

УДК 621.396.6

М.П. Батуринський

Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків

ВИКОРИСТАННЯ ДЕРЕВ ПОДІЙ ДЛЯ ОЦІНЮВАННЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ ЗАВ'ЯЗКИ ТРАЄКТОРІЇ ТА ЇЇ СУПРОВОДЖЕННЯ БЕЗ ЗРИВІВ ЗАСОБАМИ РАДІОЛОКАЦІЇ

Запропоновано метод оцінювання основних ймовірнісних показників якості супроводження аеродинамічних об'єктів засобами радіолокації для критеріїв зав'язки траєкторії та супроводження M з N . Метод базується на побудові дерев подій, яке дає можливість побудувати повну групу подій для будь-якої глибини аналізу та провести обчислення таких ймовірностей: зав'язки траєкторії, її супроводження та зриву з супроводження. Точність отриманих результатів залежить від глибини побудови дерева подій. При глибині побудови лише $2N$ випробовування запропонованого методу показало добру сходимість розрахованих результатів з результатами математичного експерименту.

Ключові слова: дерево подій, ймовірності зав'язки та супроводження траєкторії.

Вступ

Постановка проблеми. Одна з задач, що виникає при аналізі можливостей засобів радіолокації, є оцінювання їх можливостей щодо якості супроводження аеродинамічних об'єктів. До них можна віднести такі ймовірнісні показники: ймовірність зав'язки траєкторії, ймовірність скидання її з супроводження та ймовірність супроводження без зриву. Останній показник дуже тісно пов'язаний з таким важливим показником засобів радіолокації РТВ як коефіцієнт проводки. Для розрахунку означених показників якості необхідно знати алгоритми роботи системи вторинної обробки сигналів, а також показники якості виявлення об'єктів, що спостерігаються. Оцінювання якості виявлення об'єктів з урахуванням особливостей їх конструкції та параметрів польоту розглянуто, наприклад, в [1, 2].

Розраховуючи оцінками правильного виявлення існує можливість в кожній точці знаходження АДО розрахувати ймовірнісні показники якості, що нас цікавлять [3]. Так, зав'язка траєкторії (подія Z) відбувається при виявленні аеродинамічного об'єкту не менш ніж у $M_{зав}$ суміжних оглядах РЛС з $N_{зав}$. Якщо зав'язка траєкторії відбулася, то далі ведеться супроводження цілі. Умовою супроводження є виявлення цілі не менш ніж у $M_{супр}$ суміжних оглядах з $N_{супр}$.

В першому наближенні поставлену задачу можливо звести до класичної задачі теорії ймовірностей, коли з урни з чорними та білими шарами на вдачу виймається N шарів. Ймовірність виймання білого шару відома і дорівнює D_6 . Необхідно знайти ймовірність події Z_6 , що полягає в тому, що з N вибраних шарів буде не менш ніж M білих. При $D_6 = \text{const}$, ймовірність вказаної події, що аналогічна за суттю події зав'язки траєкторії, розраховувалась би за відомим співвідношенням біноміального розподілення [4]:

$$P(Z_6) = \sum_{M=M_{зав}}^{N_{зав}} C_{N_{зав}}^M D_6^M (1-D_6)^{N_{зав}-M}, \quad (1)$$

а ймовірність супроводження при умові зав'язки $P(A_{\text{пот.}}/Z)$:





$$P(A_{\text{пот.}}/Z) = \sum_{M=M_{супр}}^{N_{супр}} C_{N_{супр}}^M D_6^M (1-D_6)^{N_{супр}-M}. \quad (2)$$

Однак, таке просте рішення задачі не дозволяє врахувати декілька факторів. По-перше, ймовірність виявлення не є постійною величиною, а змінюється від огляду до огляду по мірі руху об'єкту. По-друге, не кожна з можливих комбінацій виявлень і невиявлень, що задовольняють критерію $C_{N_{зав}}^M$ в співвідношенні (1) приводить до зав'язки траєкторії. Наприклад, якщо за останні $N_{зав}$ оглядів відбулося більше $M_{зав}$, але на поточному огляді виявлення не відбулося, то в цей момент не може відбутися зав'язка траєкторії, так як вона мала бути зав'язатися раніш. Або, якщо на попередньому кроці відбулася зав'язка траєкторії, то для розрахунку ймовірності продовження супроводження на поточному кроці необхідно включити в сполучення $C_{N_{супр}}^M$ з (2) тільки ті комбінації, які б дозволили на попередньому кроці провести зав'язку траєкторії. Отже, **мета статті** – розробити алгоритм, що дозволяє розрахувати ймовірнісні показники якості супроводження, які б відповідали вказаним вище додатковим умовам. Для цього пропонується будувати дерево подій.

