УДК 519.92

РАНЖИРОВАНИЕ НЕЧЕТКИХ ЧИСЕЛ НА ОСНОВЕ ИХ ЧИСЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

А. А. Адаменко
(представил д.т.н., проф. В. М. Бильчук)

Предлагается метод построения отношения порядка на множестве нечетких чисел, в интересах чего вводится понятие числовой характеристики нечеткого числа, учитывающей отношение лица, принимающего решение (ЛПР) к риску.

При принятии решения в условиях нестохастической неопределенности значения функции полезности $\mathbf{N}$ альтернатив могут представлять собой нечеткие числа [1] $\tilde{\mathbf{W}}_{\mathbf{i}}, \mathbf{i} = \overline{\mathbf{1,N}}$. В интересах ранжирования альтернатив по мере их предпочтения возникает необходимость построения отношения порядка на множестве нечетких чисел (НЧ) $\{\tilde{\mathbf{W}}_{\mathbf{i}}\}$.

Построение отношения порядка на множестве обычных (четких) чисел возможно проводить в зависимости от их местоположения на числовой оси. Местоположение числа обычно характеризуется абсциссой, в качестве которой выступает относительная величина числа. Этот подход можно применить и для ранжирования НЧ. Но так как, координата НЧ является размытой на некотором интервале числовой оси, то отношение порядка на множестве НЧ может быть четким и нечетким. В том случае, когда пересечение носителей НЧ $\tilde{\mathbf{W}}_{\mathbf{i}} = \{\mu_{\tilde{\mathbf{W}}_{\mathbf{i}}}(\mathbf{u}), \mathbf{u}\}$, ($\mathbf{u} \in \mathbf{U}$, $\mathbf{U}$ - универсальное множество) пусто, то отношение порядка между НЧ будет четким. Здесь можно говорить об отношении порядка лишь типа «больше» или «меньше». При этом, большим НЧ принято считать то, элементы носителя которого на числовой оси $\mathbf{R} \in \mathbf{U}$ расположены правее. Если же носители сравниваемых НЧ пересекаются, то говорят о нечетком отношении порядка.

В случае, если отношение порядка на множестве НЧ нечетко, то в качестве числовой характеристики положения НЧ на оси может выступать некоторое среднее, ориентировочное значение, около которого группируются все элементы НЧ. Рассмотрим процедура нахождения среднего значения нечеткого числа.

Представим НЧ $\tilde{W}_i, i=\overline{1,N}$, в виде k множеств $W_i^{\alpha_j}$ уровня α_j, $j=\overline{1,k}$. Все элементы этих множеств расположены на одной числовой оси (дискретной или непрерывной), а множества $W_i^{\alpha_j}$ представляют собой некоторые интервалы данной оси, вложенные друг в друга. Каждому j-му интервалу, которому принадлежат элементы множества $W_i^{\alpha_j}$, можно приписать уровень достоверности, равный α_j. Местоположение на числовой оси интервала, соответствующего множеству $W_i^{\alpha_j}$ можно характеризовать координатой $M(W_i^{\alpha_j})$ его центра для непрерывного интервала и средним арифметическим величин элементов для дискретного интервала, при этом учитывая отношение ЛПР к риску (к пессимистической и оптимистической оценкам НЧ $\tilde{W}_i$). Следовательно,

$$M(W_i^{\alpha_j}) = \lambda_1 \cdot u_1 + \lambda_2 \cdot u_2 \quad \text{- для непрерывных НЧ,}$$

где λ_1, λ_2 - мера предпочтения пессимистической и оптимистической оценок НЧ $\tilde{W}_i$;

$$u_1 = \inf_{u \in W_i^{\alpha_j}} u, \; u_2 = \sup_{u \in W_i^{\alpha_j}} u; \; \lambda_1 + \lambda_2 = 1;$$

$$M(W_i^{\alpha_j}) = \frac{1}{\sum\limits_{k=1}^{n_i^{\alpha_j}} \gamma_k} \cdot \sum_{u_k \in W_i^{\alpha_j}} \gamma_k \cdot u_k \quad \text{- для дискретных НЧ,}$$

где $n_i^{\alpha_j}$ - количество элементов во множестве $W_i^{\alpha_j}$;

γ_k - мера предпочтения k - го элемента множества $W_i^{\alpha_j}$, которую можно найти, например, из следующего соотношения:

$$\gamma_k = \begin{cases} \lambda_1, \; u_k < u_{мп}; \\ \lambda_2, \; u_k \ge u_{мп}, \end{cases}$$

где $\mathbf{u_{мп}}$ - элемент НЧ $\tilde{\mathbf{W}}_\mathbf{i}$, имеющий максимальную степень принадлежности.

В результате нахождения характеристик положения всех интервалов будем иметь $\mathbf{k}$ точек на числовой оси. Достоверность каждой $\mathbf{j}$ - й точки, где $\mathbf{j = \overline{1,k}}$, равна $\alpha_\mathbf{j}$. Для нахождения числовой характеристики местоположения этих точек на числовой оси целесообразно воспользоваться так называемым «средним взвешенным» их координат, причем каждая координата при усреднении должна учитываться с «весом», пропорциональным ее достоверности. Учитывая выше сказанное, числовую характеристику $\mathbf{H(\tilde{W}_i)}$ местоположения НЧ $\tilde{\mathbf{W}}_\mathbf{i}$ на числовой оси можно найти из выражения

$$\mathbf{H(\tilde{W}_i) = \frac{1}{\sum_{j=1}^{k} \alpha_j} \cdot \sum_{j=1}^{k} M(W_i^{\alpha_j}) \cdot \alpha_j} .$$

Согласно предложенной процедуре ранжирования нечетких чисел наиболее предпочтительной будет считаться альтернатива, у которой числовая характеристика нечеткого значения функции полезности $\tilde{\mathbf{W}}_\mathbf{i}$ больше.

Так же, как и некоторые известные нам процедуры ранжирования ННЧ, предложенная нами процедура позволяет учитывать вид функции принадлежности НЧ. Сравнение результатов ранжирования НЧ с использованием уже известных процедур и предложенной нами процедуры подтверждает их совпадение. Однако, предложенная процедура позволяет избежать вычислительных трудностей, связанных с проведением арифметических операций над НЧ и с интегрированием нечетких функций. Кроме того, она позволяет учитывать отношение ЛПР к риску и может быть использована для ранжирования как дискретных, так и непрерывных НЧ, а также для ранжирования нечетких чисел, типы носителей которых различны.

ЛИТЕРАТУРА

1. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и ее применение к принятию приближенных решений. – М.: Мир, 1976. – 165 с.