

## АЛГОРИТМ СУМІСНОГО ВИЯВЛЕННЯ І ВИЗНАЧЕННЯ КІЛЬКОСТІ СИГНАЛІВ

О.Б. Жолобенко, к.т.н. І.Д.Овсянніков

На основі теорії нелінійної фільтрації умовних марковських процесів синтезовано алгоритм сумісного виявлення і визначення кількості сигналів від декількох рознесених за кутовою координатою джерел при наявності випадкових викривлень фаз на виходах елементів приймальної антенної ґратки.

Для підвищення можливостей кутового розрізнення джерел радіосигналів використовуються антени з великою базою. Але для таких антен неідеальність середовища розповсюдження суттєво впливає на форму фазового фронту падаючої хвилі [1], що призводить як до помилок вимірювання координат радіоджерел, так і до помилок формування радіозображень. Завчасне врахування ступені викривлення сигналів, що приймаються, неможливе, так як стан неоднорідності середовища вздовж різних трас розповсюдження радіохвиль не тільки відрізняється, але й змінюється з часом в тій чи іншій мірі. Виникає необхідність поточного оцінювання подібних викривлень і врахування їх при вимірюванні параметрів прийнятих сигналів.

Розглянемо лінійну антенну ґратку (АГ), що складається із  $R+1$  прийомного елемента. Припустимо, що в дальній зоні антени знаходиться  $M$  джерел, що випромінюють радіосигнали виду

$$S_i(t) = A_i(t)\cos(\omega_0 t + \varphi_{0i}(t)), \quad i=1, \dots, M, \quad (1)$$

які розповсюджуючись в неоднорідному середовищі набувають амплітудно-фазових викривлень. Враховуючи тільки фазові флуктуації, вирази для сигналів, що спостерігаються на виходах прийомних елементів, запишуться

$$G(\alpha, t) = \sum A_i(t)\cos(\omega_0 t + \varphi_{0i}(t) + \mathbf{d}(\alpha)z_i + \varphi_i(\alpha, t)) + \xi(\alpha, t), \quad (2)$$

де  $\alpha$  - номер елемента АГ,  $\alpha=0, \dots, R$ ;  $\xi(\alpha, t)$  - завада типу "білий" гауссівський шум з характеристиками  $\langle \xi(\alpha, t) \rangle = 0$ ,  $\langle \xi(\alpha, t_1) \xi(\beta, t_2) \rangle =$

$0.5N_0\delta(\alpha-\beta)\delta(t_2-t_1)$ ,  $N_0$ - одностороння спектральна густина внутрішніх шумів елементів АГ;  $\delta(t)$ - дельта-функція;  $\mathbf{d}(\alpha)$  - відстань від початку відліку до  $\alpha$  - го прийомного елемента;  $\varphi_i(\alpha, t)$  - випадкова фазова добавка в елементі з номером  $\alpha$  для сигналу  $i$  - го джерела; Дужки  $\langle \dots \rangle$  визначають операцію статистичного усереднення. Напрямки на джерела характеризуються узагальненими кутами  $\mathbf{z}_i = (2\pi/\lambda)\sin\theta_i$ ,  $i = 1, \dots, M$ , де  $\theta_i$  - кут між нормаллю до ґратки та напрямком на  $i$  - те джерело випромінювання,  $\lambda$  - довжина хвилі зонduючого сигналу. Амплітуда  $A_i(t)$  і початкова фаза  $\varphi_{oi}(t)$  є незалежними випадковими функціями, причому  $A_i(t)$  розподілена за законом Релея, а  $\varphi_{oi}(t)$  - рівномірно на  $[-\pi, \pi]$ .

Позначимо

$$\begin{aligned}x_i(t) &= A_i(t)\cos\varphi_{oi}(t), \\y_i(t) &= A_i(t)\sin\varphi_{oi}(t), \\ \psi_i(\alpha, t) &= \varphi_i(\alpha, t) + \mathbf{d}(\alpha)z_i,\end{aligned}$$

тоді співвідношення (2) запишеться у вигляді

$$\begin{aligned}G(\alpha, t) &= \sum_{i=1}^M \left\{ [x_i(t)\cos\psi_i(\alpha, t) - y_i(t)\sin\psi_i(\alpha, t)]\cos\omega_0 t - \right. \\ &\quad \left. - [y_i(t)\cos\psi_i(\alpha, t) - x_i(t)\sin\psi_i(\alpha, t)]\sin\omega_0 t \right\} + \xi(\alpha, t), \alpha = 0, \dots, R\end{aligned}\quad (3)$$

