УДК 681.5.004

С.В. Бурмістров, О.Б. Півень

Черкаський державний технологічний університет, Черкаси

МАТРИЧНИЙ МЕТОД ПАРАЛЕЛЬНОЇ ДЕКОМПОЗИЦІЇ ЯК УЗАГАЛЬНЕНИЙ МЕТОД МІНІМІЗАЦІЇ В ОРТОГОНАЛЬНІЙ ФОРМІ ПРЕДСТАВЛЕННЯ

В статті описано новий метод мінімізації булевих функцій на основі покрокової декомпозиції, розроблений авторами в процесі дослідження ортогональної форми представлення булевих функцій, суть якого зводиться до запису булевої функції у вигляді диз'юнктивного ряду. Перевагою розглянутого методу є прискорення часу мінімізації в 4,7 рази порівняно з попередніми модифікаціями методів паралельної декомпозиції шляхом збільшення або зменшення значення базисного коефіцієнта К. Результати, отримані запропонованим методом, ідентичні за показниками складності реалізації S_{ad}, S_l, S_s результатам, отриманим іншими методами.

***Ключові слова**: матричний метод паралельної декомпозиції, ортогональна форма представлення булевих функцій.*

Вступ

Постановка проблеми. Розробка нових методів мінімізації булевих функцій (BF), що описують комбінаційні схеми (CS), на основі яких формують ядра дискретних пристроїв, є одним із ключових та трудомістких етапів процесу синтезу цифрових блоків.

Особливо актуальним дане питання є при мінімізації BF, що містять велику кількість аргументів. Класичні методи виявились неефективними при їх застосуванні в мікросхемах з середнім та великим ступенем інтеграції.

Досить довго методи декомпозиції не знаходили практичного застосування – вони були неефективними, тому що для схем з малим ступенем інтеграції вони значно поступались традиційним методам. Але з розвитком складності CS, з необхідністю мінімізації BF з великою кількістю аргументів дані методи отримали «друге дихання»..

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Не зважаючи на досить солідний час розробки проблеми мінімізації BF з великою кількістю аргументів, інтерес до даної тематики не згасає. Останнім часом в ряді робіт [1, 2] проводиться дослідження будови BF з метою виявлення характерних ознак їх внутрішньої будови, що вплине на швидкість процесу мінімізації.

Метою статті є презентація нового методу мінімізації – матричний метод паралельної декомпозиції, в основі якого лежить явище декомпозиції BF.

Декомпозиція BF в класичному розумінні не є ефективним засобом для мінімізації BF. Є кілька причин, що впливають на застосування явища декомпозиції для мінімізації BF:

1. Проблема вибору шляху декомпозиції BF. Під час декомпозиції BF розкладається на логічний ряд по деякому аргументу.

$$\begin{aligned} y &= f(x_1, x_2, ..., x_n) = \\ &= \overline{x_i} \wedge Q_{i0}(x_1, ..., x_{i-1}, x_{i+1}, ..., x_n) \cup \\ &\cup x_i \wedge Q_{i1}(x_1, ..., x_{i-1}, x_{i+1}, ..., x_n) \end{aligned} \quad (1)$$

Внаслідок великої кількості можливих варіантів для мінімізації є важливим оптимальний вибір потрібного аргументу для прискорення часу мінімізації

2. Проблема пріоритетності аргументів при застосуванні декомпозиції BF.

Передбачається, що внаслідок декомпозиції (1) на деякому кроці буде отримано результат, при якому

$$Q_i(x_1, ..., x_{i-1}, x_{i+1}, ..., x_n) = 1$$

або

$$Q_i(x_1, ..., x_{i-1}, x_{i+1}, ..., x_n) = 0 .$$

Аргументи x_i, на основі яких проводиться декомпозиція, мінімізації не підлягають. В цьому випадку внаслідок послідовності процесу мінімізації частка BF, що повністю не мінімізуються шляхом класичної декомпозиції BF становить:

для повної множини БФ $L_{(3)}$ – ≈ 0,4%,
для повної множини БФ $L_{(4)}$ – ≈ 1,67%,
для повної множини БФ $L_{(5)}$ – ≈ 3,37%.

Основний матеріал

В роботах [3 – 5] детально описані два варіанти методу мінімізації паралельної декомпозиції шляхом збільшення або зменшення значення базисного коефіцієнта К.

Обидва варіанти мінімізації дають однаковий результат мінімізації. Варіант мінімізації шляхом збільшення значення базисного коефіцієнта К по своїй ефективності по часу отримання результату є в середньому на 4-9% кращим і передбачає отримання мінімальної форми BF шляхом обробки стовпчиків таблиці істинності BF (TI BF). Перевагами даного варіанту мінімізації є:

1. Зменшення процесу обчислення сум в стовпчиках за рахунок використання урізаних розширених модифікованих ТІ BF.

