УДК 389.2

ВЫДЕЛЕНИЕ СКРЫТЫХ ПЕРИОДИЧНОСТЕЙ В ФАЗОВЫХ ФЛУКТУАЦИЯХ ПРЕЦИЗИОННЫХ МЕР ЧАСТОТЫ

А.П. Нарежний*
(представил д.т.н., проф. Э.Н. Хомяков)

Разработан алгоритм выделения скрытых периодичностей по оценкам спектральной плотности мощности фазовых флуктуации мер частоты на основе косвенных измерений.

Задачу выделения скрытых периодичностей в прецизионных мерах частоты можно разбить на следующие этапы:

1) Оценка спектральной плотности мощности шумовой компоненты («фоновой» части спектра);
2) Оценка спектральной плотности мощности фазовых флуктуации (СПМФФ) с максимальным разрешением по частоте анализа;
3) Статистическая процедура выделения регулярных периодических составляющих на уровне «фоновой» части СПМФФ.

В качестве оценок СПМФФ в близи несущей на практике наиболее широкое распространение получили оценки:

- с помощью корреляционной функции;
- с помощью непосредственного применения преобразования Фурье к исходной реализации;
- с помощью методов цифровой фильтрации.

Методы цифровой фильтрации являются наиболее перспективными с точки зрения состоятельности получаемых оценок и вычислительной емкости. Существует однозначная связь между характеристиками, полученными во временной области (выборочные дисперсии) и спектральной плотностью мощности, описываемое соотношением Винера-Хинчина:

$$\mathbf{D_N}(\tau)=\frac{1}{2\pi}\int_0^\infty\left|\mathbf{H_и}(\omega)\mathbf{H_{цф}}(\omega,\tau)\right|^2\mathbf{S_\varphi}(\omega)\mathbf{d}\omega\,, \tag{1}$$

где $H_и(\omega)$ - частотная характеристика измерителя шумов, $H_{цф}(\omega)$ - частотная характеристика цифрового фильтра, реализованного при определении статистики $D_N(\tau)$.

Частотная характеристика фазовых компараторов эквивалентна фильтру нижних частот с полосой пропускания $(0, \omega_c)$, где ω_c - частота среза фильтра. Частотная характеристика фильтра нижних частот позволяет устранить главный недостаток синтезируемых цифровых фильтров - многополостность, что не позволяет получить сходящийся интеграл по верхнему пределу. Кроме того, для решения интегрального уравнения (1) в новых пределах относительно $S_\varphi(\omega)$ необходимо, чтобы частотная характеристика цифрового фильтра $H_{цф}(\omega, \tau)$ не имела полюсов на действительной оси частот. Известно [1 - 2], что типичное поведение СПМФФ квантовых мер частоты в диапазоне отстройки от несущей от 10^{-7} Гц до 1 Гц целесообразно аппроксимировать степенной функцией вида:

$$\overline{S}_\varphi(\omega) = \sum_{p=0}^{L} s_l \cdot \omega^{-p} . \quad (2)$$

где s_p - коэффициенты количественно определяющие вид фазовых шумов.

Коэффициент передачи $|H_{љтм}(\omega, \tau)|^2$ должен обеспечивать сходимость интегрального уравнения (1) на нижнем пределе. Для данной модели (2) поведения флуктуации фазы, сходящимся по нижнему пределу интегральное уравнение (1), будет частотная характеристика дисперсии Аллана [1 - 2] и взвешенной по биноминальному закону дисперсии Адамара [1]. Дисперсия Аллана имеет более широкую полосу частот основного лепестка чем дисперсия Адамара и поэтому наиболее подходит для идентификации «фоновой» части спектра.

В этом случае задача выделения скрытых периодичностей сводится к следующим действиям.

