УДК 621.321

ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ ПРОГРАММНО - ТЕХНИЧЕСКИХ КОМПЛЕКСОВ НА ОСНОВЕ МНОГОФРАГМЕНТНЫХ МАРКОВСКИХ МОДЕЛЕЙ

к.т.н. О.Н. Одарущенко, Е.Б. Одарущенко, к.в.н. А.В. Стороженко, к.т.н. П.Н. Гроза
(представил д.т.н., проф. В.С. Харченко)

Предложена систематизация одного из классов марковских моделей, представляемых множеством регулярных однородных или частично неоднородных фрагментов и их использование для описания надежностного поведения восстанавливаемых программно - технических комплексов с учетом изменения характеристик программных средств. Разработано программное обеспечение исследования систем указанного класса.

Введение. Надежность современных систем управления производственными процессами, систем управления воздушным и наземным транспортом и других сложных систем определяется надежностью их программно - технических комплексов (ПТК). При этом должны быть учтены надежностные характеристики программных средств (ПС) таких комплексов, которые изменяются в процессе их эксплуатации. В известных работах [1, 3, 4] не учитывается изменение интенсивности проявления дефектов проектирования программных средств (ДП ПС) восстанавливаемых ПТК. Цель статьи - разработка методики оценки надежности ПТК с учетом этого обстоятельства.

Предлагается оценку надежности ПТК осуществлять с использованием регулярных марковских моделей, содержащих однотипные подсистемы (фрагменты), отличающиеся значением одного из параметров (интенсивностью проявления ДП ПС). Разработано семейство многофрагментных марковских моделей (МФМ) для типовых надежностных архитектур ПТК, в том числе использующих структурную и программную (версионную) избыточность [2].

Для решения систем дифференциальных уравнений (ДУ), соответствующих МФМ, предложен модифицированный экспоненциальный метод, особенностью которого является возможность полного использования вычислительных ресурсов за счет введения процедуры адаптивного выбора шага интегрирования. При этом время моделирования и получения устойчивого решения уменьшается (при сохранении точности) в пять и более раз.

Дается алгоритм оценки надежности программно-технических комплексов с учетом изменения характеристик ПС. Начальное значение интенсивности проявления ДП ПС вычисляется на основе комбинации моделей надежности программных средств Холстеда, Мусы и Милса [3-5].

Классификация и характеристика МФМ. Приведем классификацию регулярных многофрагментных марковских моделей (рис.1):

- по числу связей модели могут быть односвязными и многосвязными;
- по характеру связей - линейными и расходящимися;
- по однородности регулярных фрагментов (РФ) - с однородными и неоднородными регулярными фрагментами;
- по числу регулярных фрагментов - с детерминированным и случайным числом регулярных фрагментов.