2. Вибір оптимальний напряму мінімізації або шляхом обробки «0» або шляхом обробки «1».

3. Уникнення обробки проміжних результатів.

4. Можливість отримання CS не тільки у вигляді дворівневої схеми, а і багаторівневої схеми.

5. Прискорення часу мінімізації за рахунок базисного коефіцієнта К .

6. Добра адаптація для мінімізації частковови-значених BF.

Недоліки мінімізації BF шляхом збільшення значення базисного коефіцієнта К:

1. Значне зростання кількості стовпчиків із зростанням значення базисного коефіцієнта К.

2. Великим часом отримання результату для більших значень базисного коефіцієнта $K \to n$.

Варіант мінімізації шляхом зменшення значення базисного коефіцієнта К передбачає отримання мінімальної форми BF шляхом обробки рядків ТІ BF. Перевагами даного варіанту мінімізації є:

3. Обробка лише рядків ТІ BF, що дорівнюють одиниці в стовпчику результату.

4. Групування рядків ТІ BF по вазі, що суттєво прискорює час мінімізації.

Недоліки мінімізації BF шляхом зменшення значення базисного коефіцієнта К:

1. Отримання результату лише в крайовій формі.

2. Отримання та дублювання проміжних відповідей.

Матричний метод паралельної декомпозиції є узагальненням і логічним продовженням даних двох напрямків паралельної декомпозиції.

Суть методу і алгоритм мінімізації доцільно пояснити на прикладі. Нехай задана BF, яка, наприклад, має номер 1 467 447 187_{10} (бінарний вектор складається з 5 аргументів (n=5) і становить 0101 0111 0111 0111 0111 0111 0111 0101_2).

Алгоритм мінімізації складається з наступних кроків:

1. Виписати всі рядки ТІ BF $f^{(5)}_{1467447157}$ (табл. 1), значення яких в стовпчику результату дорівнює одиниці, – результативні рядки ТІ BF. Записати їх в таблицю результативних рядків {00000, 00100, 00100, 00101, 00110, 01000, 01001, 01010, 01100, 01101, 01110, 10000, 10001, 10010, 10100, 10101, 10110, 11000, 11001, 11010, 11100, 11110}.

2. Сформувати ТІ аргументів BF f(5). Для зручності і компактності зображення на папері, ТІ повернути на 90^0 так, як показано в табл. 2, щоб стовпчики ТІ стали рядками

3. Побудувати модифіковану ТІ BF шляхом формування додаткових рядків з інверсними аргументами (табл. 3). Для визначеності дані рядка назвемо рядками аргументів. Назви рядків є базисними частинами BF при К=1. Додати в таблицю першим рядком бінарний вектор BF – номер BF в 2 ПСЧ (для визначеності дані рядка назвемо рядком BF).

Таблиця 1

Таблиця істинності BF $f^{(5)}_{1467447157}$

Рядки аргументів					y	**Результативні рядки ТІ BF**
x_5	x_4	x_3	x_2	x_1		
0	0	0	0	0	1	00000
0	0	0	0	1	0	
0	0	0	1	0	1	00010
0	0	0	1	1	0	
0	0	1	0	0	1	00100
0	0	1	0	1	1	00101
0	0	1	1	0	1	00110
0	0	1	1	1	0	
0	1	0	0	0	1	01000
0	1	0	0	1	1	01001
0	1	0	1	0	1	01010
0	1	0	1	1	0	
0	1	1	0	0	1	01100
0	1	1	0	1	1	01101
0	1	1	1	0	1	01110
0	1	1	1	1	0	
1	0	0	0	0	1	10000
1	0	0	0	1	1	10001
1	0	0	1	0	1	10010
1	0	0	1	1	0	
1	0	1	0	0	1	10100
1	0	1	0	1	1	10101
1	0	1	1	0	1	10110
1	0	1	1	1	0	
1	1	0	0	0	1	11000
1	1	0	0	1	1	11001
1	1	0	1	0	1	11010
1	1	0	1	1	0	
1	1	1	0	0	1	11100
1	1	1	0	1	0	
1	1	1	1	0	1	11110
1	1	1	1	1	0	

