989 - 200с.

2. Автоматизация метрологического обслуживания средств измерений промышленного предприятия / В.У. Игнаткин, В.В. Крещук, Е.И. Кривошук, Н.Н. Грунский, М.А. Якушкин; Под ред. к.т.н. В.У. Игнаткина - М.: Изд-во стандартов, 1988 - 208с.