

УДК 629.429.3:621.313

Б.Х. Єрціян, Б.Г. Любарський, Д.І. Якунін

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», Харків

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПНЕВМАТИЧНОЇ ЧАСТИНИ КОМБІНОВАНОГО ПНЕВМАТИЧНОГО ТА ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНОГО ПРИВОДУ НАХИЛУ КУЗОВА ТРАНСПОРТНОГО ЗАСОБУ

*В науковій статті розглядається актуальна проблема створення транспортного засобу з комбінованим пневматичним та електромеханічним приводом на основі лінійного двигуна для нахилу кузова, що дозволяє істотно підвищити швидкість руху на кривих ділянках. Вона складається з диференціальних рівнянь зміни тиску у пневморесорі та руху верхньої її частини для пневматичних ресор діафрагмового типу. Визначено функцію масової витрати повітря для нахилу кузова, що базується на обчисленні термодинамічних функцій розходу.*

**Ключові слова:** комбінований привод, пневморесора, тиск у пневморесорі, імітаційна модель.

### Вступ

**Постановка проблеми.** Вельми важливими критеріями ефективності роботи транспортного засобу є швидкість та пропускна здатність. На залізницях передових в технічному відношенні країн їх вдалося істотно підвищити, запровадивши високошвидкісний електричний транспорт [1 – 5].

Доцільне застосування транспортних засобів з кузовами, що нахилиються, на існуючих ділянках транспортних магістралей, що містять велику кількість кривих (залізниці, аеродроми та інше). В даний час такі приводи застосовуються на електропоїздах, що експлуатуються в багатьох країнах світу, включаючи Австралію, Німеччину, Іспанію, Італію, Канаду, Китай, Норвегію, Португалію, Словенію, США, Фінляндію, Францію, Швейцарію, Швецію та Японію.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Підвищення швидкості руху можна здійснити двома основними шляхами. По-перше, можна відмовитися від використання кривих порівняно малого радіусу. По-друге, можна залишити в експлуатації існуючу мережу залізниць, вживши заходів по зміні конструкції рухомого складу, що дозволяють підвищити швидкість проходження кривих за рахунок впровадження систем нахилу кузовів [6]. Такий шлях є менш витратним, оскільки вводити новий рухомий склад можна поступово, витісняючи існуючий у міру його фізичного та морального зносу. [1, 4, 5].

У роботі [1, 2, 7, 8] запропонована конструктивна схема комбінованого приводу нахилу кузова транспортного засобу для застосування на електропоїзді.

Для визначення робочих властивостей запропонованої системи необхідно розробити математичну модель такої системи нахилу кузова. Вона складається з трьох основних блоків, що описують механічну частину системи нахилу кузова, систему

електромеханічного перетворення енергії, а також пневматичне підвищення, що працює в режимі нахилу кузова.

**Метою даної статті** є розробка математичної моделі пневматичної частини комбінованої пневматичної та електромеханічної системи нахилу кузова транспортного засобу.

### Виклад основного матеріалу досліджень

Робота кожної з пневморесор описується рівняннями, приведеними і апробованими в [9].

У [9 – 11] пропонується метод визначення часу наповнення циліндра підйомника стисненим повітрям при наступних допущеннях (такі ж прийняті й в наших дослідженнях процесу наповнення пневморесори).

1. Маса на пневморесорі переміщується на початковому етапі руху рівноприскорено, потім рівномірно, а на кінцевому етапі – равноуповільнено.

2. Температура стисненого повітря залишається незмінною і однаковою в пневморесорі, трубопроводі та ресивері компресора.

3. Величина маси на пневморесорі не вимірюється.

4. Теплообмін з довкіллям і витоки стисненого повітря відсутні.

5. Показник політропи залишається постійним.

6. Сили тертя відсутні.

При цих допущеннях систему рівнянь, що описує процес підйому частини маси кузова пневморесорою при поданні в неї стисненого повітря, можна представити в наступному вигляді.

Рух верхньої частини пневморесори можна записати вираженням за [10, 11]:

$$m\ddot{x} = (p - p_a)F_e - P - k_n x - c\dot{x}, \quad (1)$$

де  $m$  – маса, що припадає на пневморесору;  $x$  – хід (переміщення верхнього днища) пневморесори;  $p$  –

тиск у порожнині;  $p_a$  – атмосферний тиск;  $F_e$  – ефективна площа пневморесори;  $P$  – результуюча усіх сил, що здійснюють тиск на пневморесору;  $k_n$  – коефіцієнт жорсткості пневморесори,  $c$  – коефіцієнт демпфування.

Згідно [9] для пневморесор діафрагмового типу, ефективна площа при даних переміщеннях вважається постійною. Тому за [10, 11] жорсткість пневморесори можна визначити по:

$$k_n = \frac{n p F_e^2}{V_{start} + x \Delta V},$$

де  $n$  – показник політропи;  $V_{start}$  – об'єм пневмосистеми при початковому ході пневморесори, який складається з об'єму додаткового резервуару  $V_{др}$ , об'єму трубопроводу  $V_{тп}$ , і початкового об'єму пневморесори  $V_{нач}$ ,  $\Delta V$  – зміна об'єму пневморесори.

