

ДИСПЕРСИОННЫЕ СВОЙСТВА ПЛАЗМОПОДОБНЫХ СРЕД С СИЛЬНОНЕРАВНОВЕСНОЙ ФУНКЦИЕЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

к.т.н. Г.Ф. Коняхин, А.Ю. Мелашенко, З.Ю. Литвина, к.ф.-м.н. В.Е. Новиков
(представил д.т.н., проф. Л.Ф. Купченко)

Оценивается дисперсия волн в плазме со степенным законом распределения частиц. Показаны условия поглощения и прохождения электромагнитной волны в плазмоподобной среде с сильнонеравновесной функцией распределения электронов.

В [1 – 3] показано, что при наличии в импульсном пространстве источника и стока энергии за счет прямого взаимодействия между частицами формируется неравновесная функция распределения электронов степенного типа. Причины возникновения степенных распределений могут быть весьма разнообразны: это модуляционная неустойчивость, различные виды параметрического воздействия на плазму, пучковая неустойчивость. Очевидно, что физические свойства систем частиц с такими распределениями могут иметь особенности по сравнению со свойствами в равновесном состоянии. Эффекты, связанные с такого рода функцией распределения, могут приводить к существенным изменениям эмиссионных, проводящих и других свойств среды. Наиболее чувствительными к виду функции распределения являются дисперсионные свойства, которые исследуются в данной работе.

1. Дисперсия и затухание волн в плазме со степенным распределением частиц

Рассмотрим дисперсию и затухание продольных волн в однородной изотропной плазме с сильнонеравновесной функцией распределения частиц. Тензор диэлектрической проницаемости $\epsilon_{i,j}(\omega, \vec{k})$ полностью определяется функцией распределения [4]

$$\epsilon_{i,j}(\omega, \vec{k}) = \epsilon'(\omega, \vec{k}) \frac{k_i k_j}{k^2} + \epsilon^t(\omega, \vec{k}) \left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right), \quad (1)$$

где продольная ϵ' и поперечная ϵ^t проницаемости связаны с распределением частиц соотношениями:

$$\epsilon'(\omega, \vec{k}) = 1 + \delta\epsilon'; \quad \delta\epsilon' = \frac{4\pi e^2}{k^2} \int d\vec{p} \frac{1}{\omega - \vec{k}\vec{v}} \frac{\partial f}{\partial \vec{p}}; \quad (2)$$

$$\varepsilon^t(\omega, \vec{k}) = 1 + \delta\varepsilon^t; \quad \delta\varepsilon^t = \frac{2\pi e^2}{k^2 \omega} \int d\vec{p} \frac{\left(\vec{k} \left[\vec{v} \vec{k} \right] \right)}{\omega - \vec{k} \vec{v}} \frac{\partial f}{\partial \vec{p}}. \quad (3)$$

2. Продольная диэлектрическая проницаемость

Вычислим продольную диэлектрическую проницаемость. Проведя интегрирование по углам в (2) и воспользовавшись тем, что

$$\frac{1}{x + i0} = p \frac{1}{x} - i\pi \delta(x),$$

получим:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \delta\varepsilon^l &= -\frac{16\pi^2 e^2}{mk^2} \int d\vec{p} \frac{p^2 f(p)}{\frac{\omega^2}{k^2} - v^2}; \\ \operatorname{Im} \delta\varepsilon^l &= -\frac{8\pi^2 m^2 e^2}{\omega^2} \left(\frac{\omega}{k} \right)^3 f\left(\frac{m\omega}{k} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Рассмотрим вещественную часть $\delta\varepsilon$ для чисто степенного распределения $f_s = A p^s$

$$\operatorname{Re} \delta\varepsilon = -\frac{16\pi^2 m^2 e^2}{\omega^2} \left(\frac{\omega}{k} \right)^3 f_s \left(\frac{m\omega}{k} \right) \int_0^\infty d\xi \frac{\xi^{s+2}}{1 - \xi^2}. \quad (5)$$

Интеграл, входящий в (5), сходится при $-3 < s < -1$. Сходимость этого интеграла, как видно из сравнения (5) и (4), приводит к тому, что вещественная и мнимая части $\varepsilon^l(\omega, \vec{k})$ в этом случае оказываются одного порядка, а из этого следует, что распространение ленгмюровских волн становится невозможным. В частности, все сказанное относится и к обоим кулоновским распределениям. Для этого важного случая $\varepsilon^l(\omega, \vec{k})$ имеет вид

$$\varepsilon^l(\omega, \vec{k}) = 1 + \frac{8\pi^3 e^2 A}{m\omega^2} \left(\frac{m\omega}{k} \right)^{1 \pm 1/2} \left(\mp \frac{1}{2} + i \right), \quad (6)$$

где верхний знак относится к распределению с постоянным потоком частиц, а нижний – с постоянным потоком энергии, A – интенсивность источника.

