УДК 681.513

ОЦЕНИВАНИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ В ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ НА ОСНОВЕ ИТЕРАЦИОННО - ИНВЕРСНЫХ МОДЕЛЕЙ

к.т.н. В.И. Кортунов
(представил д.т.н., проф. В.М. Илюшко)

Решается задача идентификации входных сигналов или оценивания возмущений для линейных непрерывных динамических систем. Решение получено на основе представления динамических операторов в ряд Неймана с обеспечением его сходимости. Показана возможность модификации обращения динамических моделей реального времени при имеющейся априорной информации о возмущениях.

Введение. Идентификация входных сигналов или восстановление возмущений широко применяется в теории управления, теории обработки сигналов и теории обратных задач [1,2]. Так, в теории управления восстановление или оценивание возмущений позволяет создавать робастные системы управления [4] на основе сигнальной адаптации, а в обработке измерений расширять полосу пропускания средств измерения [2].

В работе рассматривается итерационный метод оценивания возмущений для линейных динамических систем, реализующий последовательные приближения к обратным динамическим моделям и работоспособный в режиме реального времени. Регуляризация обращения модели производится за счет ограничения числа итераций и параметризации каждого шага итерации. Представленные результаты являются развитием метода восстановления возмущения в динамических системах на основе инверсных фильтров реального времени [8].

Постановка задачи. Предположим, что исследуемый объект описывается уравнениями:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(\mathbf{t}) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(\mathbf{t}) + \mathbf{B_u}\mathbf{u}(\mathbf{t}) + \mathbf{B_v}\mathbf{v}(\mathbf{t}); \\ \mathbf{y}(\mathbf{t}) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(\mathbf{t}) + \mathbf{D_u}\mathbf{u}(\mathbf{t}) + \mathbf{D_v}\mathbf{v}(\mathbf{t}) + \mathbf{e}(\mathbf{t}), \end{aligned} \tag{1}$$

где $\mathbf{x(t)} \in \mathbf{R^n}$ - вектор состояния; $\mathbf{u(t)} \in \mathbf{R^m}$ - вектор управления; $\mathbf{v(t)} \in \mathbf{R^p}$ - вектор возмущения, $\mathbf{e(t)} \in \mathbf{R^m}$ - вектор ошибок выхода; $\mathbf{A}$, $\mathbf{B_u}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{D_u}$, $\mathbf{D_v}$, - матрицы состояния, управления и наблюдения соответствующей размерности.

Оценивание вектора состояния рассматриваемого объекта зависит от неконтролируемых входных сигналов или возмущений $\mathbf{v(t)}$, на который могут быть наложены ограничения на основе априорной информации – интервальные по амплитуде или частотной характеристике. Ставится задача синтеза непрерывного фильтра оценивания входных сигналов, позволяющих учитывать априорные сведения в форме нелинейных ограничений вида $\mathbf{v(t)} \in \mathbf{\Omega_v}$, где $\mathbf{\Omega_v}$ - область возможных значений неизмеряемых входных сигналов динамической системы.

Оценивания возмущения итерационным методом в операторной форме. Представим систему уравнений (1) в операторном виде

$$\mathbf{y(t) = W_u[u(t)] + W_v[v(t)]}, \tag{2}$$

где $\mathbf{W_u[\ .]}$, $\mathbf{W_v[.\ ]}$ - операторы преобразования входных измеряемых и неизмеряемых сигналов.

В общем случае операторы могут быть записаны через различные интегральные преобразования – Фурье, Лапласа или операторы типа свертки [7].

Вначале решения задачи синтезируем фильтр оценивания состояния при $\mathbf{v(t)\equiv 0}$. Тогда уравнение фильтра можно представить как:

$$\begin{gathered}\dot{\hat{\mathbf{x}}}\mathbf{(t) = A(\hat{x}) + B_u u(t) + L_e\big(y(t) - C\hat{x}(t) - D_u u(t)\big);}\\ \mathbf{\hat{y}(t) = C\hat{x}(t) + D_u u(t),}\end{gathered} \tag{3}$$

где $\mathbf{L_e}$ - настроечная матрица наблюдателя.

В операторном виде система (3) запишется как

$$\mathbf{\hat{y}(t) = W_y\big(L_e\big)\big[y(t)\big] + W_u\big(L_e\big)\big[u(t)\big]}, \tag{4}$$

где $\mathbf{W_y(L_e) = C(pI - A + L_eC)^{-1}L_e}$; $\mathbf{Wu_y(L_e) = C(pI - A + L_eC)^{-}1\ (B_u - L_eD_u)}$; $\mathbf{p}$ - оператор дифференцирования.

