УДК 624.31

ЛОКАЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ДИСКРЕТНОЙ ЗАДАЧИ ПЛАНИРОВАНИЯ НАБЛЮДЕНИЙ

к.т.н. В.А. Кочура, к.т.н. В.М. Лисаченко, к.т.н. С.В. Маловица
(представил д.т.н., проф. Д.В. Голкин)

Предложен локальный алгоритм решения задачи планирования наблюдений с обобщенным критерием достижения требуемого уровня точности. Приведено сравнение результатов его работы с оптимальным алгоритмом метода «ветвей и границ».

Развитие современных сложных технических систем и стремление к наиболее эффективному их использованию в настоящее время привели к широкому применению математических методов оптимизации и оптимального планирования их функционирования. Это в полной мере относится и к космическим системам.

Анализ возможностей использования средств наблюдения для решения задач контроля космического пространства показывает, что для их успешного выполнения необходимо получение баллистической информации от различных источников. Измерительные ресурсы средств, осуществляющих наблюдения за космическими объектами, ограничены. Одним из путей достижения заданного уровня точности сопровождения космических объектов и снижения суммарных затрат на получение, передачу и обработку баллистической информации является оптимизация планирования наблюдений. Решение задачи оптимального планирования существенным образом зависит как от конкретной структуры технической системы, в интересах которой она решается, так и от ее формализации. Рассмотренные в [1] постановки задач планирования наблюдений используют различные критерии достижения требуемого уровня точности и не в полной мере отражают всех особенностей задачи контроля космического пространства. Это привело к необходимости анализа известных критериев и разработке скалярного критериев достижения заданного уровня точности [2]:

$$\mathbf{J}_\lambda = \lambda_{\min} \{\underline{\mathbf{K}}_{\text{тр}} \cdot \underline{\mathbf{G}}_{\text{ут}}\} \geq 1, \qquad (1)$$

где $\underline{\mathbf{K}}_{\text{тр}}$ - корреляционная матрица определяющая требуемый уровень точности; $\underline{\mathbf{G}}_{\text{ут}}$ - информационная матрица, определяющая полученную точность на момент уточнения; $\lambda_{\min}$ – минимальное собственное число матрицы $\{\underline{\mathbf{K}}_{\text{тр}} \cdot \underline{\mathbf{G}}_{\text{ут}}\}$.

С использованием предложенного критерия задача планирования наблюдений по отдельному космическому объекту (КО) при заданной группировке средств наблюдения, $\mathbf{i = 1,...,N}$ и интервале планирования $\mathbf{T = t_0 \div t_{\text{ут}}}$, может быть представлена в виде

$$\begin{cases} C = \sum_{i=1}^{N} \sum_{s=1}^{R^i} (\gamma_{is} \cdot C_{is}) \to \min_{(\underline{\gamma})}; \\ J_\lambda = \lambda_{\min} (\underline{K}_{тр} \{\underline{K}_{апр}^{-1} + \sum_{i=1}^{N} \sum_{s=1}^{R^i} (\gamma_{is} \cdot \underline{G}_{is})\}) \geq 1, \end{cases} \quad (2)$$

где $\gamma_{is}=0$, если сеанс проводится и $\gamma_{is}=1$, если не проводится; $s = 1,...,R^i$ - множество потенциальных сеансов наблюдений для каждого **i** - го средства; C_{is} - затраты на проведение **s** - го сеанса наблюдения **i** - м средством; $\underline{K}_{апр}$- априорная информация в виде корреляционной матрицы оценки вектора параметров движения космического объекта, полученной на момент времени t_0; $\underline{G}_{is}$ - информационная матрица соответствующая проведению **i** - м средством **s** - го сеанса наблюдения, спрогнозированная на момент $t_{ут}$; $\{\gamma_{is}\}$ - матрица плана.

Данная задача относится к классу дискретных оптимизационных задач с линейной целевой функцией и нелинейными ограничениями. Наличие значительных трудностей при решении задач дискретного программирования привело к разработке легко реализуемых локальных алгоритмов [3,4], которые бы на основе учета специфических особенностей задачи позволяли находить в среднем лучшие локальные экстремумы.

Рассмотрим локальный алгоритм планирования наблюдений по отдельному космическому объекту. В его основу положим введение условий доминирования одних сеансов наблюдений над другими. Идея предлагаемого подхода заключается в рассмотрении в пространстве допустимых решений некоторой окрестности вариантов решения задачи и в выборе из них по введенному правилу приоритетного варианта. Алгоритм можно отнести к классу весовых локальных алгоритмов булевого программирования, структура которых адаптирована к исходным параметрам задачи. Это название связано с тем, что процесс адаптации состоит в последовательном фиксировании компонент плана $\{\gamma\}$ в соответствии с "весами", заданными исходя из определенных соображений.