Виклад основного матеріалу

Розглянемо повну групу подій для поточного зондування. Допустимо, під час поточного зондування виявлення не відбулося. Але при цьому може продовжуватися супроводження траєкторії, що була зав'язана раніш.

Друге припущення – траєкторія не супроводжується. Аналогічні припущення можливо зробити і у випадку виявлення цілі. Всього є чотири можливих варіанти:

- а)  – ціль супроводжується, виявлення не було;
- б)  – ціль супроводжується, виявлення було;
- в)  – ціль не супроводжується, виявлення не було;
- г)  – ціль не супроводжується, виявлення було.

Розглянемо кожний з варіантів окремо.

Для спрощення розгляду, умовимося називати поточне зондування поточним кроком, попереднє зондування – першим кроком, зондування, що передувало попередньому – другим кроком, і т.д.:

а) ціль **супроводжується**, але в поточному зондуванні **виявлення не було**. Якщо після поточного кроку ціль супроводжується то відносно її передісторії можливо зробити два припущення (означені літерами знизу кіл наведеного вище списку). По-перше траєкторія могла тільки-но зав'язатися (буква "З"), по-друге, траєкторія зав'язалася раніш, а на поточному кроці вона продовжила супроводжуватись (буква "П"). Однак в силу означеної раніш умови (зав'язка траєкторії не може відбутися при відсутності виявлення), припущення "З" виключається. Тому для варіанту а) на попередньому кроці траєкторія обов'язково супроводжувалась. При цьому на попередньому кроці виявлення могло і не бути (рис. 1, а);

б) ціль **супроводжується**, виявлення **відбулося**. Якщо після поточного зондування ціль супроводжується, то, аналогічно попередньому варіанту робиться два припущення: траєкторія тільки-но зав'язалась, і траєкторія зав'язалась раніш, а на поточному кроці вона продовжується супроводжуватись. Якщо вона тільки-но зав'язалась, то на попередньому кроці (зондуванні) вона не супроводжувалась. При продовженні супроводження на попередньому кроці робляться припущення, аналогічні попередньому варіанту. Таким чином, для попереднього кроку можливі чотири стани (рис. 1, б);

в) ціль **не супроводжується**, виявлення **не відбулось** (рис. 1, в). У випадку відсутності траєкторії, що супроводжується, на поточному кроці можливі два припущення: відбувся зрив супроводження (буква "С" на малюнку) або супроводження не було і раніше, і траєкторія не зав'язалась на поточному кроці також (буква "Н" на малюнку). Кожний з двох цих випадків відповідає двом можливим станам для попереднього кроку. При зриві на поточному огляді для попереднього кроку траєкторія обов'язково повинна була супроводжуватись, при цьому виявлення могло як відбутися так і його могло не бути. При відсутнос-

ті траєкторії, що супроводжується на поточному кроці, вона достовірно відсутня і на попередньому кроці. А виявлення при цьому на попередньому кроці могло як відбутися так не відбутися (рис. 1, в).

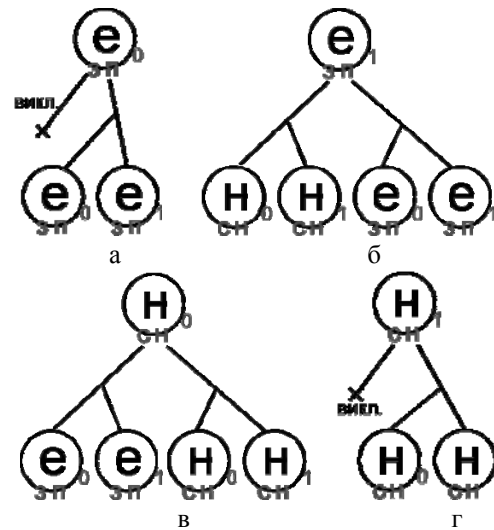


Рис. 1. Дерева подій для поточного і попереднього зондувань

г) ціль **не супроводжується**, виявлення **відбулось** (рис. 1, г). Цей варіант схожий з попереднім, за винятком того, що зрив супроводження може відбутися тільки у випадку виявлення. Тому з подальшого виявлення виключається ліве піддерево "С", що відповідає зриву супроводження на поточному виявленні.