$x_i(t)$ ,  $y_i(t)$ ,  $\varphi_i(\alpha, t)$  - є незалежними нормальними випадковими процесами, що описуються лінійними диференціальними рівняннями першого порядку:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}x_i(t) &= -\eta_i x_i(t) + n_i^x(t), \\ \frac{d}{dt}y_i(t) &= -\eta_i y_i(t) + n_i^y(t), \\ \frac{d}{dt}\varphi_i(\alpha, t) &= -\eta_i^\varphi \varphi_i(\alpha, t) + n_i^\varphi(\alpha, t), \quad i = 1, \dots, M\end{aligned}\quad (4)$$

де  $n_i^x(t)$ ,  $n_i^y(t)$ ,  $n_i^\varphi(\alpha, t)$  - формуючі гауссівські білі шуми з нульовими середніми та кореляційними функціями

$$\begin{aligned}\langle n_i^x(t_1)n_m^x(t_2) \rangle &= \frac{1}{2}r_{im}\sqrt{N_i^x N_m^x}\delta(t_2 - t_1), \\ \langle n_i^y(t_1)n_m^y(t_2) \rangle &= \frac{1}{2}r_{im}\sqrt{N_i^y N_m^y}\delta(t_2 - t_1), \\ \langle n_i^x(t_1)n_m^y(t_2) \rangle &= 0, \quad i, m = 1, \dots, M,\end{aligned}\quad (5)$$

де  $r_{im}$  - коефіцієнт взаємної кореляції між відповідними квадратурами радіолокаційних сигналів, випромінюваних  $i$  - м та  $m$  - м джерелами,

$$\langle n_i^\Phi(\alpha, t_1) n_k^\Phi(\beta, t_2) \rangle = \frac{1}{2} \sqrt{N_i^\Phi N_k^\Phi} e^{(-i\alpha - \beta / c_{ik}^\Phi)} \delta(t_2 - t_1). \quad (6)$$

$N_i^x, N_i^y, N_i^\Phi$  - односторонні спектральні густини формуючих шумів.

Введемо систему несумісних послідовних гіпотез  $H_k$  про наявність в прийнятому коливанні  $k$  сигналів  $k = 0, 1, 2, \dots, Q; Q \leq R+1$

$$\begin{aligned} G_k(\alpha, t) = & \Theta \{ [x_k(t) \cos \psi_k(\alpha, t) - y_k(t) \sin \psi_k(\alpha, t)] \cos \omega_0 t - \\ & - [y_k(t) \cos \psi_k(\alpha, t) + x_k(t) \sin \psi_k(\alpha, t)] \sin \omega_0 t \} + \\ H_k: & + \sum_{i=1}^{k-1} \{ [x_i(t) \cos \psi_i(\alpha, t) - y_i(t) \sin \psi_i(\alpha, t)] \cos \omega_0 t - \\ & - [y_i(t) \cos \psi_i(\alpha, t) + x_i(t) \sin \psi_i(\alpha, t)] \sin \omega_0 t \} + \xi(\alpha, t), \end{aligned} \quad (7)$$

де  $\alpha = 0, \dots, R$ .

Критерій відношення правдоподібності (ВП) перевірки гіпотези  $H_k$  проти альтернативи  $H_{k-1}$  визначимо статистикою

$$\Lambda_k(t) = \frac{L(G(t)|H_k)}{L(G(t)|H_{k-1})} = \frac{L(G_k(t)|\Theta = 1)}{L(G_k(t)|\Theta = 0)} = \frac{L_k}{L_{k-1}}, k = 1, \dots, Q, \quad (8)$$

де  $L(G(t)|H_k)$  - функція правдоподібності прийнятого сигналу в припущенні гіпотези  $H_k$ ,  $G(t) = \| G(0, t), \dots, G(R, t) \|$ .