Следует отметить, что чисто степенное распределение в плазме реализоваться не может, так как кулоновское взаимодействие в ней экранируется. Подробное исследование, описанное в [5], показывает, что в плазме степенная функция распределения может установиться в области импульсов $p > p_T$, где p_T - тепловой импульс в плазме.

В связи с этим рассмотрим свойства неравновесной плазмы со степенной функцией при $p_1 < p < p_2$ ($p_2 \gg p_1$) и максвелловской функцией распределения при $p < p_1$. Для такой функции распределения выражение для $\varepsilon'(\omega, \bar{k})$ будет иметь вид

$$\varepsilon'(\omega, \bar{k}) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left\{ \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{p_1^2/2m\Gamma} d\xi \sqrt{\xi} \frac{e^{-\xi} - e^{-p_1^2/2m\Gamma}}{1 - \frac{p_1}{p_0} \xi} + \frac{4\pi A p_0^{s+3}}{n} \times \right. \\ \left. \times \left[\int_{p_1/p_0}^{p_2/p_0} d\xi \frac{\xi^{s+2}}{1-\xi^2} - \left(\frac{p_2}{p_0}\right)^s \int_0^{p_2/p_0} d\xi \frac{\xi^2}{1-\xi^2} + \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^s \left(\frac{1}{2} \ln \frac{1+p_1/p_0}{|1-p_1/p_0|} - \frac{p_1}{p_0} \right) \right] \right\}, \quad (7)$$

где $p_0 \equiv \frac{m\omega}{k}$, n - плотность плазмы в равновесном состоянии.

Если $p_0 \gg p_1$, то мнимая часть $\varepsilon'(\omega, \bar{k})$ будет определяться степенной функцией распределения, а в вещественную часть вносят вклад и равновесная, и неравновесная части распределения. Для $-3 < s < -1$ в силу сходимости интегралов можно в (7) положить $p_1 \rightarrow 0$, $p_2 \rightarrow \infty$. Тогда получим, что

$$\varepsilon'(\omega, \bar{k}) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left(1 + 3 \frac{\Gamma}{m} \frac{k^2}{\omega^2} + \frac{4\pi A p_0^{s+3}}{n} \left(\frac{1}{2} - i \right) \right). \quad (8)$$

В случае достаточно большой мощности источника

$$A \gg \frac{n}{2\pi p_0^{s+3}} \quad (9)$$

мнимая и вещественная части ε' становятся одного порядка и распространение продольных волн невозможно (они затухают), как уже говорилось выше. Если

$$A \ll \frac{n}{2\pi p_0^{s+3}},$$

то дисперсионные свойства плазмы определяются максвелловской функцией распределения, а затухание, которое в этом случае определяется степенной функцией, оказывается малым по сравнению с вещественной частью. Из дисперсионного уравнения для ленгмюровских колебаний

$$\varepsilon'(\omega, \bar{k}) = 0 \quad (10)$$

следует, что декремент затухания ленгмюровских волн равен

$$\text{Im} \omega = -\frac{\pi^2}{n} A u_\phi^{s+3} \omega_p, \quad u_\phi = \omega/k, \quad (11)$$

где u_ϕ - фазовая скорость волны.

Как и следовало ожидать, зависимость затухания от скорости - степенная. При $s > -3$ затухание растет с уменьшением \mathbf{k} , т.е. с ростом фазовой скорости (в противоположность обычному затуханию Ландау для равновесной плазмы). Такая аномальная зависимость от фазовой скорости может иметь существенные последствия. Отметим два из них. Хорошо известно, что длинноволновые неустойчивости в плазме представляют особый интерес как с точки зрения проблем ее удержания, так и для задач генерации пучковой и токовой неустойчивости. Поэтому аномалия в затухании Ландау для степенных распределений может привести к срыву этих неустойчивостей. Далее известно, что для кинетики ленгмюровской турбулентности характерна конденсация волн в длинноволновой области, что приводит к явлению коллапса. Следует ожидать существенного изменения протекающих в этом случае процессов, если установится степенное распределение с $s > -3$, поскольку в длинноволновой области теперь возникает интенсивный линейный сток энергии.

В приведенных выше вычислениях предполагалось, что фазовая скорость волны попадает в область степенного распределения. Если число степенных частиц оказывалось достаточно большим ($\mathbf{n}_s > \mathbf{n}$), то затухание становилось порядка вещественной части ϵ' , и волны не могли распространяться. Пусть теперь фазовая скорость не столь велика и лежит в области теплового распределения. В этом случае затухание будет определяться максвелловской функцией и может быть очень малым, а дисперсия этих слабозатухающих волн будет в основном определяться степенным распределением.