Таблиця 2

ТІ аргументів BF для мінімізації BF

Двійковий код рядків аргументів	**№ арг.**	**Запис рядка ТІ BF**
1010 1010 1010 1010 1010 1010 1010 1010	x_1	****1
1100 1100 1100 1100 1100 1100 1100 1100	x_2	***1*
1111 0000 1111 0000 1111 0000 1111 0000	x_3	**1**
1111 1111 0000 0000 1111 1111 0000 0000	x_4	*1***
1111 1111 1111 1111 0000 0000 0000 0000	x_5	1****

Таблиця 3

Розширена модифікована
таблиця істинності BF при К=1

Двійковий вектор рядка BF		
0101 0111 0111 0111 0111 0111 0111 0101	$f^{(5)}_{1467447157}$	
Двійковий вектор рядків аргументів		
1010 1010 1010 1010 1010 1010 1010 1010	x_1	****1
0101 0101 0101 0101 0101 0101 0101 0101	$\overline{x_1}$	****0
1100 1100 1100 1100 1100 1100 1100 1100	x_2	***1*
0011 0011 0011 0011 0011 0011 0011 0011	$\overline{x_2}$	***0*
1111 0000 1111 0000 1111 0000 1111 0000	x_3	**1**
0000 1111 0000 1111 0000 1111 0000 1111	$\overline{x_3}$	**0**
1111 1111 0000 0000 1111 1111 0000 0000	x_4	*1***
0000 0000 1111 1111 0000 0000 1111 1111	$\overline{x_4}$	*0***
1111 1111 1111 1111 0000 0000 0000 0000	x_5	1****
0000 0000 0000 0000 1111 1111 1111 1111	$\overline{x_5}$	0****

4. Перевірити, чи умовні рядки ТІ BF належать множині елементів таблиці результативних рядків. Значок «*» заміняє цифру «0» і «1». Якщо умовний рядок не належить множині – його викреслити (див. табл. 4). Отже, всі умовні рядки належать ТІ BF при К=1 належать модифікованій розширеній таблиці істинності BF.

Таблиця 4

Перевірка належності
умовних рядків таблиці результативних рядків

Умовний рядок ТІ BF при К=1		Елемент відповідності	Результат
x_1	****1	00101	+
$\overline{x_1}$	****0	00000	+
x_2	***1*	00110	+
$\overline{x_2}$	***0*	00000	+
x_3	**1**	00100	+
$\overline{x_3}$	**0**	00000	+
x_4	*1***	01000	+
$\overline{x_4}$	*0***	00000	+
x_5	1****	10000	+
$\overline{x_5}$	0****	00000	+

5. Перевірити, чого більше в бінарному векторі BF $f^{(5)}_{1467447157}$ нулів чи одиниць. В даному випадку бінарний вектор містить 10 нулів і 22 одиниці. Так як одиниць більше, сформувати інверсну урізану модифіковану таблицю істинності булевої функції, викресливши всі стовпчики в таблиці, в яких значення бінарного вектора дорівнює одиниці та порахувати скільки одиниць залишилось в рядках аргументів. Перший раз рядки аргументів містять по одній літералі (базисний коефіцієнт К=1), тому критерієм, що інформаційна частина відповідного рядка дорівнює одиниці – сума дорівнює $\sum_{K=1}^{Q_i=1} = 0$.

Критерієм, що інформаційна частина відповідного рядка дорівнює нулю – сума дорівнює (табл. 5):

$$\sum_{K=1}^{Q_i=0} = \frac{2^n}{2} = \frac{32}{2} = 16$$

В результаті маємо, що $\overline{x_1}$ при значенні базисного коефіцієнта К=1 (табл. 6) є елементом кінцевого розв’язку BF $f^{(5)}_{1467447157}$.

Таблиця 5

Урізана інверсна розширена модифікована
таблиця істинності булевої функції при К=1

Урізаний двійковий вектор рядка BF		К-сть 1	Виконання критерію	Прогноз критерію
00 0 0 0 0 0 0 00	y			
Урізаний вектор рядків аргументів				
11 1 1 1 1 1 1 11	x_1	10	-	$\sum_{K=2}^{0} \overset{?}{\geq} 8$
00 0 0 0 0 0 0 00	$\overline{x_1}$	**0**	+	-
10 1 1 1 1 1 1 10	x_2	8	-	$\sum_{K=2}^{0} \overset{?}{\geq} 8$
01 0 0 0 0 0 0 01	$\overline{x_2}$	2	-	$\sum_{K=2}^{1} \overset{?}{\leq} 8$
11 0 1 0 1 0 1 00	x_3	5	-	$\sum_{K=2}^{1} \overset{?}{\leq} 8$
00 1 0 1 0 1 0 11	$\overline{x_3}$	5	-	$\sum_{K=2}^{1} \overset{?}{\leq} 8$
11 1 0 0 1 1 0 00	x_4	5	-	$\sum_{K=2}^{1} \overset{?}{\leq} 8$
00 0 1 1 0 0 1 11	$\overline{x_4}$	5	-	$\sum_{K=2}^{1} \overset{?}{\leq} 8$
11 1 1 1 0 0 0 00	x_5	5	-	$\sum_{K=2}^{1} \overset{?}{\leq} 8$
00 0 0 0 1 1 1 11	$\overline{x_5}$	5	-	$\sum_{K=2}^{1} \overset{?}{\leq} 8$