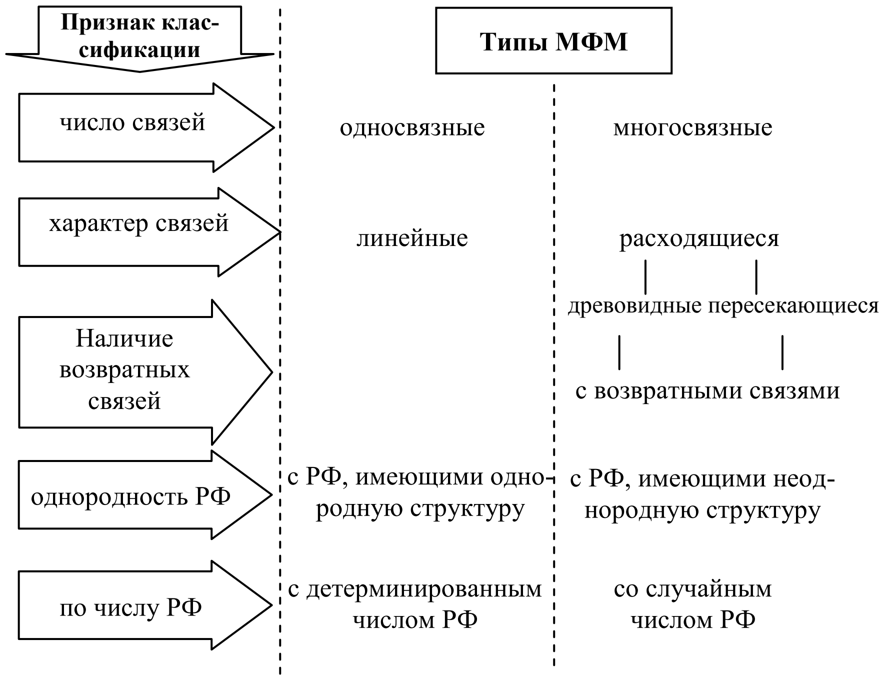

Рис.1. Классификация регулярных многофрагментных марковских моделей оценки надежности ПТК

Рассмотрим многофрагментную марковскую модель для непрерывно функционирующего ПТК с двумя аппаратными каналами и одной программной версией. В процессе работы производится сравнение результатов функционирования каналов. При их несовпадении начинается процесс восстановления. При построении модели введем следующие допущения:

- время до проявления отказов и восстановления после обнаружения распределено по экспоненциальному закону;

- контроль непрерывный (поканальное сравнение);
- восстановление осуществляется при неограниченных ресурсах;
- встроенные средства контроля каналов отсутствуют;
- в ходе эксплуатации системы все ДП ПС устраняются.

Модель представляет собой размеченный марковский граф функционирования системы (рис.2).

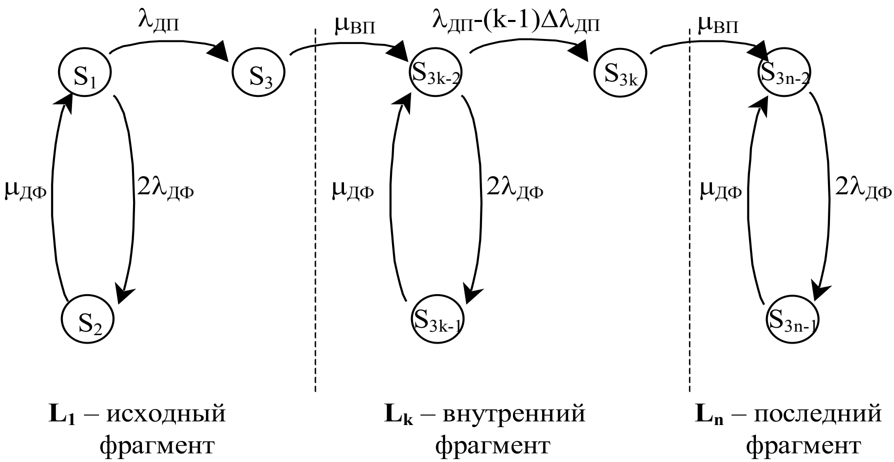

Рис.2. МФМ функционирования ПТК с двумя аппаратными каналами и одной программной версией

Коротко рассмотрим логику функционирования ПТК. В начальный момент ПТК реализует все предписанные функции и находится в состоянии $\mathbf{S_1(t)}$. В случайный момент времени проявляются ДП ПС или возникают ДФ АС (физический дефект аппаратных средств). При проявлении ДФ АС комплекс переходит в состояние $\mathbf{S_2(t)}$ с интенсивностью $\mathbf{2\lambda_{ДФ}}$. Далее с интенсивностью $\mathbf{\mu_{ДФ}}$ комплекс восстанавливается. При проявлении ДП ПС комплекс переходит в состояние $\mathbf{S_3(t)}$ и с интенсивностью $\mathbf{\mu_{ВП}}$ (интенсивность восстановления программных средств) восстанавливается, переходя во второй фрагмент (состояние $\mathbf{S_4(t)}$). Предположим, что после каждого события, связанного с интенсивностью проявления ДП, $\mathbf{\lambda_{ДП}}$ уменьшается на постоянную величину $\mathbf{\Delta\lambda_{ДП}}$. Тогда число фрагментов выражается соотношением

$$\mathbf{F = [\lambda_{ДП} / \Delta\lambda_{ДП}] + 1.} \qquad (1)$$

В данном случае $\mathbf{\Delta\lambda_{ДП} = \lambda_{ДП(1)} - \lambda_{ДП(2)}}$, где $\mathbf{\lambda_{ДП(1)}}$ интенсивность