Действительно, выполнение неравенств $\mathbf{p}_0/\mathbf{p}_1 \ll 1$, $\mathbf{p}_0/\mathbf{p}_T \gg 1$, $\mathbf{p}_2/\mathbf{p}_0 \gg 1$ позволяет записать (7) в виде

$$\epsilon'(\omega, \bar{\mathbf{k}}) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left\{ 1 + 3 \frac{v_T^2 \mathbf{k}^2}{\omega^2} - \frac{s}{s+1} \frac{4\pi A m^2 \omega^2}{n k^2} \mathbf{p}_1^{s+1} - i \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega^3}{k^3 v_T^3} e^{-\frac{\omega^2}{2k^2 v_T^2}} - i \frac{2\pi^2 A p_0^{s+1}}{n} \left(\frac{p_2}{p_0} \right)^s \right\}. \quad (12)$$

В этом случае дисперсионное уравнение (10) приобретет следующий вид:

$$1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} - \frac{3v_T^2 \omega_p^2 \mathbf{k}^2}{\omega^4} + \frac{4\pi s A \omega_p^2}{(s+1)n} \mathbf{p}_1^{s+1} m^2 \frac{1}{k^2} = 0; \quad (13)$$

$$\omega^2 = \frac{\omega_p^2 + 3 \frac{\omega_p^2}{\omega^2} k^2 v_T^2}{1 + \frac{4\pi s \omega_p^2 m^2 \mathbf{p}_1^{s+1}}{s+1} \frac{A}{n} \frac{1}{k^2}}.$$

Как видно из (13), закон дисперсии продольных волн линеен в области малых значений \mathbf{k} :

$$k^2 \ll \frac{4\pi s \omega_p^2 p_1^{s+1} A m^2}{(s+1)n} \equiv k_{D_s}^2,$$

где $k_{D_s}^2$ - обратный квадрат дебаевского радиуса плазмы со степенной функцией распределения.

Действительно, дебаевский радиус связан с функцией распределения соотношением [6]

$$r_{D_s} = \left| \frac{4\pi e^2}{m} \int \left(\bar{\mathbf{k}} \frac{\partial f}{\partial \bar{\mathbf{v}}} \right) \frac{\partial \bar{\mathbf{v}}}{\bar{\mathbf{k}} \bar{\mathbf{v}}} \right|^{\frac{1}{2}}.$$

Отсюда, как легко видеть, для $\mathbf{f} = A \mathbf{p}^s$ и получается выражение

$$k_{D_s}^2 \equiv r_{D_s}^{-2} = 16\pi^2 e^2 m A \frac{s}{s+1} p_1^{s+1} \approx \frac{s}{2(s+1)(s+5)} \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{s+1} \frac{4\pi e n_s}{E}.$$

Волны, определяющиеся законом дисперсии (13), будут слабо затухать, если фазовая скорость волны будет удовлетворять условию $p_T^2 < m u_\phi^2 < p_1^2$. Эти ограничения приводят к следующим неравенствам для мощности источника в импульсном пространстве

$$1 \ll \frac{s}{s+1} \frac{4\pi A p_1^{s+1}}{n} \ll \left(\frac{p_1}{p_T} \right)^2 \quad (14)$$

или

$$n_s > n \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{s+3}.$$

Таким образом, в плазме при наличии достаточно мощного источника возможно существование акустических плазменных колебаний (электронного звука).

3. Поперечная диэлектрическая проницаемость

Найдем теперь поперечную диэлектрическую проницаемость плазмы для функции распределения вида $\mathbf{f}(\mathbf{p}) = f_M \theta(\mathbf{p}-\mathbf{p}_1) + A \mathbf{p}^s \theta(\mathbf{p}_1-\mathbf{p})$:

$$\begin{aligned} \epsilon^t(\omega, \bar{\mathbf{k}}) = & 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} + \frac{4\pi^2 e^2}{k\omega} 2A p_0^{s+2} \left\{ \int_0^{x_1} \frac{dx}{1-x^2} \left[\frac{s}{s+2} (x_2^{s+2} - x_1^{s+2}) - \right. \right. \\ & \left. \left. - x^2 (x_2^s - x_1^s) \right] + \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{1-x^2} \left[\frac{s}{s+2} (x_2^{s+2} - x^{s+2}) - x^2 (x_2^s - x^s) \right] \right\}; \end{aligned} \quad (15)$$

$$x = \frac{P}{P_0}.$$

Учитывая, что для поперечных волн фазовая скорость значительно больше скорости света, получаем для ϵ^t :

$$\epsilon^t(\bar{k}, \omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left(1 - \frac{s+3}{2} \left(\frac{s(s+3)+2}{(s+2)(s+3)} - \frac{1}{3} \right) \frac{n_s}{n} \right), \quad (16)$$

где $n_s = \frac{4\pi A}{s+3} (p_2^{s+3} - p_1^{s+3})$ - плотность частиц в степенном распределении.