Предположим, что сформирован план $\{\gamma\}^0$, состоящий из всех возможных сеансов наблюдений для всех средств и получен вывод о достижении заданного уровня точности

$$J_\lambda = \lambda_{\min} \{\underline{K}_{тр} \cdot (\underline{K}_{апр}^{-1} + \sum_{i=1}^{N} \sum_{s=1}^{R^i} (\gamma_{is}^{(0)} \cdot \underline{G}_{is}))\} \geq 1, \text{ где } \gamma_{is}^{(0)} = 1. \quad (3)$$

Стоимость данного плана равна

$$C^{(0)} = \sum_{i=1}^{N} \sum_{s=1}^{R^i} (\gamma_{is}^{(0)} \cdot C_{is}). \quad (4)$$

Введем показатель удельной эффективности, который определяет, какое количество эффекта, в смысле выполнения требований по точности, получено на единицу затрат при реализации данного плана

$$Э_{уд}^{(0)} = \frac{J_{\lambda}^{(0)}}{C^{(0)}} = \frac{\lambda_{min}\{\underline{K}_{тр} \cdot (\underline{K}_{апр}^{-1} + \sum_{i=1}^{N}\sum_{s=1}^{R^i}(\gamma_{is}^{(0)} \cdot \underline{G}_{is}))\}}{\sum_{i=1}^{N}\sum_{s=1}^{R^i}(\gamma_{is}^{(0)} \cdot C_{is})}. \quad (5)$$

Рассмотрим другой план $\{\gamma\}^1$, отличающийся от плана $\{\gamma\}^0$, тем, что из него исключен один **s** - й сеанс проводимый средством **i** (т.е. рассмотрим окрестность плана $\{\gamma\}^0$ радиуса $r = 1$). Его удельная эффективность будет равна

$$Э_{уд}^{(1)} = \frac{J_{\lambda}^{(1)}}{C^{(1)}} = \frac{\lambda_{min}\{\underline{K}_{тр} \cdot (\underline{K}_{апр}^{-1} + \sum_{i=1}^{N}\sum_{s=1}^{R^i}(\gamma_{is}^{(0)} \cdot \underline{G}_{is}) - \underline{G}_{is})\}}{\sum_{i=1}^{N}\sum_{s=1}^{R^i}(\gamma_{is}^{(0)} \cdot C_{is}) - C_{is}}. \quad (6)$$

По ее значению можно судить о том, насколько повысилась (или уменьшилась) удельная эффективность плана, если **s** - й сеанс не использован. $Э_{уд}^{(is)}$ позволяет осуществить ранжирование сеансов плана $\{\gamma\}^0$ по их вкладу в удельную эффективность, т.е. определить "вес" плана без конкретного сеанса. Рассмотрим алгоритм планирования наблюдений с использованием показателя удельная эффективность. Проведем переиндексацию с целью сведения двухиндексной задачи к одноиндексной $d = 1,..,D$, $D = N \times S$. Все возможные варианты решений представим в виде дерева: корневой вершине соответствует план $\{\gamma\}^1$, состоящий из всех сеансов наблюдений, вершинам второго уровня соответствуют планы $\{\gamma\}_1^2,...,\{\gamma\}_D^2$, у которых исключено по одному сеансу и так далее до вершин **L** - го уровня, состоящих из одного сеанса $l = 1,...,L$, $L = D$. Каждая подвергаемая ветвлению активная вершина l - го уровня ветвится на $D - l + 2$ вершин следующего уровня $j = 1,...,(D-l+2)$. Решение задачи может находиться на одном из l уровней.

Алгоритм состоит в зондировании пространства возможных решений радиусом $r = 1$ и в движении в выбранном приоритетном направлении, осуществляемом за счет фиксирования переменных $\gamma_d = 0$ для тех сеансов наблюдений, которые оказывают минимальный вклад в суммарную удельную эффективность. Схема алгоритма может быть представлена в виде последовательности шагов.

1. Формирование исходного плана $\{\gamma_d\}^1$ (все сеансы наблюдений).

2. Проверка критерия достижения требуемого уровня точности для плана $\{\gamma_d\}^1$ $J_\lambda(\{\gamma_d\}^1) \geq 1$. Если оно не выполняется, то вершина является вырожденной и задача при данных условиях не имеет решения.

3. Если условие $J_\lambda(\{\gamma_d\}^1) \geq 1$ выполнено, то $\{\gamma_d\}^1$ принимается в качестве рекордного плана, а соответствующая ему вершина становится активной.

4. Ветвление активной вершины $\{\gamma_d\}^1$ к вершинам второго уровня $\{\gamma_d\}^2$.