1. Определим фоновую часть спектра. С учетом выражений (1) и (2) связь между измеренными статистиками $\sigma(\tau_i)^2$ (τ_i - характерное время измерения статистики, $i = 1 \ldots n$) и оценками s_p коэффициентов разложения спектральной плотности мощности фазовых шумов можно представить в виде векторного уравнения

$$D_{AL} = G \cdot S + \eta, \tag{3}$$

где $D_{AL} = \left\| \sigma^2(\tau_i) \right\|$ - вектор статистик, измеренных при различных характерных временах измерения, размерностью $(n \times 1)$; $S = \left\| s_p \right\|$ - вектор искомых коэффициентов разложения спектральной плотности в степенной ряд размерностью $(L \times 1)$; $G = \left\| g_{ip} \right\|$ - матрица весовых коэффициентов размерностью $(n \times L)$, $g_{ip} = \frac{1}{\pi} \int\limits_0^{\omega_c} \left| H_A(\omega, \tau_i) \right|^2 \omega^{2-1} d\omega$; $\eta = \left\| \eta_i \right\|$ - вектор аддитивных шумов измерителя, возникающих при измерении статистик $\sigma(\tau_i)$, размерностью $(n \times 1)$, $E\{\eta\} = 0$, $E\{\eta\eta^T\} = R$. Использование взвешенного МНК позволяет найти вектор $S = \left\| s_p \right\|$, т.е. «фоновую» часть СПМФФ, по измеренным статистикам $\sigma(\tau_i)^2$.

2. Оценка спектральной плотности мощности фазовых флуктуации (СПМФФ) с максимальным разрешением по частоте анализа возможно при помощи взвешенной по биноминальному закону дисперсии Адамара. Пользуясь свойствами взвешенной дисперсии Адамара [1] и наличием фильтра нижних частот возможно преобразовать (1) к виду:

$$\sum_{k=0}^{M} S_\varphi\left(\frac{2k+1}{\tau}\right) = \frac{\tau^3 (\omega_0)^2 \left[(N+1)!\right]^2}{2 \cdot (2N+2)!} D_{H,N}(\tau), \tag{4}$$

где $M = \mathrm{enter}\left[(\tau \omega_c + 1)/2\right]$; $k = 1 \ldots M$; N - параметр дисперсии Адамара. Вариация параметра τ по закону $\tau_k = \frac{\tau_{max}}{2k+1}$ (где τ_{max} - равен половине интервала наблюдения, при условии проведения смежных выборок) позволяет соотношение (4) преобразовать в совместную систему линейных уравнений, относительно $S_\varphi\left(\frac{2k+1}{\tau}\right)$, решение которого позволяет определить значения СПМФФ в $M+1$ точках с дискретностью по частоте $\Delta\omega = 2/\tau_{max}$. При этом решение в матричном виде можно представить как

$$S_\varphi = A^{-1} B,$$

где $\mathbf{B}$ - вектор размерностью $(\mathbf{M}+\mathbf{1})$, элементы которого есть правая часть уравнения (4) с характерными временами измерения τ_k; $\mathbf{A}$ - верхняя треугольная матрица, прореженная нулями по правилу прореживания резонансных частот, размерности $(\mathbf{M}+\mathbf{1})\times(\mathbf{M}+\mathbf{1})$ и числом обусловленности равным единице.

3. Процедура выделения регулярных периодических составляющих заключается в вычислении вектор разностей (остатков) $\delta S = S_\varphi\left(\frac{2k+1}{\tau}\right) - \sum_{p=0}^{L} s_p \cdot \left(\frac{2k+1}{\tau}\right)^{-p}$. В этом случае можно показать, что распределение остатков имеет нормальный закон распределения. Задаваясь доверительной вероятностью можно определить верхний порог обнаружения, превышение над которым будет означать наличие регулярных периодических составляющей.

Таким образом, по СПМФФ можно определить амплитуды и частоты периодических составляющих. Фазу регулярных периодических составляющей можно получить во временной области, при помощи методов нелинейной фильтрации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рютман Ж. Характеристики нестабильности фазы и частоты сигналов высокостабильных генераторов: Итоги развития за пятнадцать лет. - ТИИЭР, 1978, т.66, № 9. - . С. 3 – 67.

2. Кварцевые и квантовые меры частоты. Под ред. Макаренко Б.И. МО СССР, 1989, 536 с.