

К ОЦЕНКЕ ПАРАМЕТРОВ ОПТИМАЛЬНОГО ПОДЪЁМА ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА В СТАРТОВОЕ ПОЛОЖЕНИЕ

Ю.А. Олейник, проф. В.А. Прокопов

Дается оценка времени и максимальной скорости оптимального по быстродействию подъема летательного аппарата в стартовое положение, если положены ограничения на угловые ускорения.

Рассмотрим задачу оценки параметров оптимального по быстродействию подъема летательного аппарата (ЛА) из транспортного (горизонтального) в стартовое положение. Расчетная схема системы подъема изображена на рис.1. Подъем контейнера 1 с ЛА осуществляется домкратом 3. Стрела 2 и контейнер 1 совершают плоское вращательное движение относительно точки O . Все элементы системы абсолютно жесткие и размещены на раме 4.

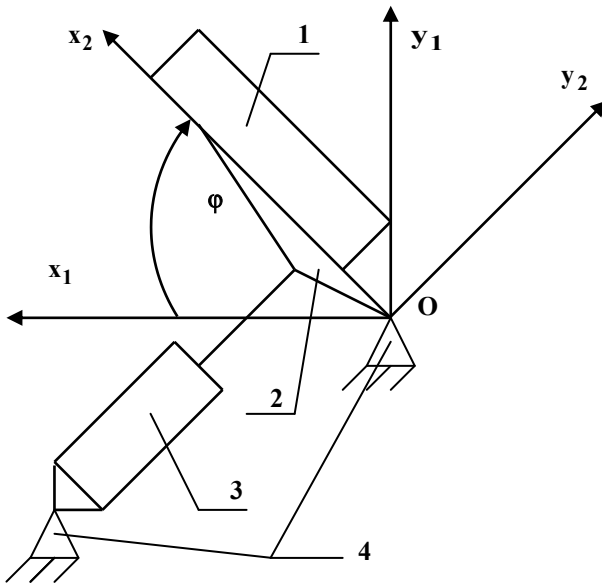


Рис.1. Расчетная схема системы подъема

Используются абсолютная система координат $x_1 O y_1$ и связанная система координат $x_2 O y_2$. Положение контейнера в произвольный момент

времени характеризуется координатой φ , стартовое положение углом φ_k , начальное $\varphi=0$.

Необходимо поднять контейнер от $\varphi=0$ до φ_k за наименьшее время. Причем, чтобы избежать удара в конце подъема, нужно выполнить условие: $\dot{\varphi}(\varphi_k) = 0$.

Эти условия указывают на два этапа подъема: разгон и торможение. В качестве параметров оптимального подъема приняты угол перехода от разгона к торможению φ_n , максимальная угловая скорость контейнера $\dot{\varphi}_{\max}$ и время подъема τ . Эти параметры зависят от ограничений, накладываемых на другие производные угла подъема по времени: $\dot{\varphi}$, $\ddot{\varphi}$ и т.д. На практике обычно ограничивают лишь угловые ускорения $\ddot{\varphi} = [\ddot{\varphi}]$, где $\ddot{\varphi}$ - значение максимально допустимого углового ускорения.

Возможны различные варианты задачи: подъем в безветрии и в условиях воздействия ветра, с постоянным допустимым значением $[\ddot{\varphi}]$ и переменным.

Исследуем параметры оптимального подъема ТПК в безветрии с постоянным, а затем переменным значением $[\ddot{\varphi}]$.

Пусть $[\ddot{\varphi}] = A = \text{const}$. Тогда в соответствии с известными представлениями [1] $\varphi_n = \varphi_k / 2$ разгон следует осуществлять с ускорением $+A \{ [\ddot{\varphi}] = -A \}$, а торможение с $-A \{ [\ddot{\varphi}] = -A \}$; $\tau = 2\sqrt{\varphi_k / A}$, $\dot{\varphi}_{\max} = \sqrt{A \cdot \varphi_k}$.

Нередко подъем осуществляют при ограничениях, накладываемых на поперечные перегрузки ЛА n_{y2} максимально допустимым значением $[n_{y2}]$. Как нетрудно показать, в этом случае текущее значение перегрузки ЛА описывается выражением

$$n_{y2} = \cos \varphi + \frac{\ell_{\text{цтр}}}{g} \cdot \ddot{\varphi}, \quad (1)$$

где $\ell_{\text{цтр}}$ - расстояние от точки О до центра тяжести ЛА, м;

g - ускорение свободного падения, м/с².

В выражении (1) первый член правой части - это поперечная перегрузка, вызванная силой веса ЛА, а второй - поперечная перегрузка, вызванная силой инерции при подъеме.

Учитывая ограничение $n_{y2} \leq [n_{y2}]$, можно получить выражение для допустимого углового ускорения $[\ddot{\varphi}]$ в виде

$$[\ddot{\varphi}] = \frac{g}{\ell_{\text{цтр}}} ([n_{y2}] - \cos \varphi). \quad (2)$$

Виды зависимости $[\ddot{\varphi}]$ от φ определяются видом связи $[n_{y2}]$ и угла φ и показаны на рис.2.

Если $[n_{y2}] = \text{const}$, то $[\ddot{\phi}]$ зависит от $[n_{y2}]$ в соответствии с выражением (2).

Если $[n_{y2}]$ при подъёме может увеличиваться, то $[\ddot{\phi}]$ увеличивается круче, чем в соответствии с выражением (2).

