УДК 004.728 : 519.87

А.А. Коваленко[1], Г.А. Кучук[2], А.А. Можаев[3]

[1] *Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков*
[2] *Харьковский университет Воздушных Сил имени Ивана Кожедуба, Харьков*
[3] *Национальный технический университет «ХПИ», Харьков*

ВЫБОР КОМБИНАТОРНОГО АЛГОРИТМА ОПТИМИЗАЦИИ ПРИ УПРАВЛЕНИИ ТРАФИКОМ МУЛЬТИСЕРВИСНОЙ СЕТИ

Рассмотрены комбинаторные алгоритмы решения задачи дискретной оптимизации на коммутационных узлах мультисервисных сетей. Определены условия для выбора типа алгоритма в зависимости от характера решаемой задачи. Подробно проанализированы алгоритмы неявного перебора на решетке и на дереве, а также алгоритмы метода динамического программирования.

Ключевые слова: *коммутационный узел, мультисервисная сеть, алгоритм, метод, оптимизация, ветвление, трафик.*

Введение

В современных мультисервисных сетях при управлении трафиком на коммутационных устройствах постоянно необходимо решать возникающие оптимизационные задачи, такие как, например, выбор оптимального маршрута, распределение пакетов при многопутевой маршрутизации, перераспределение служебной и пользовательской информации, оперативное изменение виртуальной конфигурации на фрагменте сети, содержащем критический участок, образовавшийся, например, в результате выхода из строя некоторых физических каналов передачи данных и др. В большинстве случаев исходная информация для данных задач носит дискретный характер (например, отсчеты прохождения трафика, статистические оценки), т.е. необходимо использовать алгоритмы дискретной оптимизации.

Так, в работах [1 – 6] авторами была предложена математическая постановка нескольких задач дискретной оптимизации в мультисервисных сетях, для решения которых необходимо найти соответствующие алгоритмы решения.

Для решения данных задач в настоящее время существует большой набор алгоритмов дискретной оптимизации [7 – 10], ориентированных на оптимизацию по различным показателям, которые специфичны в определенных условиях применения. Однако для многих коммутационных узлов (КУ) современных мультисервисных сетей (МС) основным критерием является время нахождения решения задачи, так как увеличение затрат вычислительного ресурса при нахождении оптимального решения конкретной задачи может привести к недопустимому снижению качества обслуживания вследствие увеличения времени задержки пакетов на коммутационных узлах.

Проведем анализ существующих подходов к решению вышерассмотренных задач. Большинство современных подходов сводится преимущественно к двум фундаментальным группам [10]:

– *последовательное сужение множеств альтернатив*: существует возможность построения алгоритмов точного решения;

– *последовательнot улучшение решения*: сводится к построению алгоритмов приближенного решения задач большой размерности.

Первая группа методов, как правило, находит наибольшее применение в целочисленном и комбинаторном программировании, включая следующие возможные подходы:

– сужение множества альтернатив на основе комбинаторного перебора (полного, частичного, неявного либо целенаправленного);

–предварительное расширение множества допустимых альтернатив с последующим сужением на основе решений, получаемых на каждом из шагов.

В терминах эффективности (определяемой согласно условиям постановки задачи) использования различных методов решения задач дискретного программирования, можно отметить, что существуют два основных направления ее повышения:

– смещение приоритетов при решении задачи от поиска точного решения к поиску приближенного значения с заданной точностью;

– выполнение модификаций алгоритмов, лежащих в основе соответствующих методов, с учетом специфики решаемых задач, для придания им достаточно узкой специализации.

На основе проведенного анализа методов решения задач дискретного программирования, были выделены основные группы алгоритмов, представленные на рис. 1, к которым относятся:

– комбинаторные алгоритмы оптимизации;

– алгоритмы предварительного расширения и последующего сужения;

– алгоритмы последовательного улучшения решений.

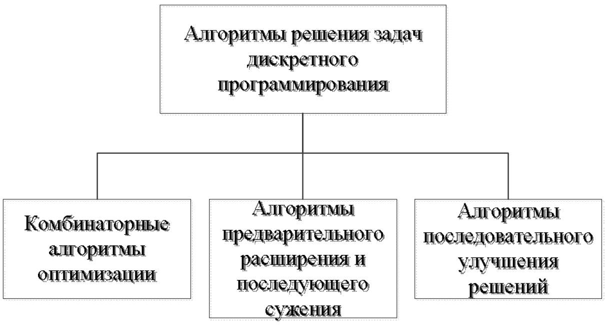

Рис. 1. Группы алгоритмов, позволяющие находить решение в задачах дискретного программирования

Целью данной статьи является анализ комбинаторных алгоритмов, как наиболее часто используемых для решения задач дискретной оптимизации с ограничением на время поиска решения в коммутационных узлах современных высокоскоростных мультисервисных сетей.

Результаты исследований

Комбинаторные алгоритмы оптимизации основаны на принципе последовательного сужения множества альтернатив на основе комбинаторного перебора. Методы, позволяющие реализовать такое сужение, достаточно часто используются как в целочисленном, так и в комбинаторном программировании и допускают смещение приоритетов при решении задачи от поиска точного решения к поиску приближенного значения с заданной точностью.

Классификация типов комбинаторных алгоритмов оптимизации представлена на рис. 2 и включает следующие типы [11]:

– аддитивные алгоритмы неявного перебора на решетке и на дереве;

– алгоритмы метода ветвей и границ;

– алгоритмы метода динамического программирования.

Рис. 2. Классификация комбинаторных алгоритмов оптимизации

1. Аддитивные алгоритмы неявного перебора на решетке и на дереве

Алгоритмы неявного перебора на решетке и на дереве применяются для решения задач дискретной оптимизации, формализованное описание которых содержит только булевы переменные. Выполнение требований по минимизации времени поиска решения в коммутационных узлах мультисервисных сетей обусловлено наличием исключительно малотактовых операций сложения и вычитания.

Основная идея построения и использования аддитивных алгоритмов заключается в проведении такой проверки подмножеств альтернатив решений, при которой достигаются результаты, полностью эквивалентные полному перебору, но без его реального осуществления и за значительно меньшее время. В общем виде оптимизационную задачу можно представить следующим образом:

$$f(\vec{x}) = f(x_1, x_2, ..., x_n) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \underset{\vec{x}}{opt} \qquad (1)$$

при
$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i, \; i = \overline{1, m}; \qquad (2)$$

$$\vec{x} = (x_1, x_2, ..., x_n) \in B^n; \quad B = \{0, 1\}. \qquad (3)$$

При ранжировании весовых коэффициентов c_j целевой функции (1) решение задачи (1) – (3) можно реализовывать на упорядоченной графовой структуре, например, на n-мерной решетке (рис. 3) или (n+1)-уровневом дереве (рис. 4).

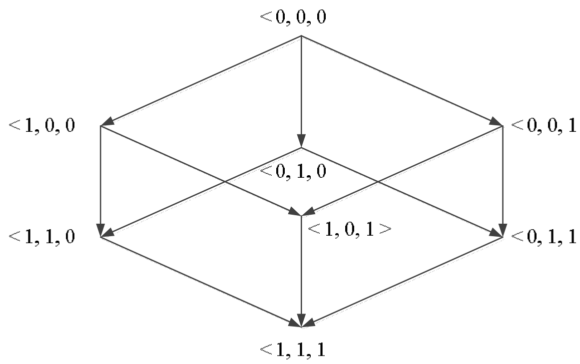

Рис. 3. Пример трехмерной решетки для реализации аддитивного алгоритма (n = 3)

Рассмотрим, например, процесс упорядочения коэффициентов целевой функции по возрастанию ($c_1 \le c_2 \le \ldots \le c_n$) при нахождении минимума целевой функции.

В n-мерной решетке (рис. 3) каждому узлу соответствует вектор $\vec{x} = < x_1, x_2, ..., x_n >$, в котором часть переменных принимает единичные значения, остальные – нулевые. Такой узел доминирует над всеми узлами нижестоящих уровней, которым соответствуют кортежи, получаемые путем замены нулевых переменных единицами. Если кортеж исходного узла располагается на уровне k (ровно k единичных значений), то множество всех доминируемых им кортежей состоит из 2^{n-k} альтернатив. Задача состоит в проверке этого множества на существование в нем допустимой альтернативы со значением функции, лучшим по сравнению с ранее достигнутым рекордным значением.

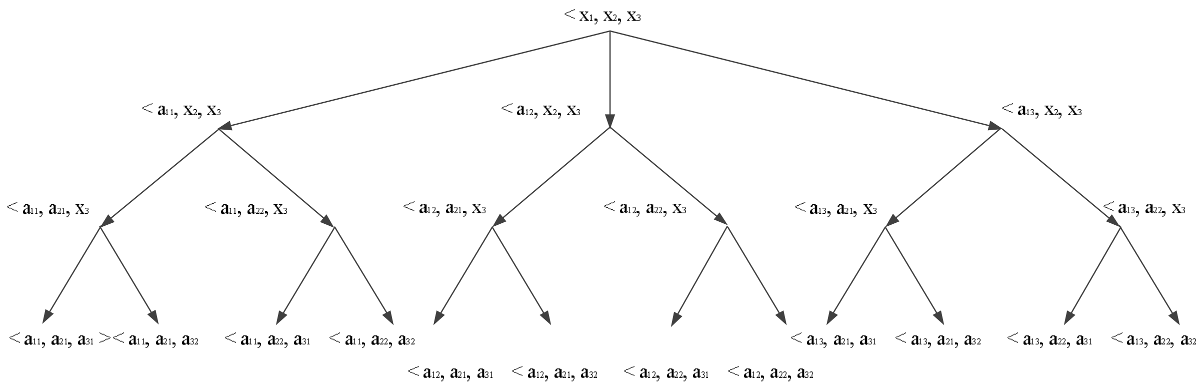

Рис. 4. Пример четырехуровневого дерева для реализации аддитивного алгоритма (n = 3)

В (n+1)-уровневом дереве (рис. 4) каждому из узлов дерева ставится в соответствие кортеж булевых переменных $<x_1, x_2, ..., x_n>$, в котором часть переменных имеют фиксированные значения. Следовательно, каждая из вершин такого дерева, которая не является висячей, представляет собой частичное решение, которое определяется фиксацией k переменных, и 2^{n-k} полных решений (отличаются от частичных дополнениями, как следствие введения значений для свободных переменных). Таким образом, соответствующие кортежи принадлежат 2^{n-k} висячим вершинам и образуют то множество, альтернатив, которое подлежит проверке.

2. Алгоритмы метода ветвей и границ

В отличие от предыдущего типа алгоритмов, алгоритмы метода ветвей и границ являются достаточно универсальными и применяются как при решении задач целочисленного программирования, задач частично целочисленного программирования с булевыми и k-значными переменными, так и задач комбинаторного программирования, когда приведение к целочисленному виду невозможно.

Ниже сформулирована обобщенная последовательность этапов типового алгоритма метода ветвей и границ, где поиск осуществляется путем ветвления:

– каждой вершине строящегося дерева ставится в соответствие функция и определенная задача оценки влияния переменных функции и принятия для них решений. Порядок следования вершин дерева формируется в процессе ветвления и определяет порядок фиксации определенных переменных и следования соответствующих им задач. Исходной информацией является перечень задач на ветвление;

– при построении дерева, для каждой из новых вершин определяются границы значений целевой функции на множествах соответствующих альтернатив;

– определяется перспективность дальнейшего ветвления для каждой из вершин, а также возможность исключения некоторого подмножества альтернатив. При выполнении ветвления дерева существует два подмножества его вершин – завершенные висячие (для которых получены целочисленные решения либо дальнейшее движение неперспективно) и незавершенные висячие (представляют собой задачи для дальнейшего ветвления). Если подмножество незавершенных висячих вершин дерева становится пустым, что процесс ветвления и решения задачи завершается;

– выбирается задача для ветвления, а также соответствующая переменная из числа свободных, в соответствии с определенной стратегией.

Главный недостаток данных алгоритмов – наличие в теле цикла многотактовых операций. Поэтому при невозможности представления задачи оптимизации в виде (1) – (3) чаще используют алгоритмы метода динамического программирования.

3. Алгоритмы метода динамического программирования

Ограничимся рассмотрением следующего класса задач оптимизации.

Пусть функция $f(x_1, x_2, ..., x_n)$, в которой параметры x_j $(j = \overline{1, n})$ целочисленны, причем $x_j \in D_j \subset Z$, имеет сепарабельное разбиение (мультипликативное либо аддитивное) на области допустимых решений, т.е. целевую функцию оптимизации можно записать следующим образом:

$$f(\vec{x}) = f_1(x_1) \circ f_2(x_2) \circ ... \circ f_n(x_n) \to \underset{\vec{x}}{opt}, \qquad (4)$$

где $\circ$ – операция сепарабельного разбиения.

Введем дополнительные функции сохранения целочисленности $\psi_j(x_j)$ следующим образом:

$$\sum_{j=1}^{n} \psi_j(x_j) \le \Psi,$$

где Ψ – максимально допустимая граница на области решений.

Принцип оптимальности: оптимальный кортеж переменных $\langle x_1^*, x_2^*, ..., x_n^* \rangle$ обладает тем свойством, что при фиксации значений любых переменных в последовательности x_1, x_2, …, x_n остальные переменные должны определяться как оптимальная последовательность по отношению к результату, полученному при фиксации указанных переменных. Следовательно, целевую функцию (4) можно преобразовать к такому виду:

$$f\left(x_1^*,...,x_k^*,x_{k+1},...,x_n\right) = \\ = \rho_k \circ f_{k+1}\left(x_{k+1}\right) \circ ... \circ f_n\left(x_n\right); \quad (5)$$

$$\sum_{j=k+1}^{n} \psi_j\left(x_j\right) = \Psi - \alpha_k; \quad (6)$$

$$\alpha_k = \sum_{j=1}^{k} \psi_j\left(x_j^*\right); \quad (7)$$

$$\rho_k = f_1\left(x_1^*\right) \circ f_2\left(x_2^*\right) \circ ... \circ f_k\left(x_k^*\right), \quad (8)$$

где новая целевая функция (5) содержит (n-k) переменных, а (6) – новое ограничение. Принцип оптимальности заключается в том, что он позволяет представить процедуру оптимизации в виде динамического процесса, каждый из шагов которого соответствует оптимизации одной переменной.

Решение (4) находится в семействе, которое формируется двумя базовыми целыми числами, n и $\Psi_{int} = \left[\Psi\right] + 1$ [11]. Задача теперь состоит в выявлении связей между решениями задач семейства с использованием аппарата динамического программирования. Для решения (4) необходимо осуществлять выбор переменной x_1 при таких значениях $x_2, \ldots, x_n$, чтобы соблюдалось условие:

$$\Psi_{int} - \sum_{j=2}^{n} \psi_j\left(x_j\right) = z,\ 0 \le z \le \Psi_{int}. \quad (9)$$

Можно утверждать, что значение z характеризует остаток общего ресурса b, доступный при выборе x_1. При выполнении условия $\psi_1\left(x_1\right) \le z$ выбор x_1 определяется таким соотношением:

$$\forall z \ : \ g_1\left(z\right) = \max_{x_1 \in D_1} f_1\left(x_1\right). \quad (10)$$

