

БАЛЛИСТИЧЕСКОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ТРАЕКТОРИЙ ПОЛЕТА ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

к.т.н. Ю.М. Агафонов, Е.А. Горбунов, к.т.н. В.Я. Турченко
(представил д.т.н., проф. И.М. Приходько)

Рассматривается постановка двух задач оптимального проектирования траекторий полета высокоскоростных летательных аппаратов (ЛА). Управление спуском в плотных слоях атмосферы осуществляется путем изменения полного угла атаки и угла крена аппарата.

В статье рассмотрены следующие задачи оптимального проектирования.

1. Построение области достижимости высокоскоростных ЛА.
2. Проектирование траекторий приземления, проходящих через заданную точку земной поверхности.

Точки приземления, в том числе граничные точки областей достижимости, удобно задавать в горизонтальной системе координат

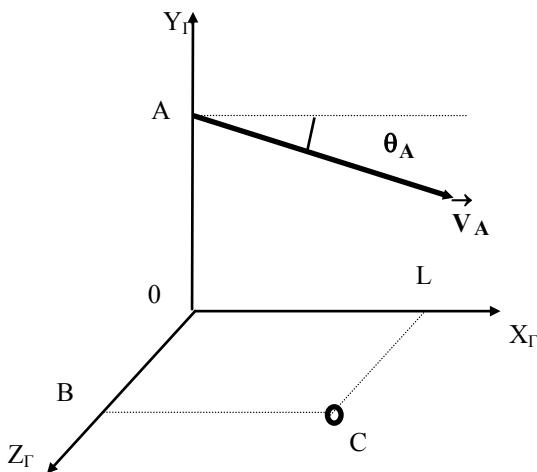


Рис. 1. Горизонтальная система координат для точки приземления

$OX_{\Gamma}Y_{\Gamma}Z_{\Gamma}$ (рис.1), начало которой 0 совпадает с проекцией на земную

поверхность точки входа ЛА в плотные слои атмосферы (ПСА), ось OX_{Γ} лежит на пересечении вертикальной плоскости, проходящей через вектор начальной скорости V_A спускаемого аппарата, и горизонтальной плоскости точки 0 , ось OY_{Γ} направлена вертикально вверх через точку 0 , ось OZ_{Γ} дополняет систему координат до правой. Положение точек приземления ЛА определяется дальностью L и боковым отклонением B .

При движении ЛА в атмосфере должны выполняться определенные требования к тепловому и динамическому режиму полета. Тепловой режим характеризуется секундным (q) и суммарным (Q) тепловыми потоками, поступающими в критическую точку (точку торможения) на поверхности ЛА.

Расчет секундного теплового потока в [1] рекомендуется рассчитывать по одной из нижеприведенных формул. При ламинарном пограничном слое

$$q = 2.8 \cdot 10^4 \sqrt{\frac{\rho}{r}} \left(\frac{V}{V_{кр}} \right)^{3,25} \frac{\text{ккал}}{\text{м}^2\text{с}}; \quad (1)$$

при турбулентном пограничном слое

$$q = 2,57 \cdot 10^5 \frac{\rho^{0,8}}{r^{0,2}} \left(\frac{V}{V_{кр}} \right)^{3,19} \frac{\text{ккал}}{\text{м}^2\text{с}}; \quad V_{кр} = 7850 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad (2)$$

Формула для расчета суммарного теплового потока имеет вид

$$Q = \int_{t_A}^{t_C} q dt = \int_{h_A}^{h_C} \frac{q dh}{V \sin \theta}. \quad (3)$$

В формулах (1) - (3) используются следующие обозначения:

ρ – плотность воздуха на высоте полета h ;

V – скорость полета;

θ – угол наклона траектории;

t_A, t_C и h_A, h_C – время и соответственно высота начала и конца полета ЛА в ПСА (рис. 2);

$V_{кр}$ – первая космическая скорость; r – радиус сферического приотупления носка ЛА.

Динамический режим характеризуется суммарной перегрузкой n_{Σ} , действующей на летательный аппарат в полете. Имеем:

$$h_{\Sigma} = \sigma_x \rho V^2 \sqrt{1+k^2}; \quad \sigma_x = \frac{C_x S_M}{2m}; \quad k = \frac{C_y}{C_x}, \quad (4)$$

где C_x, C_y - аэродинамические коэффициенты лобового сопротивления и подъемной силы ЛА, зависящие от его формы, полного угла атаки и числа M полета;

σ_x, k - баллистический коэффициент и аэродинамическое качество ЛА;

S_M, m - площадь мидела и масса аппарата.