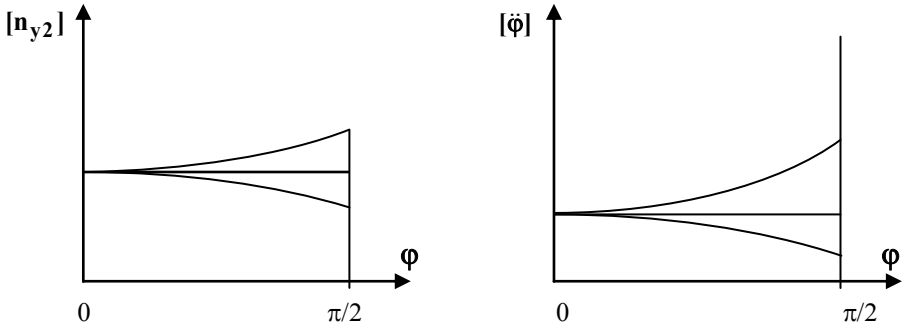


Рис.2. Зависимость $[\ddot{\phi}]$ и $[n_{y2}]$ от угла ϕ

Если $[n_{y2}]$ уменьшается с увеличением угла ϕ , то $[\ddot{\phi}]$ может оставаться постоянным или уменьшаться. Случай, когда $[\ddot{\phi}] = \text{const}$ рассмотрен ранее.

$$\int_0^{\phi_{\Pi}} [\ddot{\phi}] d\phi + \int_{\phi_{\Pi}}^{\phi_{\text{K}}} [\ddot{\phi}] d\phi = \int_0^{\phi_{\text{K}}} [\ddot{\phi}] d\phi = S. \quad (3)$$

Исследуем наиболее вероятный случай, когда $[n_{y2}] = \text{const}$. Тогда для $[\ddot{\phi}]$ справедливо уравнение (2). Оно трансцендентное, а поэтому получение его решения и, как следствия, времени подъёма и максимальной скорости возможно лишь численными методами. Принципиальным становится вопрос о способе поиска угла ϕ_{Π} перевода системы от разгона к торможению.

При учёте идентичности начальных и конечных условий движения, т.е. $\dot{\phi}(0) = \dot{\phi}(\phi_{\text{K}}) = 0$, можно предположить, что точка ϕ_{Π} делит площадь S на две равные части. Докажем это, положив, что $\mathbf{R} = \mathbf{g} / \ell_{\text{цтп}} = \text{const}$.

Рассмотрим равенство

$$2 \int_0^{\phi_{\Pi}} [\ddot{\phi}] d\phi = \int_0^{\phi_{\text{K}}} [\ddot{\phi}] d\phi.$$

С учётом (2) имеем

$$2 \int_0^{\phi_{\Pi}} \mathbf{R} \{ [n_{y2}] - \cos \phi \} d\phi = \int_0^{\phi_{\text{K}}} \mathbf{R} \{ [n_{y2}] - \cos \phi \} d\phi$$

и в итоге

$$2\{[n_{y2}] \varphi_{\Pi} - \sin \varphi_{\Pi}\} = [n_{y2}] \varphi_{\kappa} - \sin \varphi_{\kappa}.$$

Рассмотрим равенство

$$2 \int_{\varphi_{\Pi}}^{\varphi_{\kappa}} [\dot{\varphi}] d\varphi = \int_0^{\varphi_{\kappa}} [\dot{\varphi}] d\varphi.$$

С учётом (2) имеем

$$2 \int_{\varphi_{\Pi}}^{\varphi_{\kappa}} R\{[n_{y2}] - \cos \varphi\} d\varphi = \int_0^{\varphi_{\kappa}} R\{[n_{y2}] - \cos \varphi\} d\varphi$$

и в итоге

$$2\{[n_{y2}] \varphi_{\Pi} - \sin \varphi_{\Pi}\} = [n_{y2}] \varphi_{\kappa} - \sin \varphi_{\kappa}.$$

Из одинаковости полученных равенств следует доказательство того, что точка φ_{Π} делит площадь S пополам.

Оценка параметров оптимального подъёма для исходных $[n_{y2}] = 2$, $\varphi_{\kappa} = \pi/2$, $\ell_{\text{цтп}} = 5$ м показала следующее:

- когда $[\ddot{\varphi}] = A = \text{const}$, $A = [\ddot{\varphi}](0) = 1,96$, $1/c^2$; $\varphi_{\Pi} = 45^\circ$, $\dot{\varphi}_{\text{max}} = 1,76$, $1/c$;
 $\tau = 1,79$, с;

- когда $[\ddot{\varphi}]$ изменяется в соответствии с выражением (2), то: $\varphi_{\Pi} = 53,7^\circ$,
 $\dot{\varphi}_{\text{max}} = 2,05$ $1/c$, $\tau = 1,22$ с. Значение $\dot{\varphi}_{\text{max}}$ найдено из выражения

$$\dot{\varphi}_{\text{max}} = \sqrt{2 \cdot \frac{g}{\ell_{\text{цтп}}} \{[n_{y2}] \cdot \varphi_{\Pi} - \sin \varphi_{\Pi}\}}.$$

Время разгона и торможения можно определить из выражения

$$\tau = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{1}{(\dot{\varphi})} d\varphi,$$

где φ_1 и φ_2 - начальный и конечный углы разгона или торможения, а $(\dot{\varphi})$ - возможная угловая скорость, определяемая на основе выражения для $[\ddot{\varphi}]$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фельдбаум А.А. Основы теории оптимальных автоматических систем. – М.: Наука, 1966. – 263 с.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика. – М.: Наука, 1965. – 208 с.

Поступила в редколлегию 14.08.2000