УДК 621.396.96.001

# АДАПТАЦИЯ ФАЗОВОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ К ИСКАЖЕНИЯМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СИГНАЛОВ

к.т.н. У.Р. Лиепинь, Л.В. Головина, В.Н. Куприй
(представил д.т.н., проф. Я.С. Шифрин)

Показана возможность реализации алгоритма адаптации к флуктуациям фазового распределения сигналов средой, базирующегося на методе Ньютона, без формирования и обращения матрицы Гессе.

Квазиоптимальные алгоритмы адаптации фазовой антенной решетки (ФАР) к искажениям амплитудно - фазового распределения (АФР) сигналов средой распространения радиоволн описаны в [1,2]. Они обеспечивают точность адаптации, близкую к потенциально возможной, но требуют для своей реализации большое количество промежуточных вычислений. Вызвано это необходимостью оценки дисперсии ошибок фазирования по каждой составляющей разложения АФР и коэффициентов корреляции между этими ошибками. Для получения максимально правдоподобных оценок этих параметров необходимо делать большое количество выборок сигналов и производить при каждой выборке ориентировочно $\mathbf{2N^2}$ ($\mathbf{N}$ – количество каналов в решетке) операций умножения. В многоканальных РЛС это может быть причиной того, что время достижения установившегося режима в системах адаптации превысит время корреляции флуктуаций АФР сигналов.

Существенно меньшее количество промежуточных вычислений могут иметь алгоритмы адаптации, базирующиеся на методе Ньютона, формирующем максимально правдоподобные оценки измеряемых величин за минимальное число итераций [3]. Однако, подготовка каждой следующей итерации в этом методе требует вычисления элементов матрицы Гессе, составленной из вторых производных функции качества, и ее обращения. Если эту матрицу не удастся диагонализировать, то реализация метода Ньютона также требует большого количества промежуточных вычислений.

Целью работы является доказательство возможности диагонализировать матрицу Гессе в алгоритме адаптации к искажениям АФР сигналов методом Ньютона для ситуаций, когда функцией качества адаптации выбран интегральный критерий в виде достижения максимума средней мощности сигнала в сумматоре решетки, а измеряемыми величинами являются коэффициенты ряда Уолша - Фурье, которым представлено

АФР.

***Постановка задачи.*** Рассматривается вариант адаптации ФАР к искажениям фазового распределения (ФР). Комплексная амплитуда смеси сигнала и шума, принятая в **i** - м канале **N** канальной линейной эквидистантной антенной решетки записывается в виде

$$\dot{y}_i = \dot{x}\exp(j\xi_i) + \dot{n}_i, \ i \in \overline{0, N-1}, \tag{1}$$

где $\dot{x}$, $\dot{n}_i$ - комплексные амплитуды сигнала и шума соответственно;

$\xi_i$ - описывают искажения ФР в принимаемой радиоволне.

ФР в решетке $\varphi_i[s]$, формируемое системой адаптации, и $\xi_i$ представлены рядом Фурье в базисе функций Уолша

$$\varphi_i[s] = \sum_r \hat{\alpha}_r[s] w(r,i); \ \xi_i = \sum_r \alpha_r w(r,i), \tag{2}$$

где $r \in 0, N-1; s \in 0, S-1;$ $r$ - номера членов разложения; $s, S$ - номера и количество шагов итерационного процесса; $w(r,i)$ - функции Уолша, упорядоченные по Адамару [4]; $\alpha_r, \hat{\alpha}_r[s]$ - коэффициенты ряда Уолша, описывающие искажения фазового распределения и их оценки системой адаптации соответственно.

Учитывая (2), выходной суммарный сигнал решетки представляется в виде

$$\dot{Y}[s] = \sum_i [\dot{x}\exp(j\xi_i) + n_i]\exp(-j\varphi_i[s]). \tag{3}$$

Средняя мощность смеси для статистически независимых $\dot{x}$ и $\dot{n}_i$ равна

$$\begin{aligned} P[s] = p_c \sum_i \sum_k \exp\left\{ j\sum_r \Delta_r[s][w(r,i) - w(r,k)] \right\} + \\ + \sum_i \sum_k \rangle \dot{n}_i n_k^* \langle \exp\left\{ -j\sum_r \hat{\alpha}_r[s][w(r,i) - w(r,k)] \right\}, \end{aligned} \tag{4}$$

