УДК 519.6

Д.Б. Єльчанінов[1], М.С. Косіло[1], Н.В. Бєлова[2]

[1] *Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», Харків*
[2] *Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків*

ІНТЕРВАЛЬНИЙ АНАЛІЗ МЕХАНІЧНИХ СТРУКТУР НА ОСНОВІ ГЕНЕТИЧНИХ АЛГОРИТМІВ

Розроблено метод автоматизації процесу інтервального аналізу механічних структур на основі технології генетичних алгоритмів. Результатом аналізу є структура зі стабільними параметрами. Показано приклад інтервального аналізу механічної структури, яка описується системою лінійних рівнянь з двома невідомими (підйомний кран). Адаптовано основні поняття теорії генетичних алгоритмів (ген; генотип; популяція; цільова функція; оператори відбору, схрещування, мутації та редукції; критерії зупинення) до вирішення цієї задачі.

Ключові слова: *інтервальний аналіз, механічна структура, стабільні параметри, генетичні алгоритми, система лінійних рівнянь.*

Вступ

Постановка проблеми. При створенні механічних структур особливу увагу звертають на стабільність їх роботи. Проблема забезпечення стабільності пов'язана з важливим науковим завданням визначення сталості рішення, яке дає математична модель механічної структури. Як наслідок, має вирішуватись практичне завдання пошуку певних параметрів механічної структури.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Для вирішення проблеми, що розглядається, вже майже класичними є методи інтервального аналізу [1] та генетичних алгоритмів [2]. Наприклад, еволюційні алгоритми ефективні при визначенні параметрів вантажопідіймального гака [3]. Багато публікацій присвячено використанню інтервального аналізу для поліпшення функціонування генетичних алгоритмів [4 – 7].

Велика кількість математичних моделей механічних структур зводиться до систем лінійних рівнянь. Навіть коли складні структури описуються системами диференційних рівнянь, їх рішення все одно знаходяться чисельними методами, які врешті решт також зводяться до систем лінійних рівнянь. Фактично, це задача стабілізації деяких параметрів механічної системи при зміні інших параметрів [8].

Параметри змінюються у деяких інтервалах. Отже маємо задачу інтервального аналізу, яка може бути вирішена на основі генетичного алгоритму: визначити інтервали змін значень певних параметрів так, щоб значення інших параметрів формували стабільну структуру механічної системи.

Формулювання мети статті. Адаптація основних понять теорії генетичних алгоритмів до інтервального аналізу механічних структур.

Механічні структури з лінійною моделлю

Прикладом механічної структури, формальна модель якої описується системою лінійних рівнянь, є підйомний кран [9, с. 8-9], схема якого подана на рис. 1.

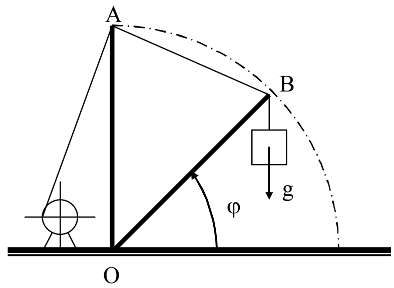

Рис. 1. Схема підйомного крана

Кран складається з нерухливої вежі OA та рухливої стріли OB, яка має шарнір O, утримується тросом AB та може обертатися на кут φ. До стріли підвішений вантаж g. Отже, до вузла B прикладена плоска система збіжних сил: сила тяжіння вантажу, яка задана, та невідомі реакції троса та стріли. Вони утворюють урівноважену систему сил.

У загальному випадку рівняння рівноваги такої плоскої системи збіжних сил (рис. 2) у проекціях на осі координат мають наступний вигляд:

$$\left.\begin{aligned} R_1\cos\alpha_1 + R_2\cos\alpha_2 + P_1\cos\beta_1 = 0 \\ R_1\sin\alpha_1 + R_2\sin\alpha_2 + P_1\sin\beta_1 = 0 \end{aligned}\right\},$$

де P_1 – сила, яка задана; R_1 та R_2 – невідомі реакції зв'язків; α_1, α_2 та β_1 – кути між векторами R_1, R_2, P_1 та віссю x.