6. Викреслити в таблиці результативних рядків всі елементи, які відповідають умовному рядку $\overline{x_1}$ (****0). В результаті таблиця результативних рядків має вигляд {00101, 01001, 01101, 10001, 10101, 11001}.

7. Умовні рядки (аргументи розширеної модифікованої таблиці істинності при К=1), для яких не відбулось виконання критерію, помістити в спеціалізовану донорну таблицю. Дана таблиця слугує для подальшого створення урізаних інверсних розширених модифікованих таблиць істинності булевої функції при К=2, 3,…, n. Для даного випадку донорна таблиця містить елементи {x_1 (****1), x_2 (***1*),

$\overline{x_2}$ (***0*), x_3 (**1**), $\overline{x_3}$ (**0**), x_4 (*1***), $\overline{x_4}$ (*0***), x_5 (1****), $\overline{x_5}$ (0****)}.

Таблиця 6

Перевірка належності умовних рядків таблиці результативних рядків при К=2

Умовний рядок ТІ BF		Елемент відповідності	Результат
x_2x_1	***11	-	-
$\overline{x_2}x_1$	***01	00101	+
x_3x_1	**1*1	00101	+
$\overline{x_3}x_1$	**0*1	01001	+
x_4x_1	*1**1	01001	+
$\overline{x_4}x_1$	*0**1	00101	+
x_5x_1	1***1	10001	+
$\overline{x_5}x_1$	0***1	01001	+
x_3x_2	**11*	-	-
$\overline{x_3}x_2$	**01*	-	-
x_4x_2	*1*1*	-	-
$\overline{x_4}x_2$	*0*1*	-	-
x_5x_2	1**1*	-	-
$\overline{x_5}x_2$	0**1*	-	-
$x_3\overline{x_2}$	**10*	00101	+
$\overline{x_3}\,\overline{x_2}$	**00*	01001	+
$x_4\overline{x_2}$	*1*0*	01001	+
$\overline{x_4}\,\overline{x_2}$	*0*0*	00101	+
$x_5\overline{x_2}$	1**0*	10001	+
$\overline{x_5}\,\overline{x_2}$	0**0*	00101	+
x_4x_3	*11**	01101	+
$\overline{x_4}x_3$	*01**	00101	+
x_5x_3	1*1**	10101	+
$\overline{x_5}x_3$	0*1**	00101	+
$x_4\overline{x_3}$	*10**	01001	+
$\overline{x_4}\,\overline{x_3}$	*00**	10001	+
$x_5\overline{x_3}$	1*0**	10001	+
$\overline{x_5}\,\overline{x_3}$	0*0**	01001	+
x_5x_4	11***	11001	+
$\overline{x_5}x_4$	01***	01001	+
$x_5\overline{x_4}$	10***	10001	+
$\overline{x_5}\,\overline{x_4}$	00***	00101	+

8. На наступному етапі сформувати повний перелік умовних рядків урізаної інверсної модифікованої таблиці істинності булевої функції при К=2. Умовними рядками є комбінації кон'юнкцій, що містять по 2 літерали при умові, що їхні індекси не співпадають. Умовні рядки для урізаної таблиці з наступним значенням базисного коефіцієнта К будують почерговим додаванням до кожного попереднього умовного рядка при попередньому значенні коефіцієнта К, для яких не виконався критерій, всіх елементів донорної таблиці, при умові, що їх індекси не співпадають. Для даної BF $f^{(5)}_{1467447157}$ в дану таблицю не попадуть кон'юнкції, які містять аргумент $\overline{x_1}$.

9. Перевірити, чи умовні рядки ТІ BF при К=2 належать множині елементів таблиці результативних рядків та викреслити умовні рядки, що не належить множині (див. табл. 6). Отже, за результатами перевірки потрібно викреслити 7 умовних рядків ТІ BF при К=2, що належать модифікованій розширеній таблиці істинності BF.