5. Проверка критерия $J_\lambda(\{\gamma_d\}^2) \geq 1$ для каждой вершины второго уровня. Те вершины, и соответствующие им планы, для которых $J_\lambda(\{\gamma_d\}^1) < 1$, являются вырожденными и из дальнейшего анализа исключаются. Если все планы второго уровня являются вырожденными, то решением является план $\{\gamma_d\}^1$.

6. Вершины, удовлетворяющие условию $J_\lambda(\{\gamma_d\}^2) \geq 1$, являются активными и подлежат зондированию.

7. Определяется удельная эффективность планов соответствующих активным вершинам $Э_{уд\ j}^2$.

8. Ранжирование вершин по значениям $Э_{уд\ j}^2$.

9. План, у которого $Э_{уд\ j}^2$ имеет максимальное значение, принимается в качестве нового рекорда и подлежит дальнейшему ветвлению. Остальные активные вершина данного уровня из анализа исключаются.

Процесс ветвления и зондирования осуществляется по схеме аналогичной пунктам 4 - 9 до нахождения на l -ом уровне активной вершины, из которой невозможно осуществить ветвление без нарушения условия $J_\lambda(\{\gamma_d\}^{l+1}) \geq 1$.

Определена вычислительная сложность предложенного алгоритма, под которой понимается максимально возможное число альтернатив рассматриваемых при его работе. Дерево перебора состоит из **L** уровней. Оно начинается с первого уровня, включающего **D** сеансов наблюдений, и заканчивается уровнем, состоящим из вершин, имеющих по одному сеансу. В самом худшем случае решение может находиться на последнем уровне. На каждом уровне, начиная со второго, анализу подлежит не более чем $D - l + 2$ вершин. Общее количество подвергаемых анализу вершин не превысит $\sum_{\ell=2}^{L}(D-\ell+2)+1$ вершину.

Для оценки эффективности локального алгоритма проведено сравнение результатов его работы, с результатами, полученными при использовании алгоритма метода “ветвей и границ”, дающего оптимальное решение. Числовыми характеристики взаимосвязи между оптимальным и локальным алгоритмами выступали:

- относительный проигрыш по затратам на нескольких циклах планирования локального алгоритма в процентах $W^{л}$;

- относительный выигрыш по времени решения на нескольких циклах планирования локального алгоритма $W_{т}^{л}$.

Из каталога космических объектов были отобраны шесть КО с высотами апогея до 5000 км. Каждый из КО являлся представителем группы объектов, которая охватывает КО с определенными характеристиками орбит (наклонение, эксцентриситет). Шесть групп включают в себя порядка 70% всех каталогизированных КО. Длительность интервала планирования для каждого КО равнялась трем суткам, группировка средств наблюдения состояла из двух радиолокационных станций. Циклы планирования проводились независимо. По каждому КО было проведено по 30 циклов планирования, что охватывало до 3 месяцев работы средств и позволило получить оценки $\mathbf{W}^{\text{Л}}$ с доверительной вероятностью не ниже 0,9 при относительной точности оценки 5%.

Данные о результатах работы алгоритмов приведены в табл. 1.

Таблица 1

Анализ работы алгоритмов для 6 различных КО

Порядковый номер	Суммарное значение целевой функции		Суммарное время решения		$\mathbf{W}^{\text{л}}$ (в %)	$\mathbf{W}^{\text{л}}_{\text{т}}$
	для оптимального алгоритма	для локального алгоритма	оптимальным алгоритмом (в сек)	локальным алгоритмом (в сек)		
1	113	113	1275	40	0	31
2	138	148	2989	64	7,2	46
3	152	155	7693	120	1,9	63
4	115	122	7953	122	6	64
5	107	111	2766	62	3.7	44
6	105	107	1145	40	1.9	27

Результаты моделирования показывают, что предложенный алгоритм может быть использованы как для нахождения локальных решений, при ограниченных затратах на ресурс машинного времени, а так же в качестве начальных приближений для поиска оптимальных решений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Малышев В.В., Красильщиков М.Н., Карлов В.И. Оптимизация наблюдения и управления летательных аппаратов – М.: Машиностроение, 1989. – 312 с.

2. Деденок В.П., Кочура В.А., Ткаченко А.А. Обоснование подходов при выборе показателей и критериев точности оценивания навигационных параметров космических объектов в задачах планирования наблюдений // Радиоэлектроника и информатика. – 1998. – №1. – С. 76 - 78.

3. Сергиенко И.В. Математические модели и методы решения задач дискретной оптимизации – К.: Наукова думка, 1988. – 472 с.

4. Калинин В.Н., Резников Б.А., Варакин Е.И. Теория систем и оптимального управления. Часть 2. Понятия, модели, методы и алгоритмы оптимального выбора. – МО СССР, 1988. – 589 с.

Поступила в редколлегию 18.10.2000