

АЛГОРИТМ СТРУКТУРНО - ТОПОЛОГИЧЕСКОГО СИНТЕЗА ТРАНЗИТИВНО - РЕФЛЕКСИВНЫХ ЗАМКЫКАНИЙ НА ПРОИЗВОЛЬНО ОРИЕНТИРОВАННЫХ ГРАФАХ

В.Н. Бацамут, К.А. Спорышев
(представил д.т.н., проф. Ю.В. Стасев)

Рассматривается алгоритмическая модель построения транзитивно - рефлексивных замыканий орграфовых структур распределенных систем.

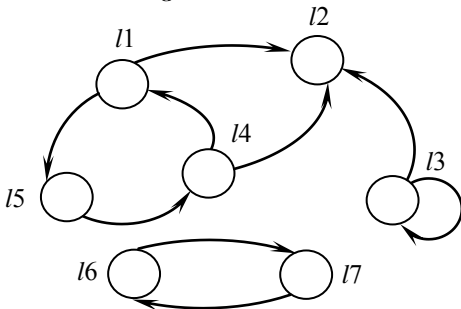
Синтез транзитивно – рефлексивных замыканий (ТРЗ) на объектах с сетевой организацией имеет большое практическое значение в задачах оперативного топологического контроля текущего состояния структурной связности сетей и трактов передачи данных.

В [1] был предложен алгоритм поиска ТРЗ на неорграфовых структурах, который также однозначно определяет количественный и индексный состав сильных компонент (СК) таких графов. При этом показано, что сильные компоненты неорграфа соответствуют и его компонентам связности.

Рассмотрим функциональные возможности предложенного алгоритма, применяя его к орграфовым структурам. Если произвольный орграф имеет неориентированные межвершинные соединения-ребра, то каждое такое ребро будем заменять парой дуг имеющих противоположную направленность, приводя тем самым исходный произвольный орграф к ориентированному виду.

Рассмотрим пример.

1. Пусть задан исходный орграф G (рис. 1). По нему строим матрицу смежности S_G .



	I1	I2	I3	I4	I5	I6	I7	
I1	0	1	0	0	1	0	0	
I2	0	0	0	0	0	0	0	
I3	0	1	1	0	0	0	0	
I4	1	1	0	0	0	0	0	(1)
I5	0	0	0	1	0	0	0	
I6	0	0	0	0	0	0	1	
I7	0	0	0	0	0	1	0	

Рис.1. Исходный орграф G

2. Из (1) находим матрицу достижимостей \mathbf{R}_G и далее блочно - диагональную матрицу $(\mathbf{R}_G \otimes \mathbf{Q}_G)'$ [2]:

$$R_G = \begin{array}{c|cccccccc} & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 \\ \hline 11 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 12 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 13 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 14 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 15 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 16 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 17 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} ; (2) (R_G \otimes Q_G)' = \begin{array}{c|cccccccc} & 11 & 14 & 15 & 12 & 13 & 16 & 17 \\ \hline 11 & \boxed{1} & \boxed{1} & \boxed{1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 14 & \boxed{1} & \boxed{1} & \boxed{1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 15 & \boxed{1} & \boxed{1} & \boxed{1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 12 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & 0 & 0 \\ 13 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & 0 \\ 16 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & \boxed{1} \\ 17 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & \boxed{1} \end{array} . (3)$$

3. Производим анализ матрицы (3), который показывает, что в орграфе \mathbf{G} имеется четыре СК $\{\mathbf{G}_k\}$ ($k = \overline{1, m}, m = 4$):

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_1 &= I_1 \cup I_4 \cup I_5; \\ \mathbf{G}_2 &= I_2; \\ \mathbf{G}_3 &= I_3; \\ \mathbf{G}_4 &= I_6 \cup I_7. \end{aligned}$$

4. Выполняя последовательный просмотр $\{\mathbf{G}_k\}$ по $k = \overline{1, 4}$, определяем блоки размерности 1×1 (\mathbf{G}_2 и \mathbf{G}_3) и для них анализируем $s_{ii} \in S_G$.

5. Только для \mathbf{G}_2 соответствующий ей элемент $s_{22} = 0$. Следовательно, в (2) обнуляем диагональный элемент r_{22} .

6. Измененную матрицу \mathbf{R}_G приравниваем к искомой матрице смежности \mathbf{A}_G^* (4) графа \mathbf{G}^* ТРЗ исходного орграфа \mathbf{G} . При этом

$$A_G^* = \begin{array}{c|cccccccc} & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 \\ \hline 11 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 12 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 13 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 14 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 15 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 16 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 17 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} . (4)$$

7. Граф ТРЗ \mathbf{G}^* показан на рис.2.

Предложенный в [1] алгоритм строит ТРЗ на произвольно ориентированных графах. Однако, его функциональные возможности на таких структурах меньше, чем на неориентированных. Из рис.2 следует, что

между отдельными СК орграфа могут существовать транзитивные замыкания: СК G_1 , G_2 и G_3 – одна транзитивно замкнутая компонента связности графа G , а СК G_4 – другая его компонента связности.

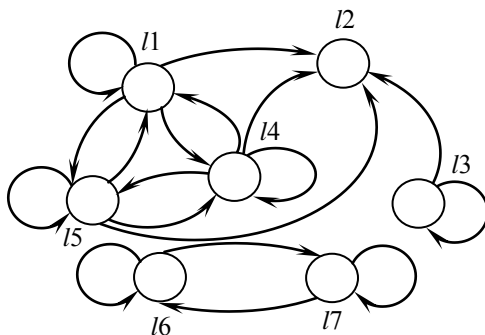


Рис. 2. Граф G^* ТРЗ исходного орграфа G

Таким образом, рассмотренный пример показывает, что недостатком предложенного в [1] алгоритма является то, что он для орграфовых структур не дает информации о наличии связей между СК орграфа, и, как следствие, о количественном и индексном составе его компонент связности. Это, в свою очередь, является важным элементом сетевого топологического контроля. Поэтому алгоритм [1] позволяет оптимально решать задачи восстановления сети лишь в рамках требуемых ее фрагментов.

Учитывая вышеизложенное, следует полагать актуальным создание эффективного алгоритма, определяющего также и связность СК орграфа наряду с построением его ТРЗ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузнецов А.В., Бацамут В.Н. Построение транзитивно - рефлексивных замыканий бинарно - унарных отношений произвольных неорграфов // Системи обробки інформації. – Харків: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 1999. – Вип. 1(5). – С. 27 - 30.
2. Войтенко В.Я., Кузнецов А.В. Синтез технической структуры АСУ ТП на основе конденсации графовой функциональной модели системы // Приборы и системы управления. – 1991. – № 4. – С. 6 - 8.