10. Для урізаної інверсної модифікованої таблиці істинності булевої функції при К=2 виконати аналогічні дії. Критеріями позитивного результату є

$$\sum\nolimits_{K=2}^{1} = 0 \text{ та } \sum\nolimits_{K=2}^{0} = \frac{2^n}{2^K} = \frac{2^5}{4} = \frac{32}{4} = 8 \text{ (табл. 7)}$$

Таблиця 7

Урізана інверсна модифікована таблиця істинності булевої функції при К=2

Урізаний вектор	№ рядка арг.	Кількість «1»	Критерій
01 0 0 0 0 0 0 01	$\overline{x_2}x_1$	2	-
11 0 1 0 1 0 1 00	x_3x_1	5	-
00 1 0 1 0 1 0 11	$\overline{x_3}x_1$	5	-
11 1 0 0 1 1 0 00	x_4x_1	5	-
00 0 1 1 0 0 1 11	$\overline{x_4}x_1$	5	-
11 1 1 1 0 0 0 00	x_5x_1	5	-
00 0 0 0 1 1 1 11	$\overline{x_5}x_1$	5	-
01 0 0 0 0 0 0 00	$x_3\overline{x_2}$	1	-
00 0 0 0 0 0 0 01	$\overline{x_3}\,\overline{x_2}$	1	-
01 0 0 0 0 0 0 00	$x_4\overline{x_2}$	1	-
00 0 0 0 0 0 0 01	$\overline{x_4}\,\overline{x_2}$	1	-
01 0 0 0 0 0 0 00	$x_5\overline{x_2}$	1	-
00 0 0 0 0 0 0 01	$\overline{x_5}\,\overline{x_2}$	1	-
11 0 0 0 1 0 0 00	x_4x_3	3	-
00 0 1 0 0 0 1 00	$\overline{x_4}x_3$	2	-
11 0 1 0 0 0 0 00	x_5x_3	3	-
00 0 0 0 1 0 1 00	$\overline{x_5}x_3$	2	-
00 1 0 0 0 1 0 00	$x_4\overline{x_3}$	2	-
00 0 0 1 0 0 0 11	$\overline{x_4}\,\overline{x_3}$	3	-
00 1 0 1 0 0 0 00	$x_5\overline{x_3}$	2	-
00 0 0 0 0 1 0 11	$\overline{x_5}\,\overline{x_3}$	3	-
11 1 0 0 0 0 0 00	x_5x_4	3	-
00 0 0 0 1 1 0 00	$\overline{x_5}x_4$	2	-
00 0 1 1 0 0 0 00	$x_5\overline{x_4}$	2	-
00 0 0 0 0 0 1 11	$\overline{x_5}\,\overline{x_4}$	3	-

11. Так як критерій не виконано при К=3, таблиця результативних рядків залишається без змін {00101, 01001, 01101, 10001, 10101, 11001}

12. Сформувати повний перелік умовних рядків урізаної інверсної модифікованої таблиці істинності булевої функції при К=3 та перевірити, чи умовні рядки ТІ BF при К=3 належать множині елементів таблиці результативних рядків та викреслити умовні рядки, що не належить множині (див. табл. 8).

13. Отже, по результатах перевірки потрібно викреслити 7 умовних рядків ТІ BF при К=2, що належать модифікованій розширеній таблиці істинності BF.