Приймаючи припущення про гауссівський вигляд апостеріорних густин ймовірностей параметрів сигналів

$$\lambda^{(k)} = \| x_1, y_1, z_1, \dots, x_k, y_k, z_k, \varphi_1(0), \dots, \varphi_k(R) \| \quad (9)$$

і використовуючи методику /2, 3/, одержимо систему диференціальних рівнянь для оцінок всіх параметрів прийнятих сигналів при гіпотезі  $H_k$  та рівняння для логарифма відношення правдоподібності (ЛВП). Позначивши  $\alpha_k(t) = \ln \Lambda_k(t)$ ,  $p=R+4$  - кількість параметрів одного сигналу, рівняння запишуться

$$\frac{d}{dt} \hat{x}_i^{(k)} = -\eta_i \hat{x}_i^{(k)} + \frac{2}{N_0} \sum_{\alpha=0}^R \sum_{m=1}^K (K_{im}^{xx(k)} F_m^{x(k)} + K_{im}^{xy(k)} F_m^{y(k)} + K_{im}^{xz(k)} F_m^{z(k)}),$$

$$\frac{d}{dt} \hat{y}_i^{(k)} = -\eta_i \hat{y}_i^{(k)} + \frac{2}{N_0} \sum_{\alpha=0}^R \sum_{m=1}^K (K_{im}^{yx(k)} F_m^{x(k)} + K_{im}^{yy(k)} F_m^{y(k)} + K_{im}^{yz(k)} F_m^{z(k)}),$$

$$\frac{d}{dt} \hat{z}_i^{(k)} = \frac{2}{N_0} \sum_{\alpha=0}^R \sum_{m=1}^K (K_{im}^{zx(k)} F_m^{x(k)} + K_{im}^{zy(k)} F_m^{y(k)} + K_{im}^{zz(k)} F_m^{z(k)}),$$

$$\frac{d}{dt} \hat{\varphi}_i^{(k)}(\beta, t) = -\eta_i^\Phi \hat{\varphi}_i^{(k)}(\beta, t) + \frac{2}{N_0} \sum_{\alpha=0}^R \sum_{m=1}^K (K_{im}^{\Phi\alpha\Phi\beta(k)} F_m^{\Phi\alpha(k)}),$$

$$\text{де } \mathbf{F}^{(k)}(\boldsymbol{\alpha}, t) = \mathbf{G}(\boldsymbol{\alpha}, t) \mathbf{G}^{(k)}(\boldsymbol{\alpha}, t) - \frac{\mathbf{G}^{2(k)}(\boldsymbol{\alpha}, t)}{2}.$$

$$\frac{d}{dt} z_k(t) = \frac{2}{N_0} \left\{ \sum_{\alpha=0}^R \mathbf{G}(\boldsymbol{\alpha}, t) \left[ \widehat{\mathbf{G}}_k(\boldsymbol{\alpha}, t) - \widehat{\mathbf{G}}_{k-1}(\boldsymbol{\alpha}, t) \right] - \left[ \sum_{i,j}^{pk} \mathbf{K}_{ij}^{(k)} \Phi_{ij}^{(k)} - \sum_{i,j}^{p(k-1)} \mathbf{K}_{ij}^{(k-1)} \Phi_{ij}^{(k-1)} \right] - \right. \quad (10)$$

$$\left. - \frac{R+1}{2} \left[ \left( \sum_{i=1}^k \widehat{x}_i^{(k)} \right)^2 + \left( \sum_{i=1}^k \widehat{y}_i^{(k)} \right)^2 - \left( \sum_{i=1}^{k-1} \widehat{x}_i^{(k-1)} \right)^2 - \left( \sum_{i=1}^{k-1} \widehat{y}_i^{(k-1)} \right)^2 \right] \right\},$$

де  $\widehat{\mathbf{G}}_k(\boldsymbol{\alpha}, t) = \mathbf{G}_k(\boldsymbol{\alpha}, t)$  при  $\lambda_i = \widehat{\lambda}_i$ ,  $i = 1, \dots, pk$ ;  $\mathbf{K}_{ij}^{(k)}$  - елементи дисперсійної матриці помилок оцінювання параметрів при гіпотезі  $\mathbf{H}_k$ , що визначаються шляхом розв'язання матричного диференціального рівняння

$$\frac{d}{dt} \mathbf{K}^{(k)} = \frac{N^{(k)}}{2} - \boldsymbol{\eta}^{(k)} \mathbf{K}^{(k)} - \mathbf{K}^{(k)} \boldsymbol{\eta}^{(k)T} - \mathbf{K}^{(k)} \boldsymbol{\Phi}^{(k)} \mathbf{K}^{(k)}, \quad (11)$$

$N^{(k)}$  - апіорна дифузійна матриця параметрів, що оцінюються,  $\boldsymbol{\eta}^{(k)}$  - матриця коефіцієнтів зносу,  $\boldsymbol{\Phi}^{(k)}$  - поточна матриця помилок параметрів, елементи якої

$$\Phi_{ij}^{(k)} = \sum_{\alpha=0}^R \left[ \varepsilon_k(\boldsymbol{\alpha}, t) \frac{\partial^2 \mathbf{G}_k(\boldsymbol{\alpha}, t)}{\partial \lambda_i^{(k)} \partial \lambda_j^{(k)}} - \frac{\partial \mathbf{G}_k(\boldsymbol{\alpha}, t)}{\partial \lambda_i^{(k)}} \frac{\partial \mathbf{G}_k(\boldsymbol{\alpha}, t)}{\partial \lambda_j^{(k)}} \right] \quad (12)$$

при  $\lambda_i = \widehat{\lambda}_i, \lambda_j = \widehat{\lambda}_j$ . Тут  $\varepsilon_k(\boldsymbol{\alpha}, t) = \mathbf{G}(\boldsymbol{\alpha}, t) - \widehat{\mathbf{G}}_k(\boldsymbol{\alpha}, t)$ .

Таким чином, структурна схема синтезованого алгоритму визначається співвідношеннями (10)-(12) і буде виглядати так, як показано на рисунку 1. На схемі показано  $\mathbf{Q}$  каналів ( $\mathbf{Q}$  - задана апіорі максимально можлива кількість джерел), що дорівнює кількості гіпотез. В кожному із каналів одержуємо оцінки всіх параметрів сигналів в припущенні відповідної гіпотези, які поступають на комутатори  $\mathbf{K}$  та на пристрої обчислення ВП. В рішаючому пристрої статистики  $\boldsymbol{\alpha}_1, \boldsymbol{\alpha}_2, \dots, \boldsymbol{\alpha}_Q$  обробляються у відповідності з прийнятим рішаючим правилом і виносяться рішення про кількість сигналів. Після цього на виході комутатора одержуємо оцінки сигналів у відповідності з прийнятою гіпотезою. Інші гіпотези відхиляються, а оцінки параметрів сигналів в цих каналах є псевдооцінками.