ДП ПС, соответствующая состоянию $S_1(t)$, а $\lambda_{ДП(2)}$ интенсивность ДП, соответствующая состоянию $S_4(t)$. ПТК ведет себя аналогично во всех внутренних фрагментах. В последнем фрагменте все ДП ПС устранены (согласно принятому допущению) и нарушение функционирования комплекса может быть вызвано только ДФ АС. Таким образом, исследуемый ПТК описывается односвязной, линейной МФМ с детерминированным числом РФ однородной структуры (исключая первый и последний фрагмент).

Система ДУ Колмогорова в обобщенной форме, описывающая функционирование ПТК имеет вид:

$$dP_1/dt = -(2\lambda_{ДФ} + \lambda_{ДП})P_1 + \mu_{ДФ}P_2;$$

$$dP_2/dt = -\mu_{ДФ}P_2 + 2\lambda_{ДФ}P_1; \qquad (L_1 \text{ - исходный фрагмент})$$

$$dP_3/dt = -\mu_{ВП}P_3 + 2\lambda_{ДП}P_1;$$

....

$$dP_{3k-2}/dt = -([\lambda_{ДП} - (k-1)\Delta\lambda_{ДП}] + 2\lambda_{ДФ})P_{3k-2} + \mu_{ВП}P_{3(k-1)} + \mu_{ДФ}P_{3k-1};$$

$$dP_{3k-1}/dt = -\mu_{ДФ}P_{3k-1} + 2\lambda_{ДФ}P_{3k-2}; \qquad (L_k \text{ - внутренний фрагмент})$$

$$dP_{3k}/dt = -\mu_{ВП}P_{3k} + [\lambda_{ДП} - (k-1)\Delta\lambda_{ДП}]P_{3k-2};$$

....

$$dP_{3n-2}/dt = -2\lambda_{ДФ}P_{3n-2} + \mu_{ВП}P_{3(n-1)} + \mu_{ДФ}P_{3n-1};$$

$$dP_{3n-1}/dt = -\mu_{ДФ}P_{3n-1} + 2\lambda_{ДФ}P_{3n-2}, \qquad (L_n \text{ -последний фрагмент})$$

где **k** - номер фрагмента, **n** – номер последнего фрагмента.

Начальные условия системы: $P_1(0) = 1, P_i(0) = 0, i = 2,\dots,3n-1;$ условие нормировки: $\sum_{i=1}^{3n-1} P_i(t) = 1.$

Решая систему численным методом с применением ПЭВМ, получаем значения вероятностей нахождения ПТК в соответствующих состояниях, в указанном временном интервале. Это позволяет найти количественные значения комплексных показателей надежности ПТК таких, например, как функции готовности $P_Г(t)$ для систем непрерывного функционирования и функции оперативной готовности $P_{ОГ}(t)$ для систем с длительным режимом дежурства (хранения) и коротким режимом применения.

Модифицированный экспоненциальный метод решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Анализ показывает, что системы обыкновенных ДУ, описывающих МФМ, имеют большую размерность и, как правило, отвечают условию жесткости.

Обыкновенное ДУ называют жестким, если величину шага интегрирования $\mathbf{h}$ необходимо выбирать очень малой для того, чтобы обеспечить выполнение условия устойчивости решения $\mathbf{h}\langle 2/|\Lambda_i|$, где Λ_i - собственные значения матрицы коэффициентов системы ДУ [6].

