УДК 629.707

АНАЛИЗ ПОГРЕШНОСТЕЙ СИСТЕМЫ ТЕХНИЧЕСКОЙ ДИАГНОСТИКИ

к.т.н. А.П. Верещак, к.т.н. С.А. Кривенко, к.т.н. В.Н. Романько
(представил д.т.н., проф. Э.Н. Хомяков)

Рассматривается модель устройства преобразования и ввода исходных данных системы технической диагностики, которая учитывает динамические, систематические и случайные погрешности, возникающие при двухразрядном квантовании аналоговых сигналов в аппаратуре спутниковой навигации.

В последние годы усиленно разрабатывается теория планирования эксперимента, основное направление которой состоит в разработке путей предельной экономии затрат на проведение измерений по всем возможным направлениям. Использование теории планирования эксперимента может явиться одним из путей существенного повышения экономической эффективности экспериментальных исследований. Рассмотрим два частных вопроса этой проблемы: выбор точности средств измерений и планирование оптимального времени усреднения при заданном времени на подготовку эксперимента.

Для измерений используется макет системы технической диагностики (СТД) с датчиком в виде малоинерционного двухразрядного АЦП с временем установления выходного сигнала $\mathbf{t_i=35}$ **нс**. Канал аттестован допускаемым пределом приведенной погрешности $\boldsymbol{\gamma_{кл} = 1\%}$, случайная погрешность составляет $\boldsymbol{\gamma_i=0{,}4\cdot\gamma_{кл}=0{,}4\%}$, а систематическая - $\boldsymbol{\Theta = 0{,}3\cdot\gamma_{кл} =0{,}3\%}$. Период изменения измеряемой величины $\mathbf{T=1}$ **мс**, а форма кривой близка к синусоидальной. Частота отсчетов выбрана в соответствии с временем установления сигнала датчика, т.е. **35 нс**. Число усредняемых отсчетов $\mathbf{n=t/t_i}$ может быть любым в соответствии с общей затратой времени $\mathbf{t}$ на их получение.

Предположим, что восстановление кривой процесса по зарегистрированным отсчетам производится методом линейной интерполяции, т.е. полученные точки просто соединяются между собой отрезками прямых линий. В этом случае плавные участки, близкие к прямым линиям, восстанавливаются с малыми погрешностями, а максимальная погрешность восстановления получается на участках с максимальной кривизной. В простейшем случае, используя лишь первые члены разложения по степеням $\mathbf{t}$, участок кривой между отсчетами может быть представлен в виде параболы. Тогда погрешность линейной интерполяции будет равна разности между этой параболой и ее хордой, соединяющей смежные отсчеты. Как известно, парабола имеет наибольшее отклонение от хорды в середине интервала интерполяции $\mathbf{t_0}$ с абсолютным значением $\mathbf{\Delta_m = x''(t)t_0^2/8}$, где $\mathbf{x''(t)}$ - значение второй производной процесса $\mathbf{x(t)}$.

Если задать не абсолютную погрешность $\mathbf{\Delta_m}$, а ее приведенное значение $\mathbf{\gamma_m}=\mathbf{\Delta_m/X_k}$, где $\mathbf{X_k}$ - предел измерений, то можно определить максимальный допустимый период дискретизации $\mathbf{t_0}$, при котором погрешность восстановления не будет превышать $\mathbf{\gamma_m}$, как $\mathbf{t_0 \le \sqrt{8X_k\gamma_m / x''(t)_{max}}}$.

При $\mathbf{x(t)=X_k\sin\omega t}$ оценка текущей кривизны $x''\mathbf{(t)=-\omega^2X_k\sin\omega t}$ и ее максимальное значение $\mathbf{x''(t)_{max}}=\omega^2\mathbf{X_k}$. Значит, для синусоидального процесса

$$\gamma_m \le \frac{\pi^2}{2}\frac{t_0^2}{T^2} = \frac{\pi^2}{2}t_0^2 f^2,$$

т.е. динамическая погрешность восстановления $\gamma_Д$ возрастает с квадратом частоты $\boldsymbol{f}$ восстанавливаемого процесса.