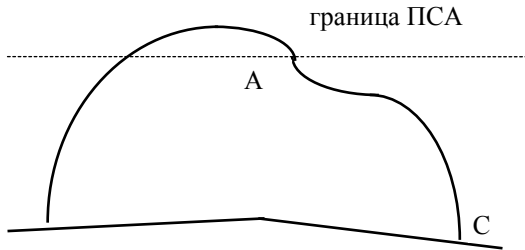


Рис.2. Полет ЛА в плотных слоях атмосферы

Вектор суммарной перегрузки имеет две составляющие: осевую, направленную по продольной оси ЛА, и поперечную, перпендикулярную продольной оси. Сформулированные задачи относятся к математической задаче поиска условного экстремума функционала, в которой определяется такое управление полным углом атаки и углом крена ЛА, при котором достигается экстремум целевой функции $W_i, (i = \overline{1, m})$ при одновременном выполнении ряда ограничений $S_j, (j = \overline{1, m})$, где n и m - общее количество целевых функций и ограничений в рассматриваемых задачах.

В первой задаче целевой функцией, максимум которой следует получить, является дальность спуска при заданном боковом уклоне $B_{зад}$

$$W_1 = L \rightarrow \max .$$

Ограничениями задачи могут быть максимально допустимые значения секундного $q_{доп}$ или суммарного $Q_{доп}$ теплового потока, максимально допустимая перегрузка $n_{\Sigma доп}$:

$$S_1 = q_{доп}; \quad S_2 = Q_{доп}; \quad S_3 = n_{\Sigma доп} .$$

Результатом решения задачи являются три области достижимости (по количеству ограничений, рис.3).

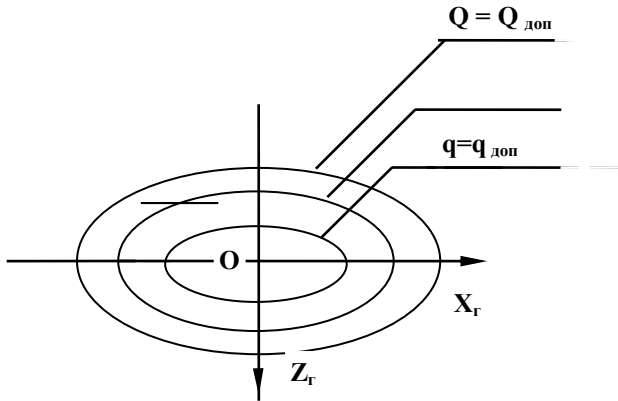


Рис. 3. Три области достижимости

Внутри и на границах каждой области выполняется одно из неравенств:

$$q \leq q_{\text{доп}} ; \quad Q \leq Q_{\text{доп}} ; \quad n_{\Sigma} \leq n_{\Sigma \text{доп}} .$$

Задача проектирования траектории приземления относится к краевой, в которой задаются координаты граничной точки:

$$S_4 = L_{\text{зад}} ; \quad S_5 = B_{\text{зад}} .$$

В качестве целевой функции, минимум которой следует получить, может выступать секундный или суммарный тепловой поток, перегрузка:

$$W_2 = q \rightarrow \min ; \quad W_3 = Q \rightarrow \min ; \quad W_4 = n_{\Sigma} \rightarrow \min .$$

Следует отметить, что при проектировании траектории приземления в качестве ограничения может выступать время спуска аппарата в ПСА $t_{CA} : S_6 \geq t_{CA}$. От этого времени зависит количество коррекций аппарата в процессе приземления и, следовательно, точность посадки.

Решение задач включает в себя следующие основные этапы:

1. Составление дифференциальных уравнений движения летательного аппарата в плотных слоях атмосферы. Для описания полета возможно использовать сбалансированную схему с монотонным убыванием высоты, не учитывающую колебаний ЛА. Уравнения движения центра масс ЛА без учета колебаний аппарата могут быть записаны в виде [2]:

$$\frac{d\vec{x}}{dh} = \vec{f}(\vec{x}, h), h_A \leq h \leq h_C, \quad (5)$$

где $\vec{x} = (V, \theta, \varphi, L, B, t)$ - текущие параметры центра масс ЛА;

$\vec{f} = (f_v, f_\theta, f_\varphi, f_L, f_B, f_t)$ - правые части уравнений движения.

