УДК 624.15.691.175

К ОЦЕНКЕ ПАРАМЕТРОВ ОПТИМАЛЬНОГО ПОДЪЁМА ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА В СТАРТОВОЕ ПОЛОЖЕНИЕ

Ю.А. Олейник, проф. В.А. Прокопов

Даётся оценка времени и максимальной скорости оптимального по быстродействию подъёма летательного аппарата в стартовое положение, если положены ограничения на угловые ускорения.

Рассмотрим задачу оценки параметров оптимального по быстродействию подъёма летательного аппарата (ЛА) из транспортного (горизонтального) в стартовое положение. Расчетная схема системы подъёма изображена на рис.1. Подъём контейнера 1 с ЛА осуществляется домкратом 3. Стрела 2 и контейнер 1 совершают плоское вращательное движение относительно точки О. Все элементы системы абсолютно жесткие и размещены на раме 4.

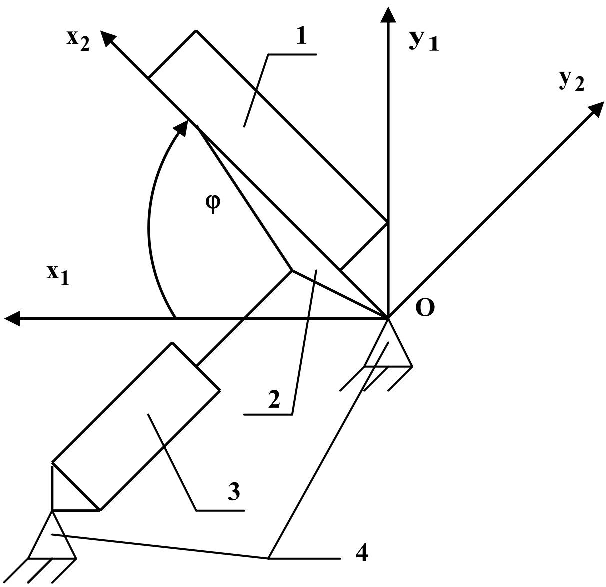

Рис.1. Расчетная схема системы подъёма

Используются абсолютная система координат $\mathbf{x_1Oy_1}$ и связанная система координат $\mathbf{x_2Oy_2}$. Положение контейнера в произвольный момент времени характеризуется координатой φ, стартовое положение углом φ_k, начальное $\varphi=0$.

Необходимо поднять контейнер от $\varphi=0$ до φ_k за наименьшее время. Причем, чтобы избежать удара в конце подъёма, нужно выполнить условие: $\dot{\varphi}(\varphi_k)=0$.

Эти условия указывают на два этапа подъёма: разгон и торможение. В качестве параметров оптимального подъёма приняты угол перехода от разгона к торможению $\varphi_п$, максимальная угловая скорость контейнера $\dot{\varphi}_{max}$ и время подъема τ. Эти параметры зависят от ограничений, накладываемых на другие производные угла подъёма по времени: $\dot{\varphi}$, $\ddot{\varphi}$ и т.д. На практике обычно ограничивают лишь угловые ускорения $\ddot{\varphi}=[\ddot{\varphi}]$, где $\ddot{\varphi}$ - значение максимально допустимого углового ускорения.

Возможны различные варианты задачи: подъём в безветрии и в условиях воздействия ветра, с постоянным допустимым значением $[\ddot{\varphi}]$ и переменным.

Исследуем параметры оптимального подъёма ТПК в безветрии с постоянным, а затем переменным значением $[\ddot{\varphi}]$.

Пусть $[\ddot{\varphi}]$=A=const. Тогда в соответствии с известными представлениями [1] $\varphi_п=\varphi_k/2$ разгон следует осуществлять с ускорением $+A\{[\ddot{\varphi}]=-A\}$, а торможение с $-A\{[\ddot{\varphi}]=-A\}$; $\tau=2\sqrt{\varphi_k/A}$, $\dot{\varphi}_{max}=\sqrt{A\cdot\varphi_k}$.

Нередко подъём осуществляют при ограничениях, накладываемых на поперечные перегрузки ЛА n_{y2} максимально допустимым значением $[n_{y2}]$. Как нетрудно показать, в этом случае текущее значение перегрузки ЛА описывается выражением

$$n_{y2}=\cos\varphi+\frac{\ell_{цтр}}{g}\cdot\ddot{\varphi}, \qquad (1)$$

где $\ell_{цтр}$ - расстояние от точки О до центра тяжести ЛА, м;

g - ускорение свободного падения, м/с^2.

В выражении (1) первый член правой части - это поперечная перегрузка, вызванная силой веса ЛА, а второй - поперечная перегрузка, вызванная силой инерции при подъёме.

Учитывая ограничение $n_{y2}\le[n_{y2}]$, можно получить выражение для допустимого углового ускорения $[\ddot{\varphi}]$ в виде

$$[\ddot{\varphi}]=\frac{g}{\ell_{цтр}}\left([n_{y2}]-\cos\varphi\right). \qquad (2)$$

Виды зависимости $[\ddot{\varphi}]$ от φ определяются видом связи $[n_{y2}]$ и угла φ и показаны на рис.2.

Если $[n_{y2}]$=const, то $[\ddot{\varphi}]$ зависит от $[n_{y2}]$ в соответствии с выражением (2).