Зависимость операторов от матрицы варьируемых параметров $\mathbf{L_e}$ подчеркивает возможность параметризации фильтров.

Вычтя систему (3) из (1), получим:

$$\begin{gathered}\mathbf{\Delta\dot{x}(t) = \big(A - L_eC\big)\Delta x(t) + \big(B_v - L_eD_v\big)v(t)\ ;}\\ \mathbf{\Delta y(t) = C\Delta x(t) + D_v v(t),}\end{gathered} \tag{5}$$

где $\mathbf{\Delta x(t)}$, $\mathbf{\Delta y(t)}$ - векторы ошибок оценивания состояния и выхода.

В операторной форме система (5) запишется как

$$\mathbf{\Delta y(t) = W_v(L_e)[v(t)]}. \tag{6}$$

Решение задачи восстановления возмущения можно получить из (6) путем обращения оператора [2], однако такое решение не обеспечивает качественных показателей ввиду некорректности задачи. Отметим, что использование фильтра оценивания состояния в (6) расширяет полосу пропускания оператора $\mathbf{W_v(L_e)}$ выбором $\mathbf{L_e}$. Это расширяет также и полосу восстановления входного сигнала, в то время как в системе (2) полоса пропускания ограничена объектом управления.

Дополним операторное уравнение (6) слагаемыми с $\mathbf{v}$ для приведения к схеме сжимающих отображений [5]:

$$\mathbf{v = \lambda\Delta y + (\lambda W_v(L_e))[v]}, \tag{7}$$

где $\boldsymbol{\lambda}$ - скалярный параметр коррекции сходимости, $\mathbf{I[.]}$ - единичный оператор. Представление операторного уравнения в виде (7) эквивалентно решению операторного уравнения (6) через разложение исходного оператора $\mathbf{W_v(L_e)}$ в ряд Неймана [5].

Метод последовательных приближений обеспечивает сходимость, когда выполнено условие [5] :

$$\left\| \mathbf{I} - \lambda \mathbf{W_v} (\mathbf{L_e}) \right\| < \mathbf{1}, \qquad (8)$$

где $\|\cdot\|$ обозначает норму оператора.

Выбором параметров $\mathbf{L_e}$ и λ можно выполнить условие (8) и обеспечить сходимость итерационного процесса

$$\mathbf{v_{i+1}} = \lambda \Delta \mathbf{y} + (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W_v}(\mathbf{L_e}))[\mathbf{v_i}], \qquad (9)$$

где **i** - номер итерации.

В схеме итерационных вычислений (9) можно использовать априорные сведения о возмущениях как дополнительное операторное преобразование

$$\hat{\mathbf{v}}_{\mathbf{i}} = \mathbf{F_v}\left[\mathbf{v_i}\right] \in \mathbf{\Omega_v}. \qquad (10)$$

Подставляя ограничение (9) в (10), получаем нелинейный итерационный алгоритм [2] :

$$\hat{\mathbf{v}}_{\mathbf{i+1}} = \lambda \Delta \mathbf{y} + \left(\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W_v}\left(\mathbf{L_e}\right)\right)\left[\mathbf{F_v}[\hat{\mathbf{v}}_{\mathbf{i}}]\right], \qquad (11)$$

где $\hat{\mathbf{v}}$ - оценка нелинейного преобразования итерационной схемы.

Сходимость нелинейной процедуры (11) обеспечивается свойством нерасширяемости оператора $\mathbf{F_v}$. Для некоторых видов ограничений на возмущения доказана нерасширяемость оператора [6] и тем самым сходимость восстановления входных сигналов.

Сложность получения решения по схеме (11) определяется слабым регуляризирующим свойством операторов. Для стабилизации решения можно использовать регуляризирующие функционалы или множители [2], которые модифицируют процедуру (11), например,

$$\hat{\mathbf{v}}_{\mathbf{i+1}} = \lambda \mathbf{W_f}\left(\mathbf{L_f}\right)\left[\Delta \mathbf{y}\right] + \left(\mathbf{I}\left(\mathbf{L_I}\right) - \lambda \mathbf{W_v}\left(\mathbf{L_e}\right)\right)\left[\mathbf{F_v}[\hat{\mathbf{v}}_{\mathbf{i}}]\right], \qquad (12)$$

где $\mathbf{W_f(L_f)}$ - регуляризирующий оператор с настроечной матрицей $\mathbf{L_f}$; $\mathbf{I(L_I)}$ - псевдоединичный оператор с настроечной матрицей $\mathbf{L_I}$.