Таблиця 8

Перевірка належності умовних рядків
таблиці результативних рядків при К=3

Умовний рядок ТІ BF		Елемент відповідності	Результат
$x_3\bar{x}_2x_1$	**101	00101	+
$\bar{x}_3\bar{x}_2x_1$	**001	01001	+
$x_4\bar{x}_2x_1$	*1*01	01001	+
$\bar{x}_4\bar{x}_2x_1$	*0*01	00101	+
$x_5\bar{x}_2x_1$	1**01	10001	+
$\bar{x}_5\bar{x}_2x_1$	0**01	00101	+
$x_4x_3x_1$	*11*1	01101	+
$\bar{x}_4x_3x_1$	*01*1	00101	+
$x_5x_3x_1$	1*1*1	10101	+
$\bar{x}_5x_3x_1$	0*1*1	00101	+
$x_4\bar{x}_3x_1$	*10*1	01001	+
$\bar{x}_4\bar{x}_3x_1$	*00*1	10001	+
$x_5\bar{x}_3x_1$	1*0*1	10001	+
$\bar{x}_5\bar{x}_3x_1$	0*0*1	01001	+
$x_5x_4x_1$	11**1	11001	+
$\bar{x}_5x_4x_1$	01**1	01001	+
$x_5\bar{x}_4x_1$	10**1	10001	+
$\bar{x}_5\bar{x}_4x_1$	00**1	00101	+
$x_4x_3\bar{x}_2$	*110*	01101	+
$\bar{x}_4x_3\bar{x}_2$	*010*	00101	+
$x_5x_3\bar{x}_2$	1*10*	10101	+
$\bar{x}_5x_3\bar{x}_2$	0*10*	00101	+
$x_4\bar{x}_3\bar{x}_2$	*100*	01001	+
$\bar{x}_4\bar{x}_3\bar{x}_2$	*000*	10001	+
$x_5\bar{x}_3\bar{x}_2$	1*00*	10001	+
$\bar{x}_5\bar{x}_3\bar{x}_2$	0*00*	01001	+
$x_5x_4\bar{x}_2$	11*0*	11001	+
$\bar{x}_5x_4\bar{x}_2$	01*0*	01001	+
$x_5\bar{x}_4\bar{x}_2$	10*0*	10001	+
$\bar{x}_5\bar{x}_4\bar{x}_2$	00*0*	00101	+
$\bar{x}_5x_4x_3$	011**	01101	+
$x_5\bar{x}_4x_3$	101**	10101	+
$\bar{x}_5\bar{x}_4x_3$	001**	00101	+
$x_5x_4\bar{x}_3$	110**	11001	+
$\bar{x}_5x_4\bar{x}_3$	010**	01001	+
$x_5\bar{x}_4\bar{x}_3$	100**	10001	+

14. Сформувати послідовно урізану інверсну розширену модифіковану ТІ BF при К=3, де критеріями позитивного результату є $\sum_{K=3}^{1}=0$ та $\sum_{K=3}^{0}=\frac{2^n}{8}=\frac{32}{8}=4$ (табл. 9). В даній таблиці одночасно кілька кон'юнкцій $\bar{x}_4x_3\bar{x}_2$, $\bar{x}_5x_3\bar{x}_2$, $x_4\bar{x}_3\bar{x}_2$, $x_5\bar{x}_3\bar{x}_2$, $\bar{x}_5x_4\bar{x}_2$, $x_5\bar{x}_4\bar{x}_2$ є елементами кінцевої відповіді.

15. Використовуючи елементи кінцевої відповіді при К=3, викреслити дані елементи в таблиці результативних рядків. Як наслідок, таблиця результативних рядків – пуста. Отримано всі елементи кінцевої відповіді. Необхідність в пошуку даних елементів при значеннях К=4 та К=5 відпадає (табл. 10)