Из (16) видно, что для $s = -\frac{5}{2}$, $s = -\frac{3}{2}$, наличие степенного распределения приводит лишь к эффективному увеличению плазменной частоты ω_p . Дисперсионные кривые изображены на рис. 1. Дисперсионное уравнение для поперечных волн

$$\epsilon^t(\bar{k}, \omega) = \frac{k^2 c^2}{\omega^2} \quad (17)$$

приводит к зависимости $\omega(k)$ вида:

$$\omega^2 = \omega_p^2 \left(1 - \alpha_s \frac{n_s}{n} \right) + k^2 c^2; \quad \text{где } \alpha_s = \frac{s+3}{2} \left(\frac{s(s+3)+2}{(s+2)(s+3)} - \frac{1}{3} \right), \quad (18)$$

т.е. эффективно просто к изменению величины ω_p .

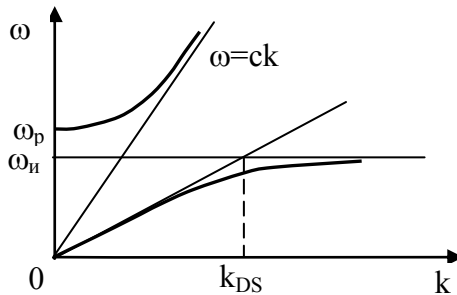


Рис.1. Дисперсия продольных и поперечных волн в плазме с сильнонеравновесной функцией распределения частиц

При $s > 0$, т.е. когда функция распределения растет с ростом импульса, величина $\alpha_s > 0$, и плазменная частота эффективно уменьшается. Положительные значения возможны при достаточно большой интенсивности источника и близости источника и стока. В этом случае плазма становится более прозрачной для электромагнитных волн.

4. Возбуждение продольных колебаний моноэнергетическим пучком в неравновесной плазме

Введем эффективную скорость

$$C_s^2 = \frac{s+1}{s} \frac{n}{4\pi A m^2} P_1^{-s-1} \quad (19)$$

и запишем дисперсионное уравнение для неравновесной плазмы с моноэнергетическим пучком в виде

$$1 + \frac{\omega_p^2}{k^2 C_s^2} - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} - \frac{\omega_b^2}{(\omega - k_z u)^2} = 0, \quad (20)$$

где ω_b , k_z , u – параметры пучка.

Уравнение (20) имеет два корня, которые могут привести к неустойчивости

$$\omega = k_z u \pm \frac{\sqrt{\alpha_s \omega(k)}}{\sqrt{1 - \frac{\omega(k)}{k_z u} + \frac{k^2 C_s^2}{\omega_p^2}}}, \quad (21)$$

где $\omega(k) = C_s k$ – закон дисперсии ленгмюровских колебаний в неравновесной плазме при $k C_s \ll \omega_p$.

Неустойчивость возникает при $k_z u < \omega(k)$ и ее инкремент равен $\gamma \sim \sqrt{\alpha_s} k_z u$. Инкремент достигает максимума в условиях резонанса $\omega(k) \approx k_z u$:

$$\gamma_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{2^{4/3}} \alpha_s^{1/3} \omega(k) \approx 0,7 \alpha_s^{1/3} \omega(k); \quad \left(\frac{\gamma}{\omega} \right)_{\max} \approx 0,7 \alpha_s^{1/3}.$$

Рассмотренные дисперсионные свойства плазмopodobной среды с неравновесной степенной функцией распределения могут быть положены в основу создания устройств, позволяющих получить anomalно большую глубину проникновения поля в вещество при значительной его проводимости (удельной энергии поглощения) [7].

ЛИТЕРАТУРА

1. Басов Н.Г., Крохин О.Н. Доклад // Сб. аннотаций докладов II международной конференции по теории плазмы. – К.: ИТФАН УССР. – 1974. – С. 198.
2. Моисеев С.С. Точные степенные решения кинетических уравнений для частиц // ЖЭТФ. – Т. 71, № 1. – 1976. – С. 177 – 192.
3. Langenberg D.N. // Proc. LT. – 1975. – V.14, T.5. – P. 223.
4. Климонтович Ю.Л. Кинематическая теория неидеального газа и неидеальной плазмы. – М.: Наука, 1975. – 222 с.
5. Карась В.И. Автореферат канд. дисс. – Харьков, ХФТИ, 1977. – 16 с.
6. Силин В.П. Кинетическая теория газов. – М.: Наука, 1972. – 324 с.

7. Коняхин Г.Ф., Мелашенко А.Ю. О возможности уменьшения ЭПР
ЛА // Информационные системы. – Харьков: НАНУ, ПАНИ, ХВУ. –
1998. – Вып. 3 (11). – С. 58 - 63.