где $k \in \overline{0, N-1}$, а знак $\rangle\cdot\langle$ обозначает статистическое усреднение;

$p_c = \rangle |\dot{x}|^2 \langle$ - средняя мощность сигнала в каналах решетки;

$$\Delta_r[s] = \alpha_r - \hat{\alpha}_r[s]. \tag{5}$$

Алгоритм, реализующий метод Ньютона при поиске коэффициентов $\hat{\alpha}_r$, максимизирующих $P[s]$, записывается в виде [3]

$$\hat{\alpha}[s+1]=\hat{\alpha}[s]-C^{-1}[s]\partial P[s]/\partial\hat{\alpha},\qquad(6)$$

где $\hat{\alpha}$ - вектор-столбец коэффициентов $\hat{\alpha}_r$, размерности $N\times 1$;

$$C[s]=\left\|\frac{\partial^2 P[s]}{\partial\hat{\alpha}_r\partial\hat{\alpha}_n}\right\|,\ \ n\in\overline{0,N-1}\quad -\qquad(7)$$

матрица Гессе размерности $N\times N$.

Градиент функции качества $G_n[s]$ по $n$ - й составляющей разложения Уолша

$$G_n[s]=\frac{\partial P[s]}{\partial\hat{\alpha}_n}=-j\left\{p_c\sum_i\sum_k[w(n,i)-w(n,k)]\exp\{j[\xi_i-\varphi_i[s]]\}\right\}+G_{пщ}[s],\qquad(8)$$

где
$$G_{пщ}[s]=-j\left\{\sum_i\sum_k\rangle\dot{n}_i n_k^*\langle[w(n,i)-w(n,k)]\exp\{-j[\xi_i-\varphi_i[s]]\}\right\}\quad -\qquad(9)$$

шумовая составляющая градиента.

Если шумы в каналах решетки статистически независимы, то среднее значение $G_{пщ}[s]=0$. С учетом этого выражения (7) можно представить в виде

$$G_n[s]=-jp_c\left\{\dot{F}_n[s]\cdot F^*[s]-F_n^*[s]\cdot\dot{F}[s]\right\},\qquad(10)$$

где
$$\dot{F}_n[s]=\sum_i w(n,i)\exp\left\{j\sum_r\Delta_r[s]w(r,i)\right\},\qquad(11)$$

а $\dot{F}[s]$ соответствует $\dot{F}_n[s]$ при $n=0$.

***Анализ алгоритма.*** Для определения градиента в (10) и элементов матрицы Гессе (6), воспользуемся разложением

$$\exp\{j[\xi_i-\varphi_i[s]]\}=1+j^u\frac{1}{u!}\left[\sum_r\Delta_r[s][w(r,i)-w(r,k)]\right]^u,\ \ u=0,1,2,\ \dots\ .\qquad(12)$$

Используя свойство ортогональности функций Уолша [4]

$$\sum_i w(r,i)\cdot w(n,i)=\begin{cases}N,\ r=n;\\ 0,\ r\neq n,\quad r,n\in\overline{0,N-1},\end{cases}\qquad(13)$$

можно показать, что для малых ошибок или в режиме, близком к установившемуся (когда в (12) $u\le 3$), справедливо:

$$G_n[s]\approx 2N^2p_c(\alpha_n-\hat{\alpha}_n[s]);\qquad(14)$$

$$\frac{\partial^2 P[s]}{\partial\hat{\alpha}_n^2}\approx -2N^2p_c+2N^2p_c(\alpha_n-\hat{\alpha}_n[s]);\qquad(15)$$

$$\frac{\partial^2 P[s]}{\partial \hat{\alpha}_n^2} \approx 2N^2 p_c(\alpha_n - \hat{\alpha}_n[s])(\alpha_r - \hat{\alpha}_r[s]),\ r,n \in \overline{0, N-1}\,. \quad (16)$$

Из (15), (16) видно, что по мере завершения переходных процессов в системе адаптации матрица Гессе действительно диагонализируется. Разность $\alpha_n - \hat{\alpha}_n[s]$ стремится к нулю, что означает стремление к нулю недиагональных членов этой матрицы. Диагональные члены, согласно (15), по величине стремятся к удвоенной мощности сигнала в исправной решетке и одинаковы для всех членов разложения (2).