Если $[n_{y2}]$ при подъёме может увеличиваться, то $[\ddot{\varphi}]$ увеличивается круче, чем в соответствии с выражением (2).

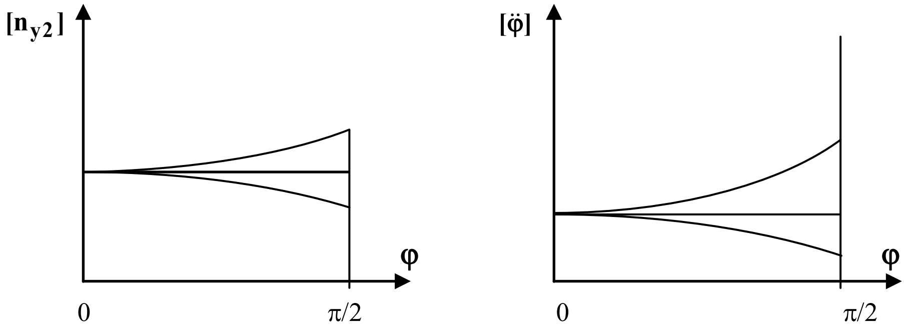

Рис.2. Зависимость $[\ddot{\varphi}]$ и $[n_{y2}]$ от угла φ

Если $[n_{y2}]$ уменьшается с увеличением угла φ, то $[\ddot{\varphi}]$ может оставаться постоянным или уменьшаться. Случай, когда $[\ddot{\varphi}]$=const рассмотрен ранее.

$$\int_0^{\varphi_п}[\ddot{\varphi}]d\varphi + \int_{\varphi_п}^{\varphi_к}[\ddot{\varphi}]d\varphi = \int_0^{\varphi_к}[\ddot{\varphi}]d\varphi = S\,. \quad (3)$$

Исследуем наиболее вероятный случай, когда $[n_{y2}]$=const. Тогда для $[\ddot{\varphi}]$ справедливо уравнение (2). Оно трансцендентное, а поэтому получение его решения и, как следствия, времени подъёма и максимальной скорости возможно лишь численными методами. Принципиальным становится вопрос о способе поиска угла $\varphi_п$ перевода системы от разгона к торможению.

При учёте идентичности начальных и конечных условий движения, т.е. $\dot{\varphi}(0) = \dot{\varphi}(\varphi_к) = 0$, можно предположить, что точка $\varphi_п$ делит площадь S на две равные части. Докажем это, положив, что $R = g/\ell_{цтр}$=const.

Рассмотрим равенство

$$2\int_0^{\varphi_п}[\ddot{\varphi}]\,d\varphi = \int_0^{\varphi_к}[\ddot{\varphi}]\,d\varphi\,.$$

С учётом (2) имеем

$$2\int_0^{\varphi_п}R\left\{[n_{y2}] - \cos\varphi\right\}d\varphi = \int_0^{\varphi_к}R\left\{[n_{y2}] - \cos\varphi\right\}d\varphi$$

и в итоге

$$2\left\{[n_{y2}]\varphi_п - \sin\varphi_п\right\} = [n_{y2}]\varphi_к - \sin\varphi_к .$$

Рассмотрим равенство

$$2\int_{\varphi_п}^{\varphi_к}[\ddot{\varphi}]\, d\varphi = \int_{0}^{\varphi_к}[\ddot{\varphi}]\, d\varphi .$$

С учётом (2) имеем

$$2\int_{\varphi_п}^{\varphi_п} R\left\{[n_{y2}] - \cos\varphi\right\} d\varphi = \int_{0}^{\varphi_к} R\left\{[n_{y2}] - \cos\varphi\right\} d\varphi$$

и в итоге

$$2\left\{[n_{y2}]\varphi_п - \sin\varphi_п\right\} = [n_{y2}]\varphi_к - \sin\varphi_к .$$

Из одинаковости полученных равенств следует доказательство того, что точка $\varphi_п$ делит площадь S пополам.

Оценка параметров оптимального подъёма для исходных ных $[n_{y2}]$=2, φ_k =π/2, $\ell_{цтр}$ =5 м показала следующее:

- когда $[\ddot{\varphi}]$=A=const, A=$[\ddot{\varphi}](0)$ =1,96, 1/с^2; $\varphi_п$ =45°, $\dot{\varphi}_{max}$ =1,76, 1/с; τ =1,79, с;

- когда $[\ddot{\varphi}]$ изменяется в соответствии с выражением (2), то: $\varphi_п$ = 53,7° , $\dot{\varphi}_{max}$ =2,05 1/с, τ =1,22 с. Значение $\dot{\varphi}_{max}$ найдено из выражения

$$\dot{\varphi}_{max} = \sqrt{2 \cdot \frac{g}{\ell_{цтр}}\left\{[n_{y2}] \cdot \varphi_п - \sin\varphi_п\right\}}.$$

Время разгона и торможения можно определить из выражения

$$\tau = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{1}{(\dot{\varphi})} d\varphi ,$$

где φ_1 и φ_2 - начальный и конечный углы разгона или торможения, а $(\dot{\varphi})$ - возможная угловая скорость, определяемая на основе выражения для $[\ddot{\varphi}]$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фельдбаум А.А. Основы теории оптимальных автоматических систем. – М.: Наука, 1966. – 263 с.

2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика. – М.: Наука, 1965. – 208 с.

Поступила в редколлегию 14.08.2000