Для решения жестких ДУ выбран экспоненциальный метод численного исследования систем, моделируемых с помощью марковских случайных процессов с дискретными состояниями и непрерывным временем и описываемых ДУ Колмогорова для вероятностей состояний [6]. Предлагается модифицированный экспоненциальный метод, особенностью которого является возможность полного использования ресурсов IBM - совместимых ПЭВМ за счет введения процедуры адаптивного выбора шага интегрирования. Критерий устойчивости решения имеет вид

$$\mathbf{h}|\Lambda_i| = \mathbf{D}, \tag{2}$$

где $\mathbf{D}$ - изменяющееся значение, которое позволяет уменьшить затраты машинного времени.

Если учесть, что $\log_2 n$ - затраты машинного времени исходного экспоненциального метода, а $\log_D n$ - затраты модифицированного экспоненциального метода, то отношение этих затрат можно выразить соотношением

$$\mathbf{R} = \log_2 n / \log_D n = (\ln n / \ln 2) \cdot (\ln D / \ln n) = \ln D / \ln 2 = 1.443 \cdot \ln D. \tag{3}$$

Например, при $\mathbf{D = 30}$ $\mathbf{R = 1.443 \cdot \ln 30 = 4.9}$, т.е. затраты машинного времени уменьшаются почти в 5 раз.

Результаты численного исследования модели рассмотренной выше приведены в табл.1. Значения функции готовности определены из соотношения

$$\mathbf{P_Г(t) = P_1(t) + P_4(t) + P_7(t) + P_{10}(t).} \tag{4}$$

Числовые значения используемых параметров равны: $\lambda_{ДФ} = 10^{-3} 1/ч$; $\lambda_{ДП} = 1.5 \cdot 10^{-3}\ 1/ч$; $\mu_{ДФ} = 4.1 \cdot 10^{-2}\ 1/ч$; $\Delta\lambda_{ДП} = 5 \cdot 10^{-4}\ 1/ч$. Значения показателя $\mathbf{P_{Г1}(t)}$ получены при $\mu_{ВП} = 2 \cdot 10^{-1}\ 1/ч$, показателя $\mathbf{P_{Г2}(t)}$ при $\mu_{ВП} = 2 \cdot 10^{-2}\ 1/ч$, а показателя $\mathbf{P_{Г3}(t)}$ при $\mu_{ВП} = 1 \cdot 10^{-2}\ 1/ч$.

Анализ результатов исследования рассмотренной модели позволяет сделать несколько выводов, которые носят общий характер.

1. Функция готовности ПТК с восстановлением (коррекцией ПС) имеет непродолжительный участок спада и более длительный участок роста, вызванного повышением безотказности ПС.

2. Уменьшение интенсивности восстановления ПС приводит к увеличению времени перехода в установившийся режим. Однако, суще-

ственно влияет на величину функции готовности лишь на первоначальном этапе до реализации определенного числа восстановления и увеличения безотказности ПС. Далее влияние этого параметра уменьшается.

Таблица 1

Результаты численного исследования модели

Т,ч	$P_{10}(t)$	$P_{Г1}(t)$	$P_{10}(t)$	$P_{Г2}(t)$	$P_{10}(t)$	$P_{Г3}(t)$
0	0.0000	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	1.0000
750	0.0249	0.9487	0.0155	0.9065	0.0089	0.8594
1500	0.1250	0.9501	0.1028	0.9194	0.0811	0.8842
2250	0.2690	0.9511	0.2419	0.9293	0.2125	0.9034
3000	0.4173	0.9519	0.3914	0.9364	0.3619	0.9177
3750	0.5483	0.9523	0.5263	0.9415	0.5006	0.9281
4500	0.6546	0.9527	0.6371	0.9450	0.6165	0.9354
5250	0.7366	0.9529	0.7233	0.9475	0.7075	0.9408
6000	0.7979	0.9531	0.7881	0.9494	0.7763	0.9447
6750	0.8427	0.9532	0.8356	0.9506	0.8269	0.9472
7500	0.8750	0.9533	0.8699	0.9514	0.8637	0.9491
8250	0.8981	0.9533	0.8945	0.9520	0.8901	0.9505
9000	0.9145	0.9533	0.9119	0.9525	0.9088	0.9513
9750	0.9261	0.9534	0.9243	0.9528	0.9221	0.9520
10500	0.9343	0.9534	0.9330	0.9530	0.9314	0.9523
11250	0.9400	0.9535	0.9391	0.9531	0.9380	0.9527
12000	0.9441	0.9535	0.9434	0.9532	0.9427	0.9530
12750	0.9469	0.9535	0.9464	0.9533	0.9459	0.9531
13500	0.9489	0.9535	0.9486	0.9534	0.9482	0.9532
14250	0.9503	0.9535	0.9500	0.9534	0.9498	0.9533
15000	0.9512	0.9535	0.9511	0.9534	0.9509	0.9533