Виключення двох піддерев для попереднього кроку (рис. 1, а; 1, г) якраз і визначає той перелік сполучень S_N^M , які повинні виключатися з розгляду при розрахунку ймовірностей зав'язки траєкторії та її зриву з супроводження для поточного кроку.

Зазначену процедуру побудови дерева можливо продовжити далі і знаходити всі можливі стани для всіх попередніх зондувань.

При побудові дерева подій необхідно враховувати обмеження, які накладаються критеріями виявлення і супроводження. Розглянемо, для прикладу, критерій 2 з 3 для зав'язки і 2 з 5 для продовження супроводження траєкторії. Для простоти, розглянемо побудову дерева глибиною в 5 кроків. Частина побудови наведена на рис. 2. Для наочності кожен подію означимо набором літер. Кожна літера з цього набору буде характеризувати номер варіанту події, а її порядковий номер – кількість кроків, які розділяють подію, що розглядається, і поточну. Так, наприклад, подія "ааб" відповідає припущенню: на поточному кроці був варіант а), на попередньому кроці був варіант а), два кроки назад був варіант б).

Будується дерево, що відповідає варіанту а) – на поточний момент траєкторія супроводжується, але виявлення не було. Ліве піддерево "З" виключається з аналізу. Праве піддерево "П" відповідає продовженню супроводження траєкторії. Оскільки на поточному кроці виявлення не відбулося, то для

виконання критерію 2 з 5 (критерій супроводження) необхідні 2 виявлення повинні бути забезпечені попередніми кроками. Таким чином, при побудові елементів піддерева "П", що відповідають першому кроку, необхідно забезпечувати вже критерій 2 з 4-х (надпис " $1 \geq 2/4$ ").

На першому кроці можливі два варіанти: той же варіант а) – траєкторія супроводжується, виявлення не було ("аа"), і б) – траєкторія супроводжується, виявлення було ("аб"). Розглянемо варіант "аа". При побудові подій для цього варіанту ліве піддерево "3" також виключається з аналізу. Для правого піддерева на другому кроці також можливі аналогічні два варіанти. Оскільки на першому кроці також не було виявлення, то необхідні 2 виявлення (що відповідають варіанту а) поточного кроку) повинні забезпечити нищележачі рівні. Значить, при побудові подій 2-го кроку, необхідно забезпечити вже критерій 2 з 3-х. Крім того, перший крок додає свій критерій 2 з 4-х (було 2 з 5-ти, но одне виявлення вже гарантовано відсутнє).

Для події "ааа" ліве піддерево "3" виключається з розгляду з причини неможливості зав'язки траєкторії при відсутності виявлення. Для піддерева "П" варіанту "ааа" на третьому кроці можливі знов таки два варіанти: а) і б). При побудові правого піддерева "П" для варіанту "ааа" умови супроводження, що

відповідають поточному і першому крокам, перетворюються в "2 з 2-х" і "2 з 3-х" відповідно. Таким чином, на третьому кроці варіант а) – подія неможлива, бо мається на увазі відсутність виявлення, що протиречить умові "2 з 2-х". Для "ааа" на третьому кроці можливий лише варіант б) – траєкторія супроводжується і відбулося виявлення ("аааб"). З поглядом на це, при побудові п'ятого кроку для варіанту "аааб", всі записані раніш умови перетворюються в наступні: "1 з 1-го" (для поточного кроку), "1 з 2-х" (для першого кроку), "1 з 3-х" (для другого кроку). На четвертому кроці, ліве піддерево "3" вже не виключається. Однак для нього існує лише тільки один варіант – г). Варіант в) – неможливий з причини невиконання умови "1 з 1-го". Крім того, при подальших побудовах для цього піддерева, в список умов додається умова "1 з 2-х". Ця умова відповідає критерію зав'язки траєкторії "2 з 3-х" і одному виявленні. Для правого піддерева "П" варіанту "аааб" на четвертому кроці можливо також тільки один варіант – б). Варіант а) протиречить умові "1 з 1-го". При подальших побудовах цього піддерева у список умов додається умова "1 з 4-х".

На цьому закінчується побудова для "ааа". Даліше будується дерево для варіанту "ааб". Після цього для варіанту "аб". На цьому побудова дерева, що відповідає події а) поточного кроку, завершено.

