УДК 681.51

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРОЦЕССОВ В ГАЗОГЕНЕРАТОРАХ НА КОМБИНИРОВАННОМ ТОПЛИВЕ

д.т.н. Ю.А. Абрамов, к.т.н. В.И. Кривцова*

Получены математические модели, описывающие процессы, протекающие в газогенераторе на основе гидрореагирующих составов.

Совершенствование целого ряда энергоустановок связано с развитием используемых ими газогенераторов. В зависимости от требований, предъявляемых к газогенератору, они могут иметь различные компоновочные схемы, работать на различных топливах и иметь различные выходные параметры.

Несмотря на множество существующих газогенераторов, принцип их функционирования заключается в обеспечении единого рабочего процесса последовательных физико-химических изменений топлива, в результате которых выделяется значительное количество газа с заданными параметрами. Достоинства и недостатки различных типов газогенераторов наиболее четко определяются при анализе их рабочих процессов. Такая задача наиболее эффективно может быть решена с использованием математических моделей, адекватно описывающих эти процессы. Эти модели должны учитывать все физико-химические процессы, протекающие в газогенераторе. Применительно к газогенераторам на комбинированном топливе такие модели в виде дифференциальных уравнений относятся уже не собственно к области газовой динамики, а согласно [1] - к так называемой области аэротермохимии. Уравнения аэротермохимии, которые являются обобщением уравнений Навье-Стокса применительно к движению однородной сжимаемой жидкости, для замыкания системы дополнительно включают выражения, определяющие связь между скоростями химических реакций и концентрациями компонентов, соотношения между скоростями диффузии и изменениями концентраций, давления и температуры, а также уравнение состояния для газовой смеси. Упрощенные модификации таких математических моделей достаточно широко апробированы применительно к процессам, протекающим в каналах зарядов твердотопливных ракетных двигателей [2]. Одним из методов, который приводит к получению модифицированных уравнений аэротермохимии, является метод нульмерной баллистики [3]. Этот метод предполагает эквивалентный переход от математического описания процессов в системе с распределенными параметрами к построению математических моделей в классе систем с сосредоточенными параметрами, которые строятся для усредненных по объему газодинамических характеристик.

Тогда, для квазипостоянного состава продуктов реакции газогенерации можно в соответствии с законами сохранения массы и энергии в первом приближении записать:

$$V\frac{dP}{dt}=kRT_{*}\chi S\rho_1 U-k\sqrt{RT}\mu A_k PF;$$

$$\rho V\frac{dT}{dt}=(k\chi T_{*}-T)\rho_1 SU-(k-1)\mu A_k PF\frac{T}{\sqrt{RT}}, \quad (1)$$

где P,T – соответственно усредненные по объему давление и температура газовой фазы в генераторе; U – усредненная по объему скорость газогенерации; V – свободный объем полости газогенератора; k – показатель аддиабаты; R – газовая постоянная; T_{*} - средняя температура в зоне реакции на границе раздела фаз; χ - средний по объему и времени коэффициент тепловых потерь в полости газогенератора; S – площадь поверхности газовыделения; ρ_1 - усредненная плотность смеси гидрореагирующего состава и жидкости; μ - коэффициент расхода через выходное отверстие; F – площадь поперечного сечения выходного отверстия; ρ - плотность генерируемого газа; A_k – функция показателя изоэнтропы

$$A_k=\sqrt{\kappa}\left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa+1}{2(\kappa-1)}}.$$

Для замыкания систему уравнений (1) необходимо дополнить уравнением состояния газа в усредненных величинах, т.е.

$$P=\rho RT, \quad (2)$$

а также уравнением, которое характеризует закон газовыделения, т.е.

$$U=U(P,T). \quad (3)$$

Данную зависимость целесообразно получать экспериментальным путем, так как решение этой задачи теоретическим путем является для сегодняшнего дня весьма проблематичным. На рис 1. приведена зависимость скорости газогенерации гидрореагирующего состава на основе АГН от давления и температуры.

Из анализа графика следует, что влияние температуры на скорость газогенерации весьма незначительно, вследствие чего зависимость (3) может быть аппроксимирована выражением вида

$$U=a_0+a_1P+a_2P^2. \quad (4)$$

В связи с этим рассмотрим случай, когда $T=\mathrm{const}$. Следует отметить, что в переходных процессах относительное изменение температуры сравнительно невелико и оно, по крайней мере, в **(к-1)/к** раз меньше относительного изменения давления, что позволяет в первом приближении рассматривать такие процессы как изотермические. В этом случае второе уравнение системы (1) трансформируется к виду

$$\mathbf{k\chi T_{*}S\rho_1 U = TS\rho_1 U + (k-1)\mu A_k F\frac{T}{\sqrt{RT}}}\ , \tag{5}$$

которое после подстановки в первое уравнение системы (1) и учета соотношения

$$\mathbf{T = \chi T_{*}}\ , \tag{6}$$

видоизменяет его следующим образом:

$$\mathbf{V\frac{dP}{dt} = S\rho_1\chi RT_{*}U - \mu A_k FP\sqrt{\chi RT_{*}}}\ . \tag{7}$$

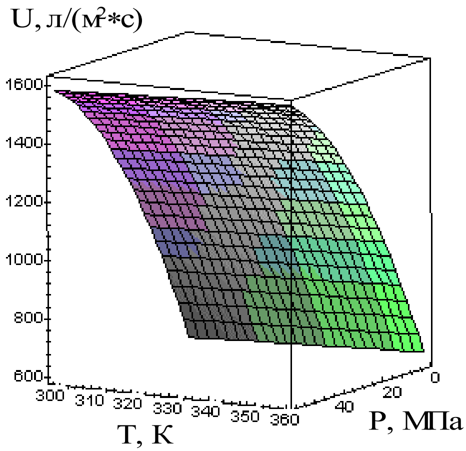

Рис. 1. Зависимость скорости газообразования от давления и температуры

Уравнение (7) получено в предположении, что масса газа, образованного в результате протекания химической реакции, пренебрежимо мала по сравнению с массой гидрореагирующих веществ.