Синтез итерационного фильтра оценивания входных сигналов (ОВС). Восстановление входных сигналов по схеме последовательных приближений (12), параметризация которой зависит от настроечных матриц, возможно и в реальном времени. Запишем операторы итерационной схемы (12) в преобразованном по Лапласу виде :

$$\begin{gathered} \mathbf{W_f(s)} = (\mathbf{sI} + \mathbf{L_f})^{-1}\mathbf{L_f}; \qquad \mathbf{W_I(s)} = (\mathbf{sI} + \mathbf{L_I})^{-1}\mathbf{L_I}; \\ \mathbf{W_v(s)} = \mathbf{C}(\mathbf{sI} - \mathbf{A} + \mathbf{L_e C})^{-1}(\mathbf{B_v} - \mathbf{L D_v}), \end{gathered} \qquad (13)$$

где настроечные матрицы $\mathbf{L_e}$, $\mathbf{L_f}$, $\mathbf{L_I}$ определяют полосу частот восстанавливаемого сигнала или степень регуляризации обратной задачи.

Итерационная схема (12) в частотной области запишется

$$\mathbf{V_{i+1}(s)} = \lambda \mathbf{W_f(s)} \Delta \mathbf{Y(s)} + \left(\mathbf{W_I(s)} - \lambda \mathbf{W_v(s)}\right)\mathbf{F_v}\left[\hat{\mathbf{v}}_{\mathbf{i}}(\mathbf{s})\right], \qquad (14)$$

где **i** - номер итерации; $\hat{\mathbf{v}}_{\mathbf{i}}(\mathbf{s})$ - преобразованный по Лапласу сигнал $\hat{\mathbf{v}}_{\mathbf{i}}(\mathbf{t})$.

Схему (14) можно представить в форме пространства состояния, осуществив переход по известным соотношениям [7]:

$$\dot{\mathbf{x}}_{\mathbf{v_i}}(\mathbf{t}) = \mathbf{A_v} \cdot \mathbf{x}_{\mathbf{v_i}}(\mathbf{t}) + \mathbf{B^I_v}\Delta\mathbf{y}(\mathbf{t}) + \mathbf{B_v F'_v}\left[\hat{\mathbf{v}}_{\mathbf{i}}(\mathbf{t})\right];$$
$$\hat{\mathbf{v}}_{\mathbf{i+1}}(\mathbf{t}) = \mathbf{C^I_v x}_{\mathbf{v_i}}(\mathbf{t}) + \mathbf{D^I_v}\Delta\mathbf{y}(\mathbf{t}) + \mathbf{D^I_v F'_v}\left[\hat{\mathbf{v}}_{\mathbf{i}}(\mathbf{t})\right], \qquad (15)$$

где $\mathbf{x}_{\mathbf{v_i}}(\mathbf{t})$ - вектор состояния динамической системы (15) для $\mathbf{i}$ - й итерации; $\mathbf{A^I_v}, \mathbf{B^I_v}, \mathbf{C^I_v}, \mathbf{D^I_v}$ - соответствующие матрицы динамической системы; $\hat{\mathbf{v}}_{\mathbf{i}}(\mathbf{t})$ - оценка вектора входных сигналов на $\mathbf{i}$ - й итерации; $\mathbf{F'_v}[.]$ - эквивалентный оператор ограничений во временной области.

Фильтр (15) имеет итерационный характер вычисления оценок, для которого используют начальные приближения вида $\hat{\mathbf{v}}_{\mathbf{0}}(\mathbf{t}) = \mathbf{0}$, $\hat{\mathbf{v}}\mathbf{1}(\mathbf{t}) = \Delta\mathbf{y}(\mathbf{t})$, и на каждой итерации реализуется нелинейный фильтр (15) с входным сигналом $\hat{\mathbf{v}}_{\mathbf{i-1}}(\mathbf{t})$ и выходным $\Delta\hat{\mathbf{v}}_{\mathbf{i}}(\mathbf{t})$. В совокупности итерационный непрерывный фильтр представляет цепочку однородных фильтров. Это показано на рис. 1.

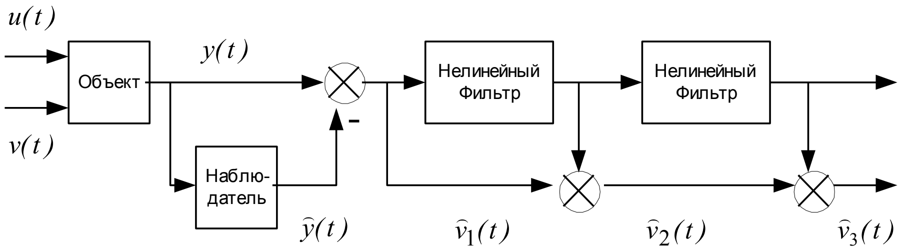

Рис.1. Структура непрерывного итерационного фильтра оценивания входного сигнала

Количество итераций фильтра определяется уровнем измерительных помех, так как итерации приближают фильтр (15) к обратной модели, чувствительной к различным ошибкам. Ограничение числа итераций есть один из способов регуляризации решения обратной задачи [2].

Задача синтеза итерационного фильтра заключается в определении настраиваемых матриц $\mathbf{L_e}$, $\mathbf{L_f}$, $\mathbf{L_I}$. Рассмотрим критерии выбора этих матриц и методы их вычисления. Фильтр оценивания состояния объекта управления синтезируется выбором матрицы $\mathbf{L_e}$, критерием которого следует считать $\lambda(\mathbf{A} - \mathbf{L_e C}) \in \lambda^*_{\mathbf{A_e}}$, где $\lambda^*_{\mathbf{A_e}}$ - желаемый спектр матрицы. Обеспечить желаемое расположение полюсов наблюдателя можно модальным синтезом [7]. Желаемый спектр $\lambda^*_{\mathbf{A_e}}$ наблюдателя (4) определяется противоречивыми требованиями. С одной стороны необходимо его разместить как можно левее на плоскости полюсов, для обеспечения скорости сходимости оценок, а с другой стороны это увеличивает чувствительность фильтра к ошибкам. Компромисс между этими требованиями определяется уровнем измерительных помех.

Регуляризирующий фильтр $\mathbf{W_f(s)}$ должен иметь спектр левее спектра наблюдателя $\lambda(\mathbf{F_f}) \in \lambda^*_{\mathbf{Lf}} < \lambda^*_{\mathbf{A_e}}$. Это обеспечивает меньшее искажение восстанавливаемого сигнала и частичное подавление измерительной помехи.

При представлении оператора (7) в ряд Неймана и обеспечении его сходимости, псевдоединичный оператор следует приближенно представлять как единичный в полосе частот наблюдателя. Критерием выбора спектра псевдоединичного оператора следует считать неравенство $\lambda^*_{\mathbf{LI}} < \lambda^*_{\mathbf{Lf}} < \lambda^*_{\mathbf{A_e}}$. Методом параметрического синтеза фильтров (13) и (15) считаем также модальный синтез.

Выводы. Предложенный метод оценивания возмущений в реальном времени основывается на итерационном методе решения операторного уравнения. Он обладает регуляризирующим свойством для получаемых решений. Практическая реализация фильтров сводится к построению цепочки однородных фильтров, в которых присутствует нелинейный блок учета имеющихся ограничений на возмущения. Сходимость нелинейного фильтра основывается на принципе сжимающихся отображений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Крутько П.Д. Обратные задачи динамики управляемых систем. Нелинейные системы. – М.: Наука, 1988. – 244 с.

2. Василенко Г.И., Тараторкин А.М. Восстановление изображений. – М.: Радио и связь, 1986. – 304 с.

3. Евланов Е.Г. Контроль динамических систем. – М.: Наука, 1972. – 424 с.

4. Цыпкин Я.З. Робастно - оптимальные дискретные системы управления // АиТ. – 1999. – № 3. – С. 25 - 37.

5. Краснов М.Л. Интегральные уравнения. – М.: Наука, 1975. – 301 с.

6. Шафер Р., Мерсеро З., Ричардс М. Итерационные алгоритмы восстановления сигналов при наличии ограничений // ТИИЭР. – 1981. – Т. 69, №4. – С. 432.

7. Стрейц В. Метод пространства состояний в теории дискретных линейных систем управления. – М.: Наука, 1985. – 296 с.

8. Кортунов В.И. Восстановление возмущений в динамической системе с заданной точностью // Системи обробки інформації. – Харків: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2000. – Вип.3(9). – С. 55 - 60.

Поступила в редколлегию 8.02.2001