3. При переходе в состояние, входящее в последний (невозвратный) фрагмент МФМ, значение функции готовности совпадает с вероятностью нахождения ПТК в этом состоянии.

4. Разработанная модель позволяет решать задачу определения граничного числа фрагментов (восстановления ПС) для обеспечения требуемого уровня функции готовности. Для этого достаточно соответствующий внутренний фрагмент сделать невозвратным.

Заключение. Основным теоретическим результатом статьи является систематизация одного из классов марковских моделей, представляемых множеством регулярных однородных или частично неоднородных фрагментов и их использование для описания надежностного поведения восстанавливаемых ПТК с учетом изменения характеристик ПС. Этот подход может быть использован для оценки надежности и других характеристик более широкого класса систем.

Прикладным результатом работы является программное обеспечение исследования систем указанного класса. Полученные результаты позволяют разработать последовательность оценки надежности ПТК с учетом "ненадежности" программной компоненты и учесть изменение интенсивности проявления ДП ПС во времени. Сформулируем основные этапы методики оценки надежности ПТК.

1. Анализ архитектуры исследуемого ПТК и его надежностной структуры с учетом ПС и АС [2].

2. Определение количественных значений параметров модели $(\lambda_{ДП}, \lambda_{ДФ}, \Delta\lambda_{ДП}, \mu_{ДФ}, \mu_{ВП})$ на основе комплексирования моделей оценки надежности ПС Холстеда, Мусы, Милса (для параметров $\lambda_{ДП}, \Delta\lambda_{ДП}, \mu_{ВП}$ и на основе статистических данных (для параметров $\lambda_{ДФ}, \mu_{ДФ})$ [2,4].

3. Определение длины исследуемого временного интервала функционирования системы.

4. Определение числа фрагментов и формирование множества $L = \{L_1, ...< L_k, ..., L_n\}$, исходя из начальных параметров модели $\lambda_{ДП}, \Delta\lambda_{ДП}$.

5. Составление системы дифференциальных уравнений Колмогорова для всех фрагментов.

6. Исследование системы ДУ и получение количественных значений комплексных показателей надежности с использованием модифицированного экспоненциального метода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Москатов Г.К. Марковская модель надежности вычислительного процесса // Судостроительная промышленность. – 1990. – Вып.18. – С. 18 - 22.

2. Харченко В.С., Литвиненко В.Г. Применение концепции многоальтернативного проектирования для построения высоконадежных и безопасных систем // Приборы и системы управления. – 1993. – № 6. – С. 6 - 11.

3. Карповский Е.Я., Чижов С.А. Надежность программной продукции. – К. : Техніка, 1990. – 164 с.

4. Холстед М.Х. Начала науки о программах // М.: Финансы и статистика. – 1981. – 148 с.

5. Пальчун Б.П., Юсупов Р.М. Оценка надежности программного обеспечения. – М. : Наука. – 1994. – 328 с.

6. Арушанян О.Б., Залеткин С.Ф. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений на Фортране.– М.: Изд. МГУ. – 1990. – 266 с.

Поступила в редколлегию 22.03.2001