Используя приведенные приближения можно показать, что для малых ошибок алгоритм (4) сходится за одну итерацию

$$\hat{\alpha}_n[1] = \hat{\alpha}_n[0] - \left[-2N^2 p_c\right] \cdot 2N^2 p_c(\alpha_n - \hat{\alpha}_n[0]) = \alpha_n\,.$$

При программировании предлагаемого алгоритма необходимо учесть, что выражения (10) - (16) получены в предположении, что процедуры усреднения уже совершены. Реально наблюдению доступно ограниченное число выборок сигналов и вместо (10) алгоритмически можно реализовать вычисление среднего градиента по формуле

$$G_{n,M}[s] = -jM^{-1} \sum_m \left\{\dot{Y}_{n,m}[s] Y_m^*[s] - Y_{n,m}^*[s] \dot{Y}_m[s]\right\},\quad m \in 1, M\,, \quad (17)$$

где $$\dot{Y}_{n,m}[s] = \sum_i \left[\dot{x}_m \exp(j\xi_i) + \dot{n}_{i,m}\right] w(n,i) \exp\left\{-j\sum_r \hat{\alpha}_r[s] w(r,i)\right\}; \quad (18)$$

$\dot{Y}_m[s]$ - соответствует $\dot{Y}_{n,m}[s]$ при $n = 0$;

$m$ - номера выборок смеси сигнала и шума.

$M$ - количество выборок смеси сигнала и шума.

При выборе способа определения элементов $C[s]$ необходимо учесть следующее. Диагональные элементы $C^{-1}[s]$ в основном определяют длину шагов в итерационном процессе (4), а недиагональные элементы - степень взаимного влияния ошибок адаптации между составляющими разложения (2). Следовательно, расчет элементов $C^{-1}[s]$ в этом алгоритме адаптации позволяет учитывать те же эффекты, что и расчет дисперсии ошибок и их взаимной корреляции в квазиоптимальном алгоритме [1].

В предлагаемом алгоритме, учитывая тенденцию изменения элементов матрицы Гессе ((15) – (16)), можно на каждом шаге итерационного процесса рассчитывать только один, одинаковый для всех составляющих разложения, диагональный член обратной матрицы Гессе

$$C_n^{-1}[s] = -2M^{-1}\sum_m \left|\dot{Y}_m[s]\right|^{-2}. \qquad (19)$$

Такой способ расчета $C_n^{-1}[s]$ позволяет изменять в процессе адаптации длину шагов итерационной процедуры пропорционально изменению ошибок адаптации и обеспечить в конце переходного процесса оптимальную величину шага.

***Выводы.*** Представление искажений ФР сигналов средой рядом Уолша и измерение в процессе адаптации коэффициентов этого ряда позволяют организовать вычисления согласно методу Ньютона, формирующему за минимальное число итераций максимально правдоподобные оценки измеряемых величин, без формирования и обращения матрицы Гессе. Для подготовки последующих итераций необходимо произвести только операции быстрого преобразования Уолша (БПУ). Если $\mathbf{N = 2^n}$, то БПУ содержит только $\mathbf{N \cdot n}$ операций сложения и вычитания [4]. Это позволяет существенно увеличить быстродействие алгоритма и использовать его для адаптации к быстрым изменениям АФР сигналов за счет изменения параметров среды или из - за колебаний конструкции решетки.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Маслов А.Ф., Нестеров К.П. Квазиоптимальный алгоритм измерения амплитуд и фаз сигналов на выходах элементов приемной антенной решетки, работающей в неоднородной среде// Радиотехника и электроника. – 1983. – Т. 28, №3. – С. 491 - 500.
2. Скворцов Т.А. Использование марковских моделей в задачах управления излучающими радиотехническими системами // Радиотехника. – 1991. – № 1. – С. 3 - 5.
3. Репин В.Г., Тартаковский Г.П. Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптации информационных систем. – М.: Сов. радио, 1977. – 432 с.
4. Хармут Х. Теория секвентного анализа: Перевод с англ. – М.: Мир, 1990. – 574 с.