В процессе протекания реакции гидролиза объем гидрореагирующего состава изменяется во времени. В случае организации процесса генерации с возможностью свободного истечения образованного водорода из реакционного объема, в каждый момент времени приход газообразных продуктов реакции будет весьма мало отличаться от его расхода. В этой связи под квазистационарными будем понимать такие значения давления, температуры и плотности, при которых приход газообразных продуктов реакции отличается от расхода на величину малую по сравнению с самими значениями прихода и расхода.

Линеаризуем уравнение (7), представив его в отклонениях $\delta P, \delta U, \delta F$ относительно квазистационарного состояния, параметры которого обозначим индексом «0» . Тогда, с учетом обозначений

$$\Delta P = \frac{\delta P}{P_0}; \quad \Delta U = \frac{\delta U}{U_0}; \quad \Delta F = \frac{\delta F}{F_0}$$

и после процедуры линеаризации уравнение (7) можно записать

$$\tau_n \dot{\Delta P} + \Delta P = K_1 \Delta U - \Delta F, \tag{8}$$

где

$$\tau_n = \frac{P_0 V_0}{\dot{m}_0 (R\chi T_*)_0}; \quad K_1 = \frac{\rho_1 S U_0}{\dot{m}_0}; \quad \dot{m}_0 = \frac{\mu A_k F_0 P_0}{\sqrt{(\chi R T_*)_0}}. \tag{9}$$

В выражении (9) τ_n - постоянная времени газогенератора, K_1 - коэффициент передачи газогенератора по скорости газовыделения, $\dot{m}_0$ - расход газа через сечение с площадью F_0 в квазистационарном режиме работы газогенератора. Выражение для $\dot{m}_0$ получается из первого уравнения системы (1) при $\frac{dP}{dt} = 0$.

Рассмотрим случай, когда в качестве регулируемого параметра в газогенераторе является площадь поперечного сечения выходного отверстия. Тогда можно записать

$$\Delta U = \left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_0 \Delta P, \tag{10}$$

что после подстановки в (8) трансформирует последнее к виду

$$\tau_{n1} \dot{\Delta P} + \Delta P = K_2 \Delta F, \tag{11}$$

где

$$\tau_{n1} = \frac{\tau_n}{1 - \frac{\rho_1 S P_0}{\dot{m}_0}\left(\frac{dU}{dP}\right)_0}; \quad K_2 = -\frac{1}{1 - \frac{\rho_1 S P_0}{\dot{m}_0}\left(\frac{dU}{dP}\right)_0}, \tag{12}$$

которые имеют смысл постоянной времени газогенератора с учетом зависимости скорости газовыделения от давления и коэффициента передачи газогенератора по площади сечения F соответственно.

Из выражений (11) и (12) следует, что в соответствии с критерием Гурвица [4], для обеспечения устойчивости процессов, протекающих в газогенераторе, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие

$$1-\frac{\rho_1 S P_0}{\dot{m}_0}\left(\frac{dU}{dP}\right)_0>0, \tag{13}$$

которое с учетом (4) и (9) можно переписать следующим образом:

$$\mu A_k F_0>\rho_1 S\sqrt{\chi RT_*}(a_1+2a_2P_0). \tag{14}$$

Из уравнения (7) для квазистационарного режима, с учетом зависимости (4), следует выражение

$$a_2P_0^2+\left(a_1-\frac{\mu A_k F_0}{\rho_1 S\sqrt{\chi RT_*}}\right)P_0+a_0P_0=0. \tag{15}$$

Для того, чтобы корни этого уравнения были действительными, необходимо выполнение условия

$$a_1-2\sqrt{a_2a_0}\ge\frac{\mu A_k F_0}{\rho_1 S\sqrt{\chi RT_*}}. \tag{16}$$

В том случае, когда площадь выходного сечения изменяется в соответствии с законом $\Delta F(t)=K_2\cdot 1(t)$, где $1(t)$ - функция Хевисайда [4], изменение давления в газогенераторе описывается следующим выражением:

$$\Delta P(t)=K_2(1-\exp(-\frac{t}{\tau_{n1}})). \tag{17}$$

Тогда время переходного процесса t_n или быстродействие газогенератора можно определить в виде решения уравнения

$$K_2-\Delta P(t_n)=\varepsilon. \tag{18}$$

При $\varepsilon=0{,}05\,K_2$ [4], быстродействие газогенератора можно оценивать с помощью выражения

$$t_n=3\tau_{n1}=\frac{3P_0V_0}{\dot{m}_0(\chi RT_*)_0(1-\frac{\rho_1 S P_0}{\dot{m}_0}\left(\frac{dU}{dP}\right)_0)}, \tag{19}$$

где P_0 - положительный корень уравнения (15) с учетом условия (16).

Полученные соотношения (14), (16), а также выражение (19) могут быть использованы при проектировании газогенераторов на комбинированном топливе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Райзберг Б.А., Ерохин Б.Т., Самсонов К.П. Основы теории рабочих процессов в ракетных системах на твердом топливе. - М.: Машиностроение, 1972. – 383 с.

2. Серебряков М.Е. Внутренняя баллистика ствольных систем и пороховых ракет. – М.: Оборонгиз, 1962. - 602 с.

3. Присняков В.Ф. Динамика ракетных двигателей твердого топлива.- М.: Машиностроение, 1984. – 248 с.

4. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория автоматического регулирования. – М.: Наука, 1975. – 768 с.