На следующем шаге полагаем, что $0 \le z \le \Psi_{int}$ и сумма величин $x_3, \ldots, x_n$ определяет величину z, при этом x_2 выбирается из условия достижения максимума величиной $g_1\left(z - \psi_2\left(x_2\right)\right)*f_2\left(x_2\right)$. Тогда, можно утверждать, что, при $\psi_2\left(x_2\right) \le z$, справедливо следующее выражение:

$$g_2\left(z\right) = \max_{x_2 \in D_2}\left[g_1\left(z - \psi_2\left(x_2\right)\right)*f_2\left(x_2\right)\right]. \quad (11)$$

Для j-го шага справедливо рекуррентное соотношение (функциональное уравнение динамического программирования), которое позволяет определить функцию $g_j(z)$ при известной $g_{j-1}(z)$:

$$g_j\left(z\right) = \max_{x_j \in D_j,\ \psi_j\left(x_j\right) \le z}\left[g_{j-1}\left(z - \psi_j\left(x_j\right)\right)*f_j\left(x_j\right)\right]. \quad (12)$$

Кроме того, справедливо выражение для вычисления значения x_j:

$$x_j\left(z\right) = \arg \max_{x_j \in D_j,\ \psi_j\left(x_j\right) \le z}\left[g_{j-1}\left(z - \psi_j\left(x_j\right)\right)*f_j\left(x_j\right)\right].$$

Для крайнего шага n используются зависимости:

$$g_n\left(z\right) = \max_{x_n \in D_n}\left[g_{n-1}\left(z - \psi_n\left(x_n\right)\right)*f_n\left(x_n\right)\right], \quad (13)$$

$$x_n\left(z\right) = \arg \max_{x_n \in D_1}\left[g_{n-1}\left(z - \psi_n\left(x_n\right)\right)*f_n\left(x_n\right)\right]$$

при $\psi_n\left(x_n\right) \le z$.

Поскольку функции $\psi_j\left(x_j\right)$ принимают дискретные значения, то и множество элементов z ($0 \le z \le \Psi_{int}$) является дискретным. Э то позволяет на каждом шаге решать задачи оптимизации путем простого перебора.

Для случая булева программирования сужение множества альтернатив происходит посредством фиксации условий. Если обозначить переменную состояния z на шаге j как $z^{(j)}$, то, исходя из мощности исходного множества альтернатив в 2^n, наряду с последующей фиксацией условия $x_1(z^{(1)})$, x_1 будет определяться выбором свободных переменных $x_2, x_3, \ldots, x_n$ и мощность уже суженного множества будет 2^{n-1}. Последующая фиксация условий $x_1 = x_1(z^{(1)})$ и $x_2 = x_2(z^{(2)})$ является определяющей для суженного множества 2^{n-2} альтернатив и т.д.

Сужение до единственной альтернативы осуществляется только после нахождения всех элементов последовательности

$$x_1 = x_1(z^{(1)}),\ x_2 = x_2(z^{(2)}),\ \ldots,\ x_n = x_n(z^{(n)}) \quad (14)$$

с учетом

$$z^{(j-1)} = z^{(j)} - \psi_j\left(x_j\right),\ j = \overline{2,\ n-1},\ z^{(n)} = \Psi_{int}. \quad (15)$$

Алгоритм метода динамического программирования представлен на рис. 5. Для рассматриваемых в статье задач оптимизации он предпочтительнее алгоритмов методов ветвей и границ за счет существенно меньшего числа прогонов циклов с многотактовыми операциями.

Выводы

В статье представлены результаты анализа существующих комбинаторных алгоритмов решения задач дискретной оптимизации. Показано, что для задач небольшой размерности, выполняемых на коммутационных узлах мультисервисных сетей с булевыми переменными предпочтительнее рассматривать алгоритмы неявного перебора на решетке и на дереве, в других случаях – алгоритмы метода динамического программирования.

Направление дальнейших исследований –проведение аналогичного анализа алгоритмов последовательного сужения множеств альтернатив.

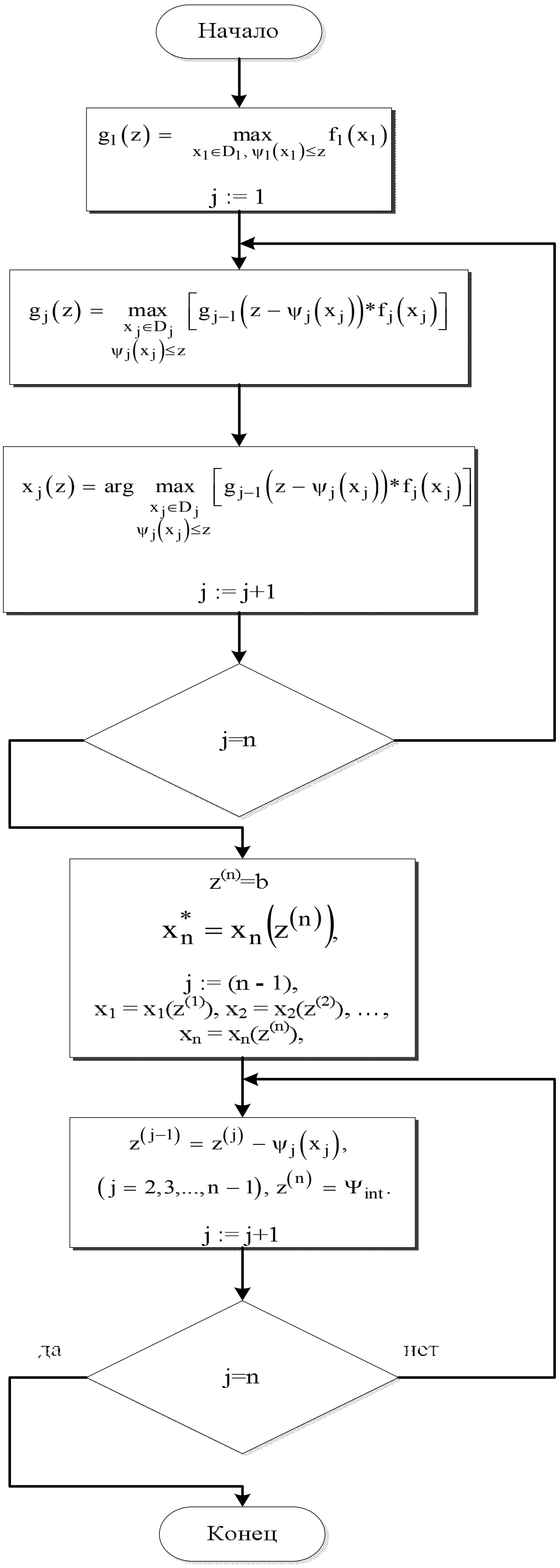

Рис. 5. Алгоритм метода динамического программирования

Список литературы

1. *Коваленко, А.А. Подходы к синтезу информационной структуры системы управления объектом критического применения [Текст] / А.А. Коваленко // Системи обробки інформації: збірник наукових праць. – Х.: ХУ ПС, 2014. – Вип. 1 (117). – С. 180 – 184.*
2. *Коваленко, А.А. Подходы к синтезу технической структуры компьютерной системы, образующей систему управления объектом критического применения [Текст]/ А.А. Коваленко // Збірник наукових праць Харківського університету Повітряних Сил. – Х.: ХУ ПС, 2014. – Вип. 1(38). – С. 116 – 119.*
3. *Коваленко, А.А. Подходы к оптимизации распределения задач управления по компонентам компьютерной системы, образующей систему управления объектом критического применения [Текст] / А.А. Коваленко // Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України: науково-технічний журнал. – 2014. – № 2(15). – С. 158 – 160.*
4. *Кучук, Г.А. Модель процесса эволюции топологической структуры компьютерной сети системы управления объектом критического применения [Текст] / Г.А. Кучук, А.А. Коваленко, А.А. Янковский // Системи обробки інформації: збірник наукових праць. – Х.: ХУ ПС, 2014. – Вип. 7 (123). – С. 93 – 96.*
5. *Кучук, Г.А. Концептуальний підхід до синтезу структури інформаційно-телекомунікаційної мережі [Текст] / Г.А. Кучук, І.В. Рубан, О.П. Давікоза // Системи обробки інформації : збірник наукових праць. – Х.: ХУ ПС, 2013. – Вип. 7 (114). – С. 106 – 112.*
6. *Кучук, Г.А. Синтез стратифікованої інформаційної структури інтеграційної компоненти гетерогенної складової Єдиної АСУ Збройними Силами України [Текст] / Г.А. Кучук, О.П. Давікоза // Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України : науково-технічний журнал. – Х.: ХУ ПС, 2013. – № 3(12). – С. 154-158.*
7. *Олифер, В.Г. Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы [Текст] / В.Г. Олифер, Н.А. Олифер; 4-ое изд. – СПб.: Питер, 2010. – 944 с.*
8. *Кучук, Г.А. Управление ресурсами инфотелекоммуникаций [Текст] / Г.А. Кучук, Р.П. Гахов, А.А. Пашнев. – М.: Физматлит, 2006. – 220 с.*
9. *Кучук, Г.А. Інформаційні технології управління інтегральними потоками даних в інформаційно-телекомунікаційних мережах систем критичного призначення [Текст] / Г.А. Кучук. – Х.: ХУ ПС, 2013. – 264 с.*
10. *Поповский, В.В. Математические основы управления и адаптации в телекоммуникационных системах [Текст] / В.В. Поповский, В.Ф. Олейник. – Х.: ООО "Компания СМИТ", 2011. – 362 с.*
11. *Зайцев, М.Г. Методы оптимизации управления и принятия решений [Текст] / М.Г. Зайцев, С.Е. Варюхин. – М. : ДЕЛО, АНХ, 2008. – 664 с.*

Поступила в редколлегию 6.07.2015

Рецензент: д-р техн. наук, проф. С.Г. Удовенко, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.

ВИБІР КОМБІНАТОРНОГО АЛГОРИТМУ ОПТИМІЗАЦІЇ ПРИ УПРАВЛІННІ ТРАФІКОМ МУЛЬТИСЕРВІСНОЇ МЕРЕЖІ

А.А. Коваленко, Г.А. Кучук, О.О. Можаєв,

Розглянуто комбінаторні алгоритми розв'язання задачі дискретної оптимізації на комутаційних вузлах мультисервісних мереж. Визначено умови для вибору типу алгоритму в залежності від характеру задачі, що розв'язується. Докладно проаналізовано алгоритми неявного перебору на решітці і на дереві, а також и алгоритми методу динамічного програмування.

Ключові слова: *комутаційний вузол, мультисервісна мережа, алгоритм, метод, оптимізація, галуження, трафік.*

SELECTION OF COMBINATORIAL ALGORITHM FOR OPTIMIZATION IN MULTISERVICE NETWORK TRAFIC CONTROL

A.A. Kovalenko, G.A. Kuchuk, A.A. Mozhaev

The combinatorial algorithms for discrete optimization problem solution, applied to switching nodes of multiservice networks, are considered. Conditions for selection of algorithm type, depending on nature of the problem, are determined. Implicit enumeration algorithms on lacing and tree, as well as algorithms of dynamic programming method are analyzed in details.

Keywords: *switching node, multiservice network, algorithm, method, optimization, traffic.*