Отже, маємо систему двох лінійних рівнянь з двома невідомими, яка у загальному випадку має наступний вигляд:

$$\left.\begin{aligned} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{aligned}\right\},$$

де x та y – невідомі; a_1, a_2, b_1, b_2 – коефіцієнти; c_1 та c_2 – вільні члени.

Множина розв'язків такої системи може:
– бути безліччю;
– мати єдиний елемент;
– бути пустою.

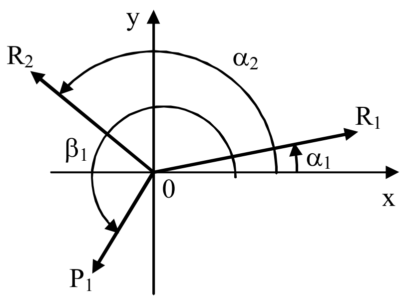

Рис. 2. Система збіжних сил

Розглянемо другий випадок, у якому розв'язок є вектором (x, y), компоненти якого мають вигляд:

$$\left.\begin{aligned} x &= (c_1 b_2 - b_1 c_2)/(a_1 b_2 - b_1 a_2) \\ y &= (a_1 c_2 - c_1 a_2)/(a_1 b_2 - b_1 a_2) \end{aligned}\right\}.$$

У реальному житті точні значення параметрів визначити неможливо: будь-який прилад вимірює їх з деякою погрішністю. Тому інтервальний аналіз не працює зі значенням параметра r, але з інтервалом $[r_{min}, r_{max}]$, що містить r. Формально це позначається через знак рівності: $r = [r_{min}, r_{max}]$.

Отже, якщо

$$a_1 = [a_1^{min}, a_1^{max}],\ a_2 = [a_2^{min}, a_2^{max}],$$

$$b_1 = [b_1^{min}, b_1^{max}],\ b_2 = [b_2^{min}, b_2^{max}],$$

$$c_1 = [c_1^{min}, c_1^{max}],\ c_2 = [c_2^{min}, c_2^{max}],$$

тоді

$$x = \frac{[c_1^{min}, c_1^{max}]\cdot[b_2^{min}, b_2^{max}] - [b_1^{min}, b_1^{max}]\cdot[c_2^{min}, c_2^{max}]}{[a_1^{min}, a_1^{max}]\cdot[b_2^{min}, b_2^{max}] - [b_1^{min}, b_1^{max}]\cdot[a_2^{min}, a_2^{max}]},$$

$$y = \frac{[a_1^{min}, a_1^{max}]\cdot[c_2^{min}, c_2^{max}] - [c_1^{min}, c_1^{max}]\cdot[a_2^{min}, a_2^{max}]}{[a_1^{min}, a_1^{max}]\cdot[b_2^{min}, b_2^{max}] - [b_1^{min}, b_1^{max}]\cdot[a_2^{min}, a_2^{max}]}.$$

Наприклад, якщо

$$a_1 = [0.997, 0.999],\ a_2 = [1.501, 1.503],$$
$$b_1 = [5, 5.003],\ b_2 = [7.501, 7.503],$$
$$c_1 = [17, 17.003],\ c_2 = [25.5, 25.503],$$

тоді

$$x = [-7.735, 7.840] \text{ та } y = [0.963, 13.891].$$

Отже, невеликі зміни параметрів призводять до великих змін у рішенні. Тому відповідна механічна структура буде нестабільною. Стабільні параметри можна знайти за допомогою генетичних алгоритмів.

Адаптація генетичного алгоритму до інтервального аналізу

Розглянемо особливості процесу інтервального аналізу механічної структури із застосуванням генетичних алгоритмів. Нехай необхідно підібрати такі інтервали змін параметрів a_1, a_2, b_1, b_2, c_1 та c_2 системи двох лінійних рівнянь з двома невідомими, що описує деяку механічну структуру, щоб інтервал змін кожного з параметрів x та y був найменшим.