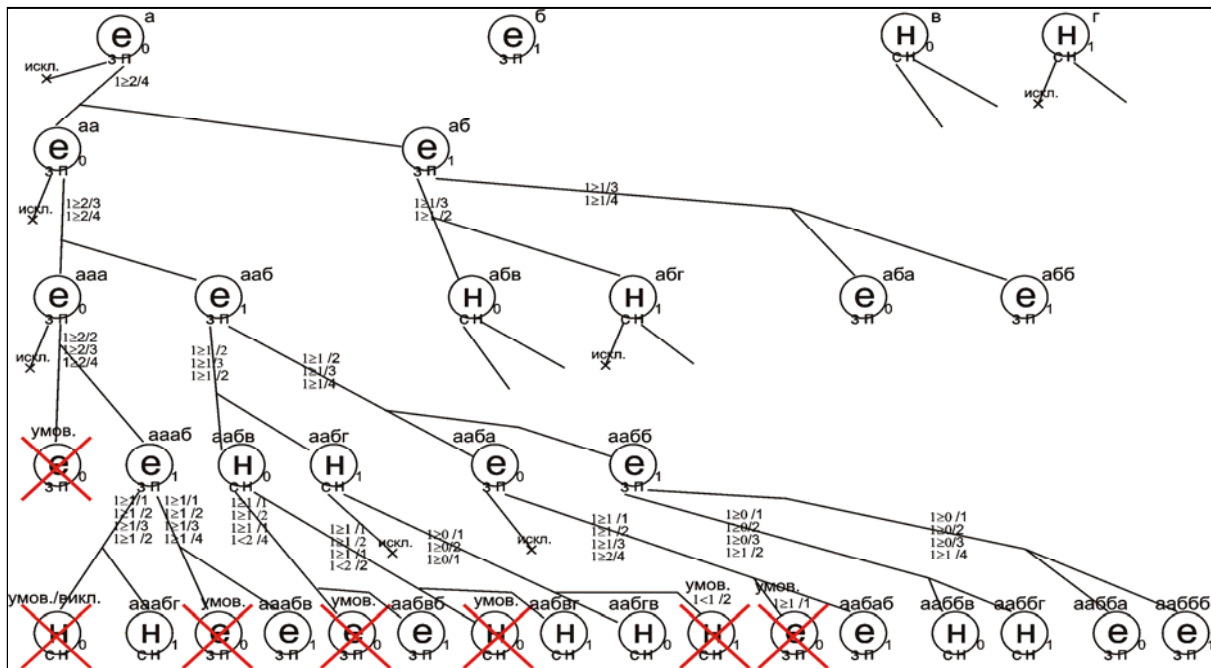


Рис. 2. Частина побудови для критеріїв виявлення і супроводження 2 з 3-х та 2 з 5-ти відповідно

Аналогічним чином будуються дерева подій для останніх варіантів поточного кроку.

Після того, як закінчено всі побудови, необхідно провести нормування. Ідея нормування полягає в тому, що побудоване дерево відповідає повній групі подій, і сума ймовірностей всіх можливих ланцюжків подій повинна дорівнювати одиниці. Нормуван-

ня проводиться наступним чином. Обчислюється ймовірність існування кожного піддерева P_{sw} всіх варіантів поточного кроку:

$$P_{sw} = \sum_{i=1}^{N_{sw}} P_i, \quad (3)$$

де s – один з варіантів поточного кроку

$(s \in \{a, б, в, г\})$;

$$w = \begin{cases} 0, & \text{для лівого піддереву;} \\ 1, & \text{для правого піддереву;} \end{cases}$$

N_{sw} – кількість варіантів самого останнього кроку, що відповідають припущенню sw ; P_i – імовірність виконання ланцюжка подій, починаючи від події s поточного кроку до події i останнього кроку.

Ланцюжок подій визначається літерним індексом самої нижньої події. Наприклад, подія "ааабг" визначає: на поточному кроці – варіант а), на першому кроці – варіант а), на другому кроці – варіант а), на третьому кроці – варіант б), і на четвертому кроці – варіант г). Імовірність одного ланцюжку визначається як добуток ймовірностей перерахованих подій:

$$P_i = \prod_{j=N_{sw}}^0 P_{j,k_j(i)}, \quad (4)$$

де $P_{j,k_j(i)}$ – імовірність події, що знаходиться на кроці j і має порядковий номер k .