Таблиця 9

Урізана інверсна модифікована
таблиця істинності булевої функції при К=3

Урізаний двійковий вектор рядків аргументів	№ рядка арг.	Кількість 1 в рядку аргументу	Виконання критерію
01 0 0 0 0 0 0 0 00	$x_3\bar{x}_2x_1$	1	–
00 0 0 0 0 0 0 0 01	$\bar{x}_3\bar{x}_2x_1$	1	–
01 0 0 0 0 0 0 0 00	$x_4\bar{x}_2x_1$	1	–
00 0 0 0 0 0 0 0 01	$\bar{x}_4\bar{x}_2x_1$	1	–
01 0 0 0 0 0 0 0 00	$x_5\bar{x}_2x_1$	1	–
00 0 0 0 0 0 0 0 01	$\bar{x}_5\bar{x}_2x_1$	1	–
11 0 0 0 1 0 0 0 00	$x_4x_3x_1$	3	–
00 0 1 0 0 0 1 0 00	$\bar{x}_4x_3x_1$	2	–
11 0 1 0 0 0 0 0 00	$x_5x_3x_1$	3	–
00 0 0 0 1 0 1 0 00	$\bar{x}_5x_3x_1$	2	–
00 1 0 0 0 1 0 0 00	$x_4\bar{x}_3x_1$	2	–
00 0 0 1 0 0 0 0 11	$\bar{x}_4\bar{x}_3x_1$	3	–
00 1 0 1 0 0 0 0 00	$x_5\bar{x}_3x_1$	2	–
00 0 0 0 0 1 0 0 11	$\bar{x}_5\bar{x}_3x_1$	3	–
11 1 0 0 0 0 0 0 00	$x_5x_4x_1$	3	–
00 0 0 0 1 1 0 0 00	$\bar{x}_5x_4x_1$	2	–
00 0 1 1 0 0 0 0 00	$x_5\bar{x}_4x_1$	2	–
00 0 0 0 0 0 0 1 11	$\bar{x}_5\bar{x}_4x_1$	3	–
10 0 0 0 1 0 0 0 00	$x_4x_3x_2$	2	–
00 0 1 0 0 0 1 0 00	$\bar{x}_4x_3x_2$	2	–
10 0 1 0 0 0 0 0 00	$x_5x_3x_2$	2	–
00 0 0 0 1 0 1 0 00	$\bar{x}_5x_3x_2$	2	–
00 1 0 0 0 1 0 0 00	$x_4\bar{x}_3x_2$	2	–
00 0 0 1 0 0 0 0 10	$\bar{x}_4\bar{x}_3x_2$	2	–
00 1 0 1 0 0 0 0 00	$x_5\bar{x}_3x_2$	2	–
00 0 0 0 0 1 0 0 10	$\bar{x}_5\bar{x}_3x_2$	2	–
10 1 0 0 0 0 0 0 00	$x_5x_4x_2$	2	–
00 0 0 0 1 1 0 0 00	$\bar{x}_5x_4x_2$	2	–
00 0 1 1 0 0 0 0 00	$x_5\bar{x}_4x_2$	2	–
00 0 0 0 0 0 0 1 10	$\bar{x}_5\bar{x}_4x_2$	2	–
01 0 0 0 0 0 0 0 00	$x_4x_3\bar{x}_2$	1	–
00 0 0 0 0 0 0 0 00	$\bar{x}_4x_3\bar{x}_2$	0	$\sum_{K=3}^{1}=0$
01 0 0 0 0 0 0 0 00	$x_5x_3\bar{x}_2$	1	
00 0 0 0 0 0 0 0 00	$\bar{x}_5x_3\bar{x}_2$	0	$\sum_{K=3}^{1}=0$
00 0 0 0 0 0 0 0 00	$x_4\bar{x}_3\bar{x}_2$	0	$\sum_{K=3}^{1}=0$
00 0 0 0 0 0 0 0 01	$\bar{x}_4\bar{x}_3\bar{x}_2$	1	
00 0 0 0 0 0 0 0 00	$x_5\bar{x}_3\bar{x}_2$	0	$\sum_{K=3}^{1}=0$
00 0 0 0 0 0 0 0 01	$\bar{x}_5\bar{x}_3\bar{x}_2$	1	
01 0 0 0 0 0 0 0 00	$x_5x_4\bar{x}_2$	1	
00 0 0 0 0 0 0 0 00	$\bar{x}_5x_4\bar{x}_2$	0	$\sum_{K=3}^{1}=0$
00 0 0 0 0 0 0 0 00	$x_5\bar{x}_4\bar{x}_2$	0	$\sum_{K=3}^{1}=0$
00 0 0 0 0 0 0 0 01	$\bar{x}_5\bar{x}_4\bar{x}_2$	1	
11 0 0 0 0 0 0 0 00	$x_5x_4x_3$	2	
00 0 0 0 1 0 0 0 00	$\bar{x}_5x_4x_3$	1	
00 0 1 0 0 0 0 0 00	$x_5\bar{x}_4x_3$	1	
00 0 0 0 0 0 1 0 00	$\bar{x}_5\bar{x}_4x_3$	1	
00 1 0 0 0 0 0 0 00	$x_5x_4\bar{x}_3$	1	
00 0 0 0 0 1 0 0 00	$\bar{x}_5x_4\bar{x}_3$	1	
00 0 0 1 0 0 0 0 00	$x_5\bar{x}_4\bar{x}_3$	1	
00 0 0 0 0 0 0 0 11	$\bar{x}_5\bar{x}_4\bar{x}_3$	2	

Таблиця 10

Дані для формування кінцевого результату

Значення коефіцієнта K	Критерій	Перелік проміжних результатів
K=1	$\sum_{K=1}^{1}=0$	$\bar{x}_1$
K=3	$\sum_{K=3}^{1}=0$	$\bar{x}_4x_3\bar{x}_2$, $\bar{x}_5x_3\bar{x}_2$, $x_4\bar{x}_3\bar{x}_2$, $x_5\bar{x}_3\bar{x}_2$, $\bar{x}_5x_4\bar{x}_2$, $x_5\bar{x}_4\bar{x}_2$

16. На основі елементів кінцевого результату сформувати всі варіанти мінімальних форм BF [3]. Обмежимося лише двома, які є мінімальними по довжині запису:

$$y_1=\bar{x}_1\vee x_5\bar{x}_3\bar{x}_2\vee\bar{x}_4x_3\bar{x}_2\vee\bar{x}_5x_4\bar{x}_2$$

$$y_2=\bar{x}_1\vee x_5\bar{x}_4\bar{x}_2\vee x_4\bar{x}_3\bar{x}_2\vee\bar{x}_5x_4\bar{x}_2$$

Висновки

В статті описано новий метод мінімізації булевих функцій на основі покрокової декомпозиції, суть якого зводиться до запису булевої функції у вигляді диз'юнктивного ряду. Даний метод є узагальненням методу паралельної декомпозиції. Він об'єднує кращі сторони мінімізації шляхом збільшення або зменшення значення базисного коефіцієнта K.