Коефіцієнт демпфування за [10, 11]:

$$c = \frac{0,126 F_e^2 g p}{f_s^3 R T_m},$$

де  $g$  – прискорення вільного падіння,  $f_s$  – площа прохідного перерізу дросельного отвору;  $R = 287$  Дж/кг·К,  $T_m$  – газова постійна і абсолютна температура повітря.

Зміна тиску в пневморесорі описується рівнянням [9]:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{k \mu f K p_m \sqrt{R T_m}}{F_e (x_0 + x)} \varphi(\sigma) - \frac{k p}{(x_0 + x)} v, \quad (2)$$

де  $t$  – час;  $k = 1,4$  – показник адіабати;  $\mu$  – коефіцієнт витрати,  $f$  – площа вхідного отвору;  $K = \sqrt{\frac{2k}{k-1}}$ ;

$p_m$  – тиск у магістралі;  $T_m$  – температура повітря у магістралі,  $T_m = 290$  К;  $F_e$  – ефективна площа пневморесори;  $x_0$  – початкова координата,  $x_0 = V_0/F$ ;  $F$  – площа порожнини;  $V_0$  – початковий об'єм робочої порожнини;  $\varphi(\sigma)$  – функція витрати повітря (витратна функція);  $v$  – швидкість переміщення пневморесори.

Функція витрати повітря  $\varphi(\sigma)$  по [12, 13] є законом зміни масової витрати повітря через пневмоопір залежно від зміни безрозмірного тиску  $\sigma$ . Велика складність термодинамічних процесів у пристроях пневмоприводів є причиною того, що досі теоретично не отримана газодинамічна функція витрати для реальних пневмоопорів. Тому в динамічних розрахунках вимушені користуватися різними спрощеними емпіричними і напів-емпіричними залежностями, або ж витратними функціями, отриманими для геометричного сопла з рядом довільних допущень. Невідповідність використовуваних функцій дійсним процесам компенсується поправочним коефіцієнтом витрати  $\mu$ , який визначається експериментальним шляхом для кожного конкретного пневмоопору.

Згідно з формулою Сен-Венана і Ванцеля [12, 13], отриманою для адіабатичної течії газу через геометричне сопло (рис. 1), функція витрати  $\varphi(\sigma)$  для докритичного режиму течії ( $\sigma > 0,528$ ):

$$\varphi(\sigma) = \sqrt{\frac{2}{k-1} \frac{\sigma^{\frac{k+1}{k}}}{2(\sigma^k - \sigma^{\frac{k+1}{k}})}}, \quad (3)$$

де  $\sigma$  – безрозмірний тиск,

$\sigma = p_1/p_0$ ,  $p_1$  – тиск у порожнині за дроселем, в яку надходить повітря, Н/м<sup>2</sup>;  $p_0$  – тиск в резервуарі перед дроселем, звідки виходить повітря. Надалі під  $p_0$  мається на увазі тиск у магістралі  $p_m$ .

Для надкритичного режиму ( $\sigma \leq 0,528$ ) ця функція перетвориться:

$$\varphi(\sigma_{кр}) = 0,2588 \sqrt{\frac{2}{k-1}} = 0,579.$$

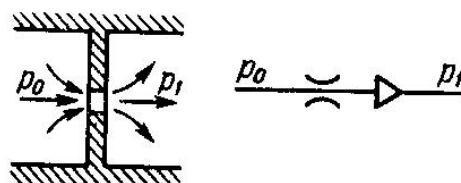


Рис. 1. Схема дроселя у вигляді отвору в тонкій стінці і його графічне позначення

У практиці [12, 13] часто використовується простіша функція витрати виду:

для докритичного режиму течії ( $\sigma > 0,5$ ):

$$\varphi(\sigma) = \sqrt{\frac{2}{k} \sigma (1 - \sigma)} \quad (4)$$

для надкритичного режиму ( $\sigma \leq 0,5$ ):

$$\varphi(\sigma_{кр}) = 0 \sqrt{\frac{1}{2k}} = 0,598.$$

Функція (4) зручніша в практичних розрахунках, ніж функція (3), проте і вона припускає обов'язкову наявність двох режимів течії: надкритичного при  $\sigma \leq 0,5$  і докритичного при  $\sigma > 0,5$ . Передбачувана наявність вказаних режимів течії і, отже, використання в розрахунках двох видів функції витрати значно ускладнює математичну модель і процедуру розрахунку, особливо для складних систем, оскільки число рівнянь в математичній моделі ланцюга росте по геометричній прогресії від зростання числа Деланок, з яких складається ланцюг.

Для визначення витрати повітря, необхідного для роботи пневморесори, визначимо його за методикою приведеною в [13, 14].

Для розрахунку витрати у разі теплоізоляваного (адіабатичного) потоку використовують формулу Сен-Венана і Ванцеля.

Залежність для розрахунку масової витрати  $G$  має такий вигляд:

$$G = \mu f p_M \sqrt{\frac{2k}{(k-1)RT_M} \left( \sigma^{\frac{2}{k}} - \sigma^{\frac{k+1}{k}} \right)}. \quad (5)$$

Під коефіцієнтом витрати  $\mu$  в термодинаміці звичайно розуміють добуток коефіцієнта швидкості, що враховує втрати на тертя, і коефіцієнта стискування, що враховує зменшення поперