

## ЭКСПЕРТНЫЕ ДАННЫЕ: МЕТОДИКА БЫСТРОГО СОГЛАСОВАНИЯ

к.т.н. Ю.А. Гусак, к.т.н. А.А. Попеленко, О.В. Махлов  
(представил д.т.н, проф. А.А. Метешкин)

Предлагается методика, позволяющая получить высокую согласованность экспертных данных, представленных в виде матрицы парных сравнений.

Квантификация предпочтений в методе парных сравнений, несмотря на простоту самой процедуры, не позволяет быстро получить хороший результат с ростом числа сравниваемых факторов  $E_1, E_2, \dots, E_n$ . Только повторные «встречи» экспертов, обсуждение ранее полученных результатов, привлечение группы экспертов для выработки коллективных суждений позволяют добиться приемлемой согласованности в исходных данных, которые подлежат обработке.

Реализованная в информационно – расчетной системе «Рейтинг-К» методика адаптивного формирования компонентов матрицы парных сравнений позволяет учесть опыт эксперта с приемлемой для практики согласованностью экспертных данных. Оценка согласованности экспертных данных, представленных в виде матрицы парных сравнений с использованием шкалы оценок Саати [1], производится с помощью индекса согласованности  $I_s$ , который определяется как

$$I_s = (\lambda_{\max} - n) / (n - 1),$$

где  $n$  - порядок матрицы парных сравнений  $A = \{a_{ij}\}$ ,  $i, j = \overline{1, n}$ ;  $\lambda_{\max}$  - максимальное собственное значение матрицы  $A$ .

Матрица  $A$  используется для вычисления вектора  $W = \{w_i\}$ ,  $i = \overline{1, n}$  относительных приоритетов для сравниваемых факторов  $E_1, E_2, \dots, E_n$ . Вектор  $W$  получается в результате нормализации главного собственного вектора  $V = \{v_i\}$ ,  $i = \overline{1, n}$  матрицы  $A$ , соответствующего значению  $\lambda_{\max}$ . Если  $I_s < 0.1$ , то считается, что экспертные данные согласованы. Если значение  $I_s > 0.1$ , то представленные экспертные данные считаются несогласованными и их не рекомендуется использовать для принятия каких-либо решений. Несогласованность проявляется как следствие нарушения транзитивности элементов матрицы парных сравнений  $A$ , которую труднее обеспечивать с увеличением числа сравниваемых объектов.

Заполняя матрицу парных сравнений эксперт должен выполнить  $k = n(n-1)/2$  парных сравнений элементов множества  $\{E_1, E_2, \dots, E_n\}$ . При зна-

чении  $n > 5$ , как правило, в первых турах не удастся обеспечить свойство транзитивности суждений. Предлагаемая методика, основываясь на некоторых свойствах матрицы парных сравнений, позволяет построить простую процедуру, которая требует обязательных только  $k = n - 1$  парных сравнений и возможно некоторого дополнительного количества парных сравнений для получения окончательного экспертного заключения.

**Некоторые свойства матрицы  $A$ .** Числовая матрица парных сравнений  $A$  в шкале Саати относится к квадратным положительным обратносимметричным матрицам. Матрица  $A$  обладает следующими свойствами.

1. Элементы главной диагонали равны единицам  $a_{ii} = 1$ .
2. Элементы матрицы, расположенные симметрично относительно главной диагонали, обратносимметричны, т.е.  $\forall i, j \quad a_{ij} = 1/a_{ji}$ .
3. Матрица  $A$  – кардинально согласована [1], если  $\forall i, j, k \quad a_{ij} = a_{ik} \cdot a_{kj}$ .

Для кардинально согласованной матрицы справедливы следующие эквивалентные утверждения: максимальное собственное значение  $A$  равно ее порядку  $\lambda_{\max} = n$ ; матрица  $A$  имеет ранг, равный единице.

Указанные свойства позволяют в процессе сбора экспертных данных выполнить только  $(n - 1)$  парных сравнений для формирования всей матрицы  $A$ . Этот начальный этап можно назвать этапом обязательной адаптации. Затем используя свойство кардинальной согласованности матрицы  $A$ , можно сформировать всю матрицу парных сравнений.

#### **Адаптивный алгоритм согласования экспертных данных.**

*Шаг 1.* Задание матрицы  $A = \{ a_{ij} \mid a_{ij} = 1 \}$ ,  $i, j = \overline{1, n}$ .

*Шаг 2.* Начальный этап адаптации. Состоит в получении от эксперта начальных  $(n - 1)$  парных сравнений, по которым можно построить всю матрицу  $A$ .

*Шаг 3.* Автоматическая генерация матрицы  $A$  с учетом свойства кардинальной согласованности, при этом гарантируется  $\lambda_{\max} = n$  и  $I_s = 0$ .

*Шаг 4.* Может включать несколько итераций. На каждой итерации эксперт, ознакомившись с результатами начальной адаптации или предыдущих вычислений, по своему усмотрению корректирует значения элементов матрицы  $A$ , контролируя свои действия с помощью текущих оценок  $\lambda_{\max}$  и  $I_s$ .

**Пример.** Исходная матрица парных сравнений для примера взята из [1, с.42].

*Шаг 1.* Задаем исходную матрицу  $A$ ,  $n = 6$ .

*Шаг 2.* Начальный этап адаптации.

Выберем для наглядности в качестве начальных  $(n - 1)$  парных сравнений элементы первой строки  $a_{12}=5, a_{13}=7, a_{14}=5, a_{15}=3, a_{16}=1$ .

*Шаг 3.* Автоматическая генерация матрицы **A**. По первой строке формируем всю матрицу **A** по правилу:  $\square \forall i, j, k \ a_{ij} = a_{ik} a_{kj}$ . Результаты расчетов приведены на рис. 1.

*Шаг 4.* Проведем одну итерацию. Пусть эксперт выбрал для корректировки элементы  $a_{52} = 7$ ,  $a_{54} = 5$ ,  $a_{56} = 1$ . Тогда после пересчета (рис. 2) получаем  $\lambda_{\max} = 6.26$  и  $I_s = 0.05$ . Начальное упорядочивание элементов не нарушилось и индекс согласованности полученного результата значительно меньше, чем для результата, приведенного в [1].

	E1	E2	E3	E4	E5	E6
E1	1	5	7	5	3	1
E2	0.20	1	1.40	1.00	0.60	0.20
E3	0.14	0.71	1	0.71	0.43	0.14
E4	0.20	1.00	1.40	1	0.60	0.20
E5	0.33	1.67	2.33	1.67	1	0.33
E6	1	5	7	1	3	1

$$\lambda_{\max} = 6; I_s = 0$$

$$W = \{0.37; 0.07; 0.05; 0.07; 0.116; 0.348\}$$

Рис.1. Результаты расчетов для шага 3

	E1	E2	E3	E4	E5	E6
E1	1	5	7	5	3	1
E2	0.20	1	1.40	1.00	0.60	0.20
E3	0.14	0.71	1	0.71	0.43	0.14
E4	0.20	1.00	1.40	1	0.60	0.20
E5	0.33	7	2.33	5	1	1
E6	1	5	7	1	3	1

$$\lambda_{\max} = 6.26; I_s = 0.05$$

$$W = \{0.34; 0.05; 0.04; 0.05; 0.22; 0.27\}$$

Рис.2. Результаты расчетов для шага 4

Предлагаемая методика согласования экспертных данных хорошо зарекомендовала себя в диалоговой расчетно - вычислительной системе «Рейтинг-К» [2], предназначенной для сбора, хранения и обработки экспертных данных, характеризующих состояние и эффективность работы кафедр ХВУ. Эксперименты с матрицами высокого порядка ( $n=10$ ) подтвердили предварительный вывод о том, что число шагов коррекции всегда гораздо меньше общего количества требуемых парных сравнений, т.е.  $k \ll n(n-1)/2$ .

Этап фиксированной начальной адаптации, содержащей только ( $n-1$ ) обязательных парных сравнений, вбирает в себя эрудицию, опыт и знания эксперта. Его качество можно существенно повысить, если предложить экспертам сначала оценить элементы множества  $\{E_1, E_2, \dots, E_n\}$  в порядковой шкале, а потом выполнить обязательные парные сравнения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий. – М.: Радио и связь, 1993. – 320 с.
2. Гусак Ю.А., Попеленко А.А. Информационно - расчетная система «Рейтинг-К». – Харьков : ХВУ, 2001. – 126 с.

*Поступила в редколлегию 5.03.2001*

---