Перевагою розглянутого методу є нововведення, що суттєво прискорюють процес мінімізації:

1. Використання під час пошуку направленого перебору.
2. Отримання відразу мінімізованих елементів в кінцевій відповіді.
3. Використання таблиці результативних рядків, завдяки якій скорочується перелік членів ряду, що можуть належати кінцевій відповіді.
4. Використання урізаних модифікованих таблиць істинності, завдяки яким кількість рядків в таблиці істинності скорочується як мінімум в 2 рази
5. Використання прогнозування мінімізації для конкретного члену ряду – необхідної умови, при якій відбудеться мінімізація саме при заданому значенні базисного коефіцієнта K
6. Прискорення часу мінімізації за рахунок нововведень в 4,7 рази порівняно з попередніми модифікаціями методів паралельної декомпозиції шляхом збільшення або зменшення значення базисного коефіцієнта K.
7. Результати, отримані запропонованим методом, ідентичні за показниками складності реалізації S_{ad}, S_l, S_s результатам, отриманим іншими методами.

Список літератури

1. Закревский А.Д. Алгоритм матричного отображения графа на булев куб. / А.Д.Закревский. // Вестник Томского гос. университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2011. – № 3. − С. 94-99.

2. Закревский А.Д. Об оптимальном размещении графа в булевом пространстве. / А.Д. Закревский. // Вестник Томского гос. университета. Приложение. – 2005. – № 14ю − С. 13-17.

3. Кочкарев Ю.А. Минимизация булевых функций по частям. / Ю.А. Кочкарев, С.В .Бурмистров, С.Ф. Аксенов // Радиоэлектронные и компьютерные системы. – 2012. – № 4. – С. 110-116.

4. Бурмістров С.В. Паралельна декомпозиція як основний метод мінімізації булевих функцій в ортогональній формі представлення. / С.В. Бурмістров // Вісник Черкаського державного технологічного університету. – 2014, № 2 − С. 67-73.

5. Бурмистров С.В. Параллельная декомпозиция путем уменьшения значения базисного коэффициента K как альтернативный метод минимизации булевых функций / С.В. Бурмистров, Е.Н. Панаско // Вестник Приазовского государственного технического университета. Серия: Технические науки. – 2015. – № 1. − С. 189-195.

Надійшла до редколегії 18.09.2015

Рецензент: д-р техн. наук проф. В.М. Рудницький, Черкаський державний технологічний університет, Черкаси.

МАТРИЧНЫЙ МЕТОД ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ДЕКОМПОЗИЦИИ КАК ОБОБЩЕННЫЙ МЕТОД МИНИМИЗАЦИИ В ОРТОГОНАЛЬНОЙ ФОРМЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ

С.В. Бурмистров, О.Б. Пивень

В статье описан новый метод минимизации булевых функций на основе пошаговой декомпозиции, разработанный авторами в процессе исследования ортогональной формы представления булевых функций, суть которого сводится к записи булевой функции в виде дизъюнктивного ряда. Преимуществом рассматриваемого метода является ускорение времени минимизации в 4,7 раза по сравнению с предыдущими модификациями методов параллельной декомпозиции путем увеличения или уменьшения значения базисного коэффициента K. Результаты, полученные предложенным методом, идентичны по показателям сложности реализации S_{ad}, S_l, S_s результатам, полученным другими методами.

Ключевые слова: *матричный метод параллельной декомпозиции, ортогональная форма представления булевых функций.*

MATRIX METHOD OF PARALLEL DECOMPOSITION OF THE GENERALIZED MINIMIZATION METHOD IN AN ORTHOGONAL FORM OF PRESENTATION

S.V.Burmistrov, O.B.Piven

This article describes a new method of minimization of Boolean functions based on incremental decomposition, developed by the authors in the study of the orthogonal forms of representation of Boolean functions, the essence of which is to write a Boolean function as a disjunctive series. The advantage of this method is to minimize the acceleration time by 4.7 times compared with the previous modification of the method of parallel decomposition by increasing or decreasing the value of the base coefficient K. The results obtained by the proposed method are identical in terms of implementation complexity S_{ad}, S_l, S_s results obtained by other methods.

Keywords: *matrix method of parallel decomposition, orthogonal form of representation of Boolean functions.*