

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДСТВ ОБРАБОТКИ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ СПОСОБАХ ОБРАБОТКИ

к.т.н. В.Б.Кононов
(представил д.т.н., проф. Б.Ф. Самойленко)

В статье рассматриваются вопросы оптимального распределения неоднородных средств обработки зараженных районов местности при различных способах обработки в условиях заданных ограничений.

Имеется m типов неоднородных средств обработки (СО) в количестве A_i единиц i - го типа, которые необходимо распределить по n районам зараженной местности, которая должна быть подвергнута обработке l способами. При этом в j - м районе могут одновременно функционировать не более B_j СО любого типа (в связи с тем, что все СО расположены на однотипной технике).

Технические характеристики (ТХ) неоднородных СО представим следующим способом:

β_{ik} ($i = \overline{1, m}; k = \overline{1, l}$) - производительность ($m^2/\text{мин}$) i - го средства обработки k - м способом (не зависит от типа района);

γ_{ijk} ($i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}; k = \overline{1, l}$) - коэффициент поправки производительности специальной обработки j - го района одним СО i - го типа k - м способом;

δ_j ($j = \overline{1, n}$) - коэффициент поправки производительности обработки j - го района одним СО с учетом степени заражения (не зависит от типа СО и типа обработки – характеризует степень заражения одной и той же местности);

$\alpha_{ijk} = \beta_{ik} \cdot \gamma_{ijk} \cdot \delta_j$ ($i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}; k = \overline{1, l}$) - производительность ($m^2/\text{мин}$) обработки j - го района одним СО i - го типа k - м способом;

t_{ik} ($i = \overline{1, m}; k = \overline{1, l}$) - время (мин) непрерывной работы одного СО

i - го типа при одной зарядке и при обработке его k - м способом (не зависит от района, так как тип района учтен в производительности);

t_{ik}^1 ($i = \overline{1, m}; k = \overline{1, l}$) - время (мин) заправки специальным раствором одного СО i - го типа при одной заправке при обработке k - м способом.

Заметим, что если СО i - го типа не может по своим ТХ использоваться при обработке районов местности k - м способом, то

$$\beta_{ik} = 0, \quad i = \overline{1, m}; \quad k = \overline{1, l}. \quad (1)$$

Если СО i - го типа не может по своим ТХ использоваться при обработке в j - ом районе для любого способа обработки, то

$$\alpha_{ijk} = 0, \quad i = \overline{1, m}; \quad k = \overline{1, l}. \quad (2)$$

Наконец, если СО i - го типа не может по своим ТХ использоваться в j - ом районе при обработке его k - м способом, то условия (1) и (2) выполняются одновременно и $t_{ijk} = 0$.

Рассмотрим следующие переменные:

y_{ijk} ($i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}; k = \overline{1, l}$) - искомое количество заправок СО i - го типа специальными растворами, выделяемых в j - й район местности при k - ом способе обработки;

z_{jk} ($j = \overline{1, n}; k = \overline{1, l}$) - булева переменная, которая равна единице, если j -й район подвергается обработке k - м способом, и равна нулю в противном случае;

x_{ijk} ($i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}; k = \overline{1, l}$) - искомое количество СО i - го типа, планируемых для обработки j - го района k - м способом, если число заправок равно y_{ijk} .

Требуется найти оптимальное распределение введенных переменных x_{ijk} ($i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}; k = \overline{1, l}$) для неоднородных СО по всем районам зараженной местности при требуемых способах обработки по критерию минимума суммарного времени обработки данных районов.

Изложим построение математической модели задачи. Очевидно, что:

$z_{jk} y_{ijk} (t_{ijk} + t_{ik}^1)$ - время обработки j - го района k - м способом обработки СО i - го типа;

$\sum_{k=1}^1 z_{jk} y_{ijk} (t_{ijk} + t_{ik}^1)$ - время обработки j - го района всеми необхо-

димыми способами СО i - го типа;

$\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^1 z_{jk} y_{ijk} (t_{ijk} + t_{ik}^1)$ - время обработки j - го района, всеми не-

обходимыми способами и всеми необходимыми средствами обработки.

Исходя из условия параллельной обработки всех районов определим общее время обработки местности как

$$T = \max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^1 z_{jk} y_{ijk} (t_{ijk} + t_{ik}^1),$$

причем $X = \|x_{ijk}\|_{mnl}$ - искомый план распределения неоднородных СО по районам с учетом типа способов обработки;

$Y = \|y_{ijk}\|_{mnl}$ - искомый план количества зарядок неоднородных СО во всех районах с учетом типа способов обработки.

С учётом принятого критерия, целевая функция имеет следующий вид:

$$T = \max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^1 z_{ij} y_{ijk} (t_{ijk} + t_{ik}^1).$$

Построим ограничения математической модели рассматриваемой задачи.

Ограничения

$$\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^1 z_{jk} x_{ijk} \leq A_i, \quad i = \overline{1, m}; \quad k = \overline{1, 1}; \quad j = \overline{1, n}$$

означают, что количество используемых СО i -го типа во всех районах при плане Y требуемыми способами обработки каждого района не превосходит имеющегося количества СО каждого типа.

Ограничения

$$\sum_{k=1}^1 z_{jk} x_{ijk} \leq B_{ij}, \quad i = \overline{1, m}; \quad k = \overline{1, 1}; \quad j = \overline{1, n}$$

означают, что количество используемых СО i -го типа в j -м районе при плане Y требуемыми способами обработки каждого района не превосходит количества СО каждого типа, которые могут находиться в j -м районе.

Ограничения

$$\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^l (z_{jk} \alpha_{ijk} x_{ijk}) \geq S_j, \quad j = \overline{1, n}$$

означают, что каждый район зараженной местности полностью обрабатывается определенными типами СО требуемым способом обработки.

Ограничения

$$x_{ijk} = [x_{ijk}] \geq 0, \quad i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n};$$

$$y_{ijk} = [y_{ijk}] \geq 0, \quad i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}; k = \overline{1, l}$$

являются ограничениями на целочисленность и неотрицательность исходных переменных.

Следовательно, математическая модель задачи оптимального распределения неоднородных СО по районам при различных способах обработки имеет вид:

$$T = \max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^l z_{ij} y_{ijk} (t_{ijk} + t_{ik}^1) \rightarrow \min;$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l z_{jk} x_{ijk} \leq A_i, \quad i = \overline{1, m}; \quad k = \overline{1, l}; \quad j = \overline{1, n};$$

$$\sum_{k=1}^l z_{jk} x_{ijk} \leq B_j, \quad i = \overline{1, m}; \quad k = \overline{1, l}; \quad j = \overline{1, n};$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^l (z_{jk} \alpha_{ijk} x_{ijk}) \geq S_j, \quad j = \overline{1, n};$$

$$x_{ijk} = [x_{ijk}] \geq 0, \quad i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n};$$

$$y_{ijk} = [y_{ijk}] \geq 0, \quad i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}; k = \overline{1, l};$$

$$z_{jk} \in \{0; 1\}, j = \overline{1, n}; k = \overline{1, l}.$$

Предложенная модель позволяет решать задачи оптимального распределения неоднородных средств обработки зараженных районов местности при различных способах обработки в условиях заданных ограничений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мороз Ф.В., Кембелл Д.Е. Методы исследования операций. – М: Сов. радио, 1965. – 286 с.

Поступила в редколлегию 20.10.2000