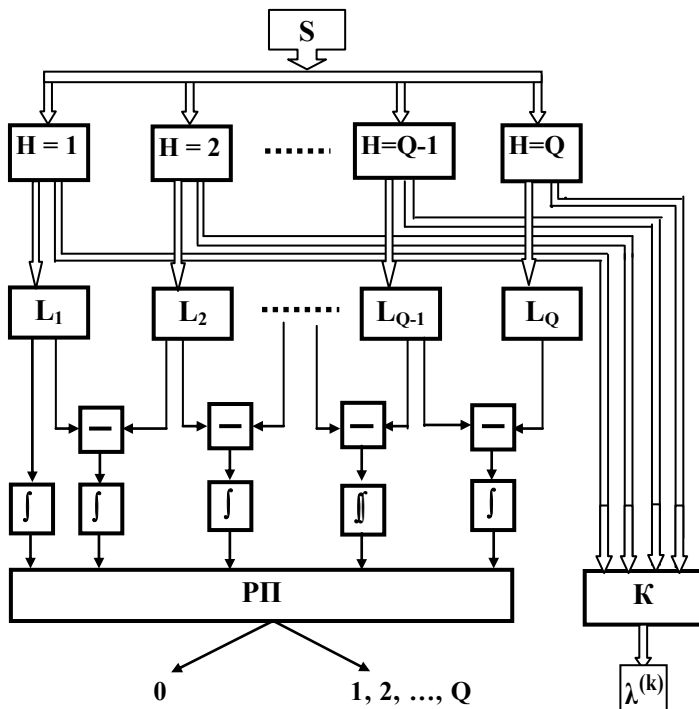


Рисунок 1

Із приведеної схеми видно, що процедуру виявлення і визначення кількості сигналів послідовною перевіркою гіпотез за критерієм ВП зручно організувати так. Задаючи рівень хибної тривоги  $\gamma$ , знаходимо поріг  $F(\gamma)$ . Перевіряємо гіпотезу  $H_1$  проти альтернативи  $H_0$ . Якщо  $\Theta = 0$ , то виносимо рішення про те, що прийняте коливання зумовлене шумовою завадою, і процес визначення кількості джерел на цьому закінчується. В протилежному випадку переходимо до перевірки гіпотези  $H_2$  проти альтернативи  $H_1$ . Якщо  $\Theta = 0$ , то суміш складається тільки з одного сигналу, інакше перевіряємо  $H_3$  проти  $H_2$  і т.д. Якщо гіпотеза  $H_k$  приймається (тобто  $\alpha_k > F(\gamma)$ ), а гіпотеза  $H_{k+1}$  відкидається ( $\alpha_{k+1} < F(\gamma)$ ), то приймається рішення про наявність  $k$  сигналів в прийнятій суміші і використовуються оцінки параметрів, одержані при гіпотезі  $H_k$ . В тому ж випадку, коли приймаються всі гіпотези до  $H_Q$  включно, то оцінка приймається рівною  $Q$ .

На рисунку 2 представлено результати моделювання алгоритму визначення кількості сигналів і оцінювання їх параметрів при  $M=3$ ,  $R=4$ ,  $Q=4$ . Три джерела були рознесені в просторі на відстані півширини

головної пелюстки діаграми направленості (ДН). Амплітуди сигналів всіх трьох джерел однакові, флуктуації фаз в елементах АГ не

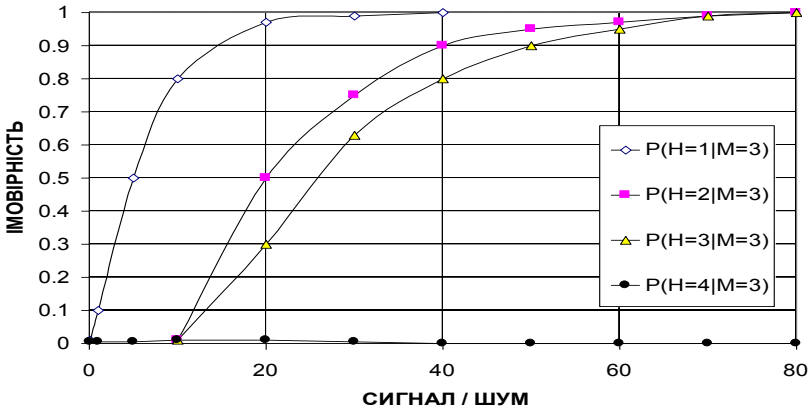


Рисунок 2

перевищували  $0,4 \text{ рад}$ . Рівень хибної тривоги при виборі порогу  $F$  був заданий  $\gamma=0,01$ . Відношення с/ш для кожного сигнала визначалося співвідношеннями  $q_i=(x_i^2+y_i^2)T/N_0$ . Графіки, показані на рисунку 2, є результатом усереднення по 200 незалежних реалізаціях. Вираз  $P(H=k|M=i)$  означає ймовірність прийняття рішення про наявність в суміші сигналів  $k$  джерел, тоді як в прийнятій суміші містяться сигнали  $i$  джерел. У відповідності з описаним алгоритмом прийняття рішення про кількість джерел випромінювання гіпотези про наявність в суміші одного, двох та трьох сигналів приймаються, а гіпотеза про наявність чотирьох сигналів відхиляється.

Таким чином, синтезований квазіоптимальний алгоритм дозволяє розрізняти джерела радіосигналів в умовах викривлення неоднорідним середовищем форми фазових фронтів падаючих хвиль навіть в тих випадках, коли кутова відстань між ними менша за ширину головної пелюстки ДН.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Кравцов Ю.А., Фейзулин З.И., Виноградов А.Г. Прохождение радиоволн через атмосферу Земли.- М.: Радио и связь, 1983.-224 с.
2. Тихонов В.И., Кульман Н.К. Нелинейная фильтрация и квазикогерентный прием сигналов.- М.: Сов. радио, 1975.-704 с.
3. Сосулин Ю.Г. Теория обнаружения и оценивания стохастических сигналов.-М.: Сов. радио, 1978.-320 с.