Номер $k_j(i)$ обирається таким чином, щоб цій події обов'язково передувала подія самого останнього кроку з індексом i . Імовірність будь-якої події кроку j розраховується як D_j , якщо воно передувало наступній події за варіантами б) або г), і як $1 - D_j$, – якщо за варіантами а) або в).

Далі розраховується нормуючий коефіцієнт

$$k = 1 / \sum_{q=a}^r \sum_{w=0}^1 P_{qw}. \quad (5)$$

Тепер можуть бути обчислені шукані ймовірності. Імовірність зав'язки траєкторії – $P(Z)$, імовірність супроводження – $P(A)$ і імовірність зриву з супроводження $P(T)$ визначаються:

$$P(Z) = kP_{6,0}, \quad P(A) = k(P_{a,1} + P_{6,1}), \quad P(T) = kP_{b,0}. \quad (6)$$

Висновки

Порівняння результатів, отриманих запропонованим вище способом з експериментальними даними (імітація виявлення за допомогою датчика випадкових чисел) показало схожимість результатів. Однак слід відмітити, що розрахункові значення починають добре сходиться з експериментальними при глибині аналізу $2N_{пров}$.

Запропонований метод розрахунку показників якості супроводження дає змогу простим способом провести розрахунки показників якості супроводження: ймовірності зав'язки траси, ймовірності існування зав'язаної траси без зриву, ймовірності зриву траси з супроводження.

Список літератури

1. Леценко С.П. Расчет показателей качества обнаружения воздушных целей с учетом особенностей их конструкции и параметров полета / С.П. Леценко, М.П. Батурицкий // Збірник наукових праць ХВУ. – Х.: ХВУ, 2004. – Вип. 2(49). – 111-113 с.
2. Батурицький М.П. Аналіз можливості використання двомірної моделі повітряного об'єкту при оцінюванні можливості його виявлення засобами радіолокації / М.П. Батурицький // Системи озброєння і військова техніка. – Х.: ХУПС, 2007. – № 4(12). – С. 2-4.
3. Кузьмин С.З. Цифровая радиолокация. Введение в теорию / С.З. Кузьмин. – К.: КвіЦ, 2000. – 428 с.
4. Венцель Е.С. Теория вероятностей: Учеб. для вузов. – 7-е изд. стер. / Е.С. Венцель. – М.: Высш. шк., 2001. – 575 с.

Надійшла до редколегії 6.11.2008

Рецензент: д-р техн. наук, проф. О.І. Сухаревський. Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДЕРЕВЬЕВ СОБЫТИЙ ДЛЯ ОЦЕНИВАНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ЗАВЯЗКИ ТРАЕКТОРИИ И ЕЕ СОПРОВОЖДЕНИЯ БЕЗ СРЫВОВ СРЕДСТВАМИ РАДИОЛОКАЦИИ

М.П. Батурицкий

Предложен метод оценивания основных вероятностных показателей качества сопровождения аэродинамических объектов средствами радиолокации для критериев завязки траектории и сопровождения M из N . Метод основан на построении деревьев событий, что дает возможность построить полную группу событий для любой глубины анализа и провести расчет таких вероятностей: завязки траектории, её сопровождения и срыва с сопровождения. Точность полученных результатов зависит от глубины построения дерева событий. При глубине построения $2N$ испытания предложенного метода показало хорошую сходимость рассчитанных результатов с результатами математического эксперимента.

Ключевые слова: дерево событий, вероятности завязки и сопровождения траектории.

USE OF TREES OF EVENTS FOR THE EVALUATION OF PROBABILITIES OF TRAJECTORY BEGIN TRACK AND ITS ACCOMPANIMENT WITHOUT DERANGEMENTS BY FACILITIES OF RADIO-LOCATION

M.P. Baturinskiy

The method of evaluation of basic probabilistic indexes of quality of accompaniment of aerodynamic objects facilities of radio-location is offered for the criteria of plot of trajectory and accompaniment M from N . A method is based on the construction of trees of events, that enables to build the complete group of events for any depth of analysis and conduct the calculation of such probabilities: plot of trajectory, its accompaniment and derangement from accompaniment. Exactness of the got results depends on the depth of construction of tree of events. At the depth of construction $2N$ the tests of the offered method good convergence of the expected results with the results of mathematical experiment.

Keywords: events tree, probabilities of trajectory begin track and its accompaniment without derangements.