УДК 519.1

АЛГОРИТМ СТРУКТУРНО - ТОПОЛОГИЧЕСКОГО СИНТЕЗА ТРАНЗИТИВНО - РЕФЛЕКСИВНЫХ ЗАМЫКАНИЙ НА ПРОИЗВОЛЬНО ОРИЕНТИРОВАННЫХ ГРАФАХ

В.Н. Бацамут, К.А. Спорышев
(представил д.т.н., проф. Ю.В. Стасев)

Рассматривается алгоритмическая модель построения транзитивно - рефлексивных замыканий орграфовых структур распределенных систем.

Синтез транзитивно – рефлексивных замыканий (ТРЗ) на объектах с сетевой организацией имеет большое практическое значение в задачах оперативного топологического контроля текущего состояния структурной связности сетей и трактов передачи данных.

В [1] был предложен алгоритм поиска ТРЗ на неорграфовых структурах, который также однозначно определяет количественный и индексный состав сильных компонент (СК) таких графов. При этом показано, что сильные компоненты неорграфа соответствуют и его компонентам связности.

Рассмотрим функциональные возможности предложенного алгоритма, применяя его к орграфовым структурам. Если произвольный орграф имеет неориентированные межвершинные соединения-ребра, то каждое такое ребро будем заменять парой дуг имеющих противоположную направленность, приводя тем самым исходный произвольный орграф к ориентированному виду.

Рассмотрим пример.

1. Пусть задан исходный орграф **G** (рис. 1). По нему строим матрицу смежности $\mathbf{S_G}$.

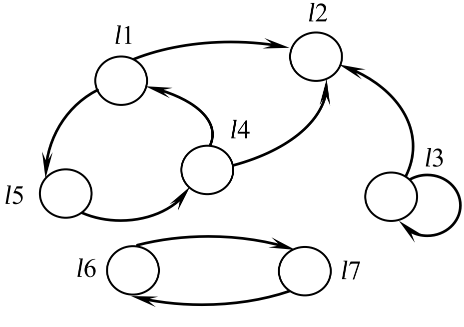

Рис.1. Исходный орграф **G**

$$S_G = \begin{array}{c|ccccccc} & l1 & l2 & l3 & l4 & l5 & l6 & l7 \\ \hline l1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ l2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ l3 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ l4 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ l5 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ l6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ l7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}. \quad (1)$$

2. Из (1) находим матрицу достижимостей $\mathbf{R_G}$ и далее блочно - диагональную матрицу $(\mathbf{R_G} \otimes \mathbf{Q_G})'$ [2]:

$$R_G = \begin{array}{c|ccccccc} & l1 & l2 & l3 & l4 & l5 & l6 & l7 \\ \hline l1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ l2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ l3 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ l4 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ l5 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ l6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ l7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}; (2) \quad (R_G \otimes Q_G)' = \begin{array}{c|ccccccc} & l1 & l4 & l5 & l2 & l3 & l6 & l7 \\ \hline l1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ l4 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ l5 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ l2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ l3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ l6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ l7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}. (3)$$

3. Производим анализ матрицы (3), который показывает, что в орграфе $\mathbf{G}$ имеется четыре СК $\{\mathbf{G_k}\}$ $\left(\mathbf{k} = \overline{\mathbf{1,m}}, \mathbf{m} = \mathbf{4}\right)$:

$$\mathbf{G_1} = l_1 \cup l_4 \cup l_5;$$
$$\mathbf{G_2} = l_2;$$
$$\mathbf{G_3} = l_3;$$
$$\mathbf{G_4} = l_6 \cup l_7.$$

4. Выполняя последовательный просмотр $\{\mathbf{G_k}\}$ по $k = \overline{\mathbf{1,4}}$, определяем блоки размерности 1x1 ($\mathbf{G_2}$ и $\mathbf{G_3}$) и для них анализируем $\mathbf{s_{ii}} \in \mathbf{S_G}$.

5. Только для $\mathbf{G_2}$ соответствующий ей элемент $\mathbf{s_{22}=0}$. Следовательно, в (2) обнуляем диагональный элемент $\mathbf{r_{22}}$.

6. Измененную матрицу $\mathbf{R_G}$ приравниваем к искомой матрице смежности $\mathbf{A_G^*}$ (4) графа $\mathbf{G^*}$ ТРЗ исходного орграфа $\mathbf{G}$. При этом

$$A_G^* = \begin{array}{c|ccccccc} & l1 & l2 & l3 & l4 & l5 & l6 & l7 \\ \hline l1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ l2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ l3 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ l4 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ l5 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ l6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ l7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}. \qquad (4)$$

7. Граф ТРЗ $\mathbf{G^*}$ показан на рис.2.

Предложенный в [1] алгоритм строит ТРЗ на произвольно ориентированных графах. Однако, его функциональные возможности на таких структурах меньше, чем на неориентированных. Из рис.2 следует, что между отдельными СК орграфа могут существовать транзитивные замыкания: СК $\mathbf{G_1}$, $\mathbf{G_2}$ и $\mathbf{G_3}$ – одна транзитивно замкнутая компонента связности графа **G**, а СК $\mathbf{G_4}$ – другая его компонента связности.

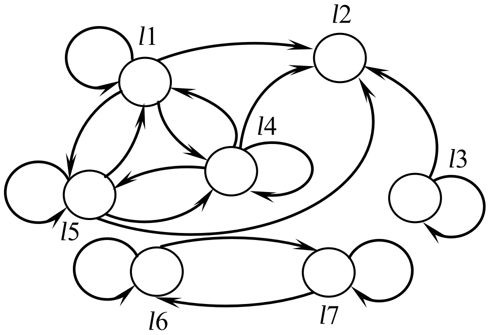

Рис. 2. Граф **G*** ТРЗ исходного орграфа **G**

Таким образом, рассмотренный пример показывает, что недостатком предложенного в [1] алгоритма является то, что он для орграфовых структур не дает информации о наличии связей между СК орграфа, и, как следствие, о количественном и индексном составе его компонент связности. Это, в свою очередь, является важным элементом сетевого топологического контроля. Поэтому алгоритм [1] позволяет оптимально решать задачи восстановления сети лишь в рамках требуемых ее фрагментов.

Учитывая вышеизложенное, следует полагать актуальным создание эффективного алгоритма, определяющего также и связность СК орграфа наряду с построением его ТРЗ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузнецов А.В., Бацамут В.Н. Построение транзитивно - рефлексивных замыканий бинарно - унарных отношений произвольных неорграфов // Системи обробки інформації. – Харків: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 1999. – Вип. 1(5). – С. 27 - 30.

2. Войтенко В.Я., Кузнецов А.В. Синтез технической структуры АСУ ТП на основе конденсации графовой функциональной модели системы // Приборы и системы управления. – 1991. – № 4. – С. 6 - 8.