Кроме уже известных параметров движения V, θ, L, B в приведенном перечне имеется текущий угол курса аппарата φ и время t . Независимой переменной интегрирования в системе (5) является высота h .

2. Составление дифференциальных уравнений для сопряженных переменных $\vec{Z} = (Z_v, Z_\theta, Z_\varphi, Z_L, Z_B, Z_t)$ [3]:

$$\frac{dz}{dh} = - \left(\frac{d\vec{f}}{d\vec{x}} \right)^T \vec{Z}. \quad (6)$$

Каждому параметру движения отвечает соответствующая сопряженная переменная.

3. Определение оптимального управления ЛА, вид которого зависит от вида аэродинамических характеристик аппарата. Положим

$$C_x = C_{x_0}(M) + C_x^{\alpha\alpha}(M)\alpha_n^2, C_y = C_y^\alpha(M)\alpha_n, \quad (7)$$

где $C_{x_0}(M)$, $C_x^{\alpha\alpha}(M)$, $C_y^\alpha(M)$ - коэффициенты, зависящие от числа M полета и формы аппарата. Тогда в соответствии с уравнениями управления [3]:

$$\left(\frac{d\vec{f}}{d\vec{u}} \right)^T \vec{Z} = 0, \vec{u} = (\gamma_1, \alpha_n)$$

получаем

$$\operatorname{tg}\gamma_1 = \frac{Z_\varphi}{Z_\theta} C \cos \theta, \alpha_n = \frac{C_y^\alpha}{2Z_v C_x^{\alpha\alpha} S_M V} \left(\frac{\cos \gamma_1}{2} Z_\theta + \frac{\sin \gamma_1}{C \cos \theta} \right). \quad (8)$$

На структуру уравнений управления (8) не влияет вид целевой функции и ограничения задачи.

4. Формирование переменных проектирования \vec{Y} , оказывающих влияние на целевую функцию и ограничения задачи, и поиск областей их определения. К переменным проектирования относятся начальные зна-

чения параметров движения \vec{X}_0 и сопряженных переменных \vec{Z}_0 , массовые, геометрические и аэродинамические параметры ЛА $\vec{\Pi}$. Имеем : $\vec{Y} = (\vec{X}_0, \vec{Z}_0, \vec{\Pi})$. Целевые функции W_i и ограничения S_j задач являются функциями переменных проектирования:

$$W_i = W_i(\vec{Y}); \quad S_j = S_j(\vec{Y}); \quad i = \overline{1, n}; \quad j = \overline{1, m} . \quad (9)$$

5. Разработка методики оптимального проектирования траекторий полета ЛА. Методика основана на вычислении градиентов функций $\frac{dW_i}{d\vec{Y}}$ и $\frac{dS_j}{d\vec{Y}}$ и выбора таких перемещений конца вектора \vec{Y} , при которых реализуется один из следующих алгоритмов: алгоритм наискорейшего спуска (приращение $\Delta\vec{Y}$ вектора \vec{Y} параллельно градиенту $\frac{dW_i}{d\vec{Y}}$ или $\frac{dS_j}{d\vec{Y}}$); алгоритм перемещения конца вектора \vec{Y} по поверхности или пересечению изоповерхностей (приращения $\Delta\vec{Y}$ перпендикулярны градиенту $\frac{dS_j}{d\vec{Y}}$); комбинации этих алгоритмов [4].

ЛИТЕРАТУРА

1. Ярошевский В.А. Вход в атмосферу космических летательных аппаратов. – М. : Наука, 1988. – 230 с.
2. Турченко В.Я. Теория полета летательных аппаратов. – Харьков : МОУ, 1998. – 192 с.
3. Турченко В.Я. Определение полетных характеристик летательных аппаратов. – Харьков : МОУ, 1987. – 324 с.
4. Турченко В.Я., Буряк В.Г. Прикладне оптимальне проектування траєкторій польоту літальних апаратів // Ракетно – космічна техніка. – Харків : ХВУ. – 1999. – Вип. 1. – С. 89 - 92.

Поступила в редколлегию 28.09.2000