Опис генів. У кожного параметра може бути декілька варіантів інтервалів змін. Наприклад:

$$a_1 = [0.997, 0.999] \text{ або } a_1 = [0.995, 0.997],$$
$$a_2 = [1.501, 1.503] \text{ або } a_2 = [1.503, 1.505],$$
$$b_1 = [5, 5.003] \text{ або } b_1 = [5.003, 5.005],$$
$$b_2 = [7.501, 7.503] \text{ або } b_2 = [7.503, 7.505],$$
$$c_1 = [17, 17.003] \text{ або } c_1 = [17.003, 17.005],$$
$$c_2 = [25.5, 25.503] \text{ або } c_2 = [25.503, 25.505].$$

У термінах генетичних алгоритмів варіант інтервалу змін є геном.

Опис генотипів. Може бути декілька варіантів моделі механічної структури, що визначаються інтервалами змін параметрів. У термінах генетичних алгоритмів варіант моделі механічної структури є генотипом. Формально цей генотип можна позначити вектором $(a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2)$. Наприклад:

$$G_1 = ([0.997, 0.999], [1.501, 1.503], [5, 5.003], [7.501, 7.503], [17, 17.003], [25.5, 25.503]);$$
$$G_2 = ([0.995, 0.997], [1.503, 1.505], [5.003, 5.005], [7.503, 7.505], [17.003, 17.005], [25.503, 25.505]).$$

Опис популяції. Варіанти моделі механічної структури утворюють популяцію, яка формально описується множиною генотипів. Наприклад:

$$\text{Population} = \{G_1, G_2\}.$$

Опис цільової функції. Відповідно до мети аналізу – пошук найменших інтервалів змін параметрів x та y – цільова функція матиме такий вигляд:

$$F((a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2)) = (x_{max} - x_{min}, y_{max} - y_{min}).$$

Наприклад:

$$F(G_1) = (7.840 - (-7.735), 13.891 - 0.963) = (15.575, 12.928).$$

Якщо порівнювати два варіанти моделі механічної структури, то серед них кращим є той, який має менші інтервали змін для обох параметрів.

У випадку, якщо варіанти не можна порівняти безпосередньо (наприклад, перший має менший інтервал змін параметра x, а другий – менший інтервал змін параметра y), то треба враховувати, котрий з цих двох параметрів є більш критичним для стабільної роботи даної механічної структури.

Опис оператора відбору. Очевидно, практичну цінність мають стабільніші варіанти реалізації механічної структури. Оскільки у нашому випадку цільова функція є фактично функцією мінімізації, доцільно використовувати метод рангової селекції. Згідно з цим методом оператор відбору порівнює варіанти за допомогою цільової функції і впорядковує їх у порядку зростання її значення, тобто від кращих до гірших. Наприклад, якщо на вхід оператора V відбору подати G_1 та G_2, то він упорядкує їх наступним чином:

$$V(G_1; G_2) = G_2 > G_1,$$

де знак «>» позначає, який генотип є кращим.

Дійсно,

$$F(G_2) = (2.134 - (-0.837), 5.862 - 1.894) = (2.971, 3.968) < (15.575, 12.928) = F(G_1).$$

Якщо є три та більше генотипи, то парним порівнянням можна визначити відношення між ними та упорядкувати їх (строго лінійно або кусочно-лінійно).

Опис оператора схрещування. Поліпшити варіант реалізації механічної структури можна за рахунок обміну інтервалами з іншим варіантом реалізації. Формально цей процес забезпечує оператор схрещування S, який виконує обмін генами між генотипами. У даному випадку доцільно використовувати одноточкове схрещування (рис. 3):

$$\left(a_1^1,a_2^1,b_1^1,|b_2^1,c_1^1,c_2^1\right) \quad S \quad \left(a_1^1,a_2^1,b_1^1,|b_2^2,c_1^2,c_2^2\right)$$

$$\Rightarrow$$

$$\left(a_1^2,a_2^2,b_1^2,|b_2^2,c_1^2,c_2^2\right) \qquad \left(a_1^2,a_2^2,b_1^2,|b_2^1,c_1^1,c_2^1\right)$$

Рис. 3. Одноточкове схрещування

Наприклад, якщо на вхід оператора S подати генотипи G_1 та G_2, то він змінить їх на:

G_3 = ([0.997, 0.999], [1.501, 1.503], [5, 5.003], [7.503, 7.505], [17.003, 17.005], [25.503, 25.505]);

G_4 = ([0.995, 0.997], [1.503, 1.505], [5.003, 5.005], [7.501, 7.503], [17, 17.003], [25.5, 25.503]).

У термінах генетичних алгоритмів G_1 та G_2 є «Батьками», а G_3 та G_4 – «Нащадками».

Опис оператора мутації. Поліпшити варіант реалізації механічної структури можна за рахунок зміни інтервалу. Формально це забезпечує оператор мутації, який виконує заміну гена у генотипі. Зі всієї популяції випадковим чином вибирається до 5% генотипів. Після цього у кожному генотипі випадково вибирається ген, значення якого міняється на інше, випадково вибране з множини допустимих значень (тобто у варіанті реалізації механічної структури інтервал змін значень деякого параметра замінюється на деякий інший інтервал). Наприклад, якщо на вхід оператора M мутації подати G_1, то він може змінить його на

G_5 = ([0.997, 0.999], [1.503, 1.505], [5, 5.003], [7.501, 7.503], [17, 17.003], [25.5, 25.503]).

У результаті дії оператора мутації генотип може як погіршитись, так і покращитись (наприклад, якщо би мутація відбувалась у протилежному напряму).

Опис оператора редукції. Найгірші варіанти реалізації механічної структури повинні бути виключені з розгляду. Формально це забезпечує оператор редукції, який видаляє найслабкіші генотипи з популяції, що зросла у результаті поповнення нащадками (деякі з генотипів, можливо, пройшли через мутацію). Наприклад, якщо на вхід оператора R редукції подати генотипи G_2, G_3, G_4 та G_5 (G_1, що пройшов через мутацію), то оператор редукції зменшить популяцію наступним чином:

$$R(\{G_2, G_3, G_4, G_5\}) = \{G_2, G_4\}.$$

Дійсно,

$$F(G_3) = (3.731 – (–14.327), 17.591 – 1.076) = (18.058, 16.515);$$

$$F(G_4) = (3.216 – 0.043, 5.561 – 1.803) = (3.173, 3.758);$$

$$F(G_5) = (3.820 – (–3.769), 8.512 – 1.440) = (7.589, 7.072).$$

Отже, G_3 та G_5 видалені як найнестабільніші.

Видаляється стільки найгірших варіантів реалізації, скільки було створено нащадків в результаті схрещування для збереження постійного розміру популяції.

Опис критерію зупинення. Після виконання оператора редукції генетичний алгоритм можна запускати спочатку для пошуку більш кращих варіантів реалізації механічної структури. Теоретично, це може тривати нескінченно.

Одним з критеріїв зупинення роботи генетичного алгоритму може бути поява генотипу, що відповідає варіанту реалізації з певними розмірами інтервалів змін параметрів. Але, якщо такого варіанта не існує, то алгоритм ніколи не зупиниться. Іншим критерієм може бути поява генотипу, що відрізняється від бажаного результату з певною похибкою. Але якщо таких генотипів не існує, то алгоритм не зупиниться. Критерієм, що гарантує зупинення роботи генетичного алгоритму є заздалегідь задана кількість циклів, при досягненні якої він припиняє свою роботу.

Приклад процесу інтервального аналізу механічної структури. Розглянемо підйомний кран (рис. 1). При заданих значеннях кута φ нахилу стріли та сили g тяжіння вантажу невідомі реакції R_1 троса та R_2 стріли можна визначити з рівняння рівноваги плоскої системи збіжних сил [9, с. 9]:

$$\left.\begin{aligned} R_1 &= g\cos\varphi \big/ \cos\left(45^\circ - \varphi/2\right) \\ R_2 &= -g \end{aligned}\right\}.$$

Нехай кут φ може мати значення з інтервалів [29.9, 30.1], [44.9, 45.1], [59.9, 60.1] та [74.9, 75.1], а сила g (у кілоньютонах) – з інтервалів [29.9, 30.1], [39.8, 40.2], [49.7, 50.3] та [59.6, 60.4].

Треба визначити сполучення інтервалів значень кута φ та сили g, при яких інтервали значень реакцій R_1 троса та R_2 стріли будуть якомога меншими.

При φ = [44.9, 45.1] та g = [59.6, 60.4] маємо:

$$R_1 = [59.6, 60.4] \times [\cos(45.1), \cos(44.9)] / [\cos(22.55), \cos(22.45)] = [59.6, 60.4] \times [0.705871, 0.708339] / [0.923545, 0.924213] = [42.069945, 42.783726] / [0.923545, 0.924213] = [45.519744, 46.325534];$$

$$R_2 = [– 60.4, – 59.6].$$

Отже, довжина інтервалу змін параметра R_1 дорівнює 46.325534 – 45.519744 = 0.80579, а параметра R_2 : – 59.6 – (– 60.4) = 0.8.

Вирішити задачу мінімізації довжин інтервалів параметрів R_1 та R_2 можна засобами генетичних алгоритмів, де:

– множина генів – дані інтервали змін значень кута φ та сили g;

– множина генотипів – вектори генів (φ, g);

– цільова функція – вектор довжин інтервалів параметрів R_1 та R_2:

$$F\left((\varphi,g)\right) = \left(R_1^{max} - R_1^{min}, R_2^{max} - R_2^{min}\right).$$

Нехай начальна популяція, що складається з випадковим чином створеної множини G генотипів G_1, G_2, G_3 та G_4, які мають інтервали змін значень параметрів кута φ та сили g, а також значення F цільової функції, подана у табл. 1.

Таблиця 1

Начальна популяція

G	φ	g	F
G_1	[29.9, 30.1]	[49.7, 50.3]	(0.75, 0.6)
G_2	[44.9, 45.1]	[59.6, 60.4]	(0.80, 0.8)
G_3	[59.9, 60.1]	[29.9, 30.1]	(0.20, 0.2)
G_4	[74.9, 75.1]	[39.8, 40.2]	(0.24, 0.4)

Отже, генотипи від кращого до гіршого можна упорядкувати наступним чином:

$$G_3 > G_4 > G_1 > G_2.$$

Якщо обрати для схрещування пари (G_1, G_2) та (G_3, G_4), тоді їх нащадки (G_5, G_6) та (G_7, G_8) будуть мати таки параметри, як у табл. 2.

Таблиця 2

Нащадки генотипів з начальної популяції

G	φ	g	F
G_5	[29.9, 30.1]	[59.6, 60.4]	(0.98, 0.8)
G_6	[44.9, 45.1]	[49.7, 50.3]	(0.62, 0.6)
G_7	[59.9, 60.1]	[39.8, 40.2]	(0.34, 0.4)
G_8	[74.9, 75.1]	[29.9, 30.1]	(0.15, 0.2)

Отже, батьки та нащадки можна упорядкувати наступним чином:

$$G_8 > G_3 > G_4 > G_7 > G_6 > G_1 > G_2 > G_5.$$

Після видалення половини гірших генотипів популяція матиме такий вигляд, як у табл. 3.

Таким чином, вже на першому кроці роботи генетичного алгоритму вдалось знайти параметри більш стабільної механічної структури (G_8).

Таблиця 3

Популяція після першої ітерації

G	φ	g	F
G_8	[74.9, 75.1]	[29.9, 30.1]	(0.15, 0.2)
G_3	[59.9, 60.1]	[29.9, 30.1]	(0.20, 0.2)
G_4	[74.9, 75.1]	[39.8, 40.2]	(0.24, 0.4)
G_7	[59.9, 60.1]	[39.8, 40.2]	(0.34, 0.4)

Висновки

Ефект впровадження методів та технологій генетичних алгоритмів в практику інтервального аналізу істотно залежить від математичної моделі механічної структури.

Перспективи подальших розвідок полягають у дослідженні особливості реалізації запропонованих методів у математичних пакетах (MathCAD та ін.).

Список літератури

1. *Applied Interval Analysis: With Examples in Parameter and State Estimation, Robust Control and Robotics / L. Jaulin, M. Kieffer, O. Didrit, E. Walter. – London: Springer-Verlag, 2001. – 379 p.*
2. *Genetic Algorithms for Applied CAD Problems / V.M. Kureichik, S.P. Malioukov, V.V. Kureichik, A.S. Malioukov. – Berlin: Springer, 2009. – 256 p.*
3. *Nasuf A. Grammatical evolution of shape and its application to structural shape optimization / A. Nasuf, A. Bhaskar, A.J. Keane // Structural and Multidisciplinary Optimization. – 2013. – Vol. 48, Issue 1. – P. 187-199.*
4. *Preventing Premature Convergence and Proving the Optimality in Evolutionary Algorithms / Ch. Vanaret, J.-B. Gotteland, N. Durand, J.-M. Alliot // Artificial Evolution: 11th International Conference, Evolution Artificiele, EA 2013, Bordeaux, France, October 21-23, 2013. Revised Selected Papers. – Springer International Publishing Switzerland, 2014. – P. 29-40.*
5. *Панов Н.В. Интервальный эволюционный алгоритм поиска глобального оптимума / Н.В. Панов, С.П. Шарый // Известия Алтайского государственного университета. – 2011. – Вып. 1(69). – С. 108-113.*
6. *Xiaowei Zhang. A New Interval-Genetic Algorithm / Xiaowei Zhang, Sanyang Liu // Third International Conference on Natural Computation, 2007. ICNC 2007, Haikou, 24-27 Aug. 2007. – IEEE, 2007. – P. 193-197.*
7. *Sotiropoulos D.G. A new hybrid genetic algorithm for global optimization / D.G. Sotiropoulos, E.C. Stavropoulos, M.N. Vrahatis // Nonlinear Analysis, Theory, Methods & Applications. – 1997. – Vol. 30, No. 7. – P. 4529-4538.*
8. *Sharyj S.P. Algebraic approach to the analysis of linear static systems with interval uncertainty / S.P. Sharyj // Известия РАН. Теория и системы управления. – 1997. – №3. – С. 51-61.*
9. *Будин Е.М. Сборник задач по теоретической механике, решаемых с применением ЭВМ / Е.М. Будин, И.Ф. Будина. – СПб.: Политехника, 2003. – 226 с.*

Надійшла до редколегії 4.05.2015

Рецензент: д-р техн. наук, проф. І.В. Рубан, Харківський університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, Харків.

ИНТЕРВАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЧЕСКИХ СТРУКТУР НА ОСНОВЕ ГЕНЕТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ

Д.Б. Ельчанинов, Н.С. Косило, Н.В. Белова

Разработан метод автоматизации процесса интервального анализа механических структур на основе технологии генетических алгоритмов. Результатом анализа является структура со стабильными параметрами. Показан пример интервального анализа механической структуры, которая описывается системой линейных уравнений с двумя неизвестными (подъемный кран). Адаптированы основные понятия теории генетических алгоритмов (ген; генотип; популяция; целевая функция; операторы отбора, скрещивания, мутации и редукции; критерии останова) к решению этой задачи.

Ключевые слова: *интервальный анализ, механическая структура, стабильные параметры, генетические алгоритмы, система линейных уравнений.*

INTERVAL ANALYSIS OF MECHANICAL STRUCTURES BASED ON GENETIC ALGORITHMS

D.B. Yelchaninov, N.S. Kosilo, N.V. Belova

The method of automation of process of interval analysis of mechanical structures based on technology of genetic algorithms is developed. The result of analysis is the structure with stable parameters. The example of interval analysis of the mechanical structure which is described by the system of linear equations with two unknowns (the crane) is shown. The basic concepts of the genetic algorithms theory (a gene; genotype; population; target function; operators of selection, transposition, mutation and reduction; criteria of break) are adapted to solution of the problem.

Keywords: *interval analysis, mechanical structure, stable parameters, genetic algorithms, system of linear equations.*