Кроме того, необходимо учесть динамическую погрешность от усреднения мгновенных отсчетов синусоидального процесса за время **t,** сравнимое с периодом **T** этого процесса, состоящую в том, что вместо фактической кривой процесса $\mathbf{x(t) = X_m \sin\varphi}$ в результате усреднения за время **t** будем получать отсчеты, лежащие на кривой $\mathbf{\bar{x}(t) = X_m \sin\varphi\frac{\sin\Delta\varphi}{\Delta\varphi}}$, где $\mathbf{\Delta\varphi= \pi t/T}$. Особенность этой погрешности состоит в том, что она возрастает с увеличением времени усреднения **t** [1].

Эта погрешность, как и динамическая погрешность датчика $\mathbf{\gamma_д}$, всегда отрицательна, т.е. приводит к уменьшению амплитуды и поэтому должна суммироваться с $\mathbf{\gamma_д}$ арифметически. Однако, систематическая погрешность $\mathbf{\Theta}$ измерительного канала СТД, в одной части диапазона канала может быть положительной, а в другой – отрицательной. Поэтому

$$\Theta_\Sigma = \sqrt{(\gamma_Д + \gamma_{уср})^2 + \Theta^2} = \sqrt{[(t_i/t)^2 + (10\pi)^2/6(t/T)^2]^2 + \Theta^2}.$$

Полагая, что при усреднении $\mathbf{n=t/t_i}$ отсчетов случайная погрешность канала убывает как $\gamma_i/\sqrt{n} = \gamma_i\sqrt{t_i/t}$, для результирующей погрешности

$$\gamma_\Sigma = \sqrt{\left[\left(\frac{ti}{t}\right)^2 + \frac{(10\pi)^2}{6}\left(\frac{t}{T}\right)^2\right]^2 + \Theta^2} + \gamma_i\sqrt{\frac{t_i}{t}}. \qquad (1)$$

Характер изменения достигаемой точности от затраты времени можно представить более наглядно, если воспользоваться численным выражением точности **A** как числа различимых градаций измеряемой величины: $\mathbf{A=1/(2\gamma_\Sigma)}$ или $\mathbf{A=50/\gamma_\Sigma}$, где γ_Σ - в процентах.

Рассмотрим в этих условиях два предельно возможных режима измерений и проследим соответствующие им изменения достигаемой точности **A** как функции от общей затраты времени на получение **n** усредненных отсчетов.

Режим первый. Никаких дополнительных мер для повышения точности не принимается **(Θ=0,3%, γ_i=0,4%).** При этом производится только усреднение $\mathbf{n=t/t_i}$ отсчетов. Подстановка этих данных в формулу (1) дает зависимость **A=F(t)**. Вначале точность растет как $\mathbf{A=ct^2}$, но далее прирост точности резко замедляется. Скорость, соответствующая зависимости $\mathbf{A=c_1\sqrt{t}}$, наблюдается лишь в области **n=2**, а далее происходит еще большее замедление прироста точности. Максимум точности **(γ_Σ=Θ =0,3%)** достигается при усреднении **n ≈ 2000** отсчетов, а при дальнейшем увеличении числа усредняемых отсчетов вместо прироста начинается резкое падение точности, которое стремится к $\mathbf{A=c_2/t^2}$.

Режим второй. Допустим, что путем сверхтщательной установки нуля и чувствительности канала полосу его погрешностей по всей длине диапазона удалось расположить так, чтобы сделать в точности **Θ=0 и γ_i=0,4%**. В этом случае при усреднении по **n ≈ 1000** отсчетам достигается максимум **A**, соответствующий **γ_Σ = 0,016%**. Но даже в этом идеальном случае соотношение $\mathbf{A=c_1\sqrt{t}}$ справедливо лишь на участке от **n = 10** до **n = 300**.

До сих пор, говоря об области разброса исходных экспериментальных данных, мы принимали во внимание лишь погрешности средств измерений и остаточную неадекватность принятой модели. Но кроме этих двух составляющих разброс данных вызывается еще и невоспроизводимостью от опыта к опыту, или диффузностью, самого исследуемого явления.

Поэтому разброс исходных данных (обозначим его оценку как $\Delta_{и.д.}$) всегда складывается из трех составляющих: Δ_0 - диффузности объекта измерений; $\Delta_м$ - погрешности адекватности модели и $\Delta_{СИ}$ - погрешности средства измерений. Эти составляющие, как правило, можно считать некоррелированными. Тогда $\Delta_{и.д.}=\sqrt{\Delta_0^2+\Delta_м^2+\Delta_{СИ}^2}$.

Для рационального выбора погрешности $\Delta_{СИ}$ важно ее соотношение при том же допущении с суммарной погрешностью объекта и модели $\Delta_{о,м}=\sqrt{\Delta_0^2+\Delta_м^2}$. Для упрощения последующих рассуждений предположим, что модель выбрана достаточно адекватной ($\Delta_м << \Delta_{СИ}$, $\Delta_м << \Delta_0$) и размером $\Delta_м$ можно пренебречь. При этом возможны три случая.

Обычно экспериментатор стремится использовать как можно более точную аппаратуру с $\Delta_{СИ} << \Delta_0$. При этом результирующий разброс исходных данных будет $\Delta_{и.д.} = \sqrt{\Delta_0^2 + \Delta_{СИ}^2} \approx \Delta_0$, т.е. будет определяться диффузностью объекта. Хорошо это или плохо? Безусловно, плохо. Чтобы усреднить этот разброс, необходимо провести большое число отсчетов, но излишне точная аппаратура требует, как правило, и больших затрат времени на каждое измерение. Если же в этих условиях уменьшать точность аппаратуры, то до тех пор, пока $\Delta_{СИ} < \Delta_0/3$, погрешность измерений будет оставаться практически неизменной, а затраты времени будут существенно меньшими. Следовательно, экономическая эффективность эксперимента будет возрастать. Таким образом, при $\Delta_{СИ} << \Delta_0$ точность измерений не может быть заметно повышена использованием более точных средств измерений. Единственным путем повышения точности остается статистическая обработка многократных отсчетов. Поэтому в этом случае повышение эффективности эксперимента может быть достигнуто только путем снижения точности используемых средств измерений.

Во втором случае, при $\Delta_{СИ} \approx \Delta_0$ погрешность исходных данных составляет $\Delta_{и.д.} = \sqrt{\Delta_0^2 + \Delta_{СИ}^2} \approx 1{,}4\Delta_0$, т.е. возрастает всего на 40% по сравнению с тем, когда $\Delta_{СИ} << \Delta_0$. При проведении многократных отсчетов и их усреднении в **n** раз уменьшаются как влияние Δ_0, так и влияние случайной составляющей $\Delta_{СИ}$. В этом случае статистическая обработка весьма эффективна. Однако, стремясь к увеличению объема обрабатываемых выборок, нельзя забывать, что систематические погрешности при усреднении не уменьшаются.

При $\Delta_{СИ} >> \Delta_0$ погрешность исходных данных полностью определяется погрешностью $\Delta_{СИ}$, так как при этом $\Delta_{и.д.} = \sqrt{\Delta_0^2 + \Delta_{СИ}^2} \approx \Delta_{СИ}$. Если это значение $\Delta_{и.д}$ вполне устраивает экспериментатора, то нет нужды в организации многократных измерений и их статистическом усреднении. Если же возникает вопрос о необходимости снижения $\Delta_{и.д}$, то решение о целесообразности проведения многократных наблюдений с последующим усреднением или же замене средств измерений на более точные должно приниматься после специального исследования.

Сопоставляя все три случая, заключаем, что для обеспечения наибольшей эффективности эксперимента нет смысла уменьшать случайную погрешность аппаратуры больше, чем до $\Delta_{СИ} \leq \Delta_0/3$. Увеличивать объем выборки усредненных наблюдений имеет смысл только до тех пор, пока величина $\sqrt{(\Delta_0^2 + \Delta_{СИ}^2)/n}$ не будет сопоставима с погрешностью адекватности модели исследуемого явления или систематической составляющей погрешности средств измерений.

ЛИТЕРАТУРА

Новицкий П.В. Основы информационной теории измерительных устройств. – Л.: Энергия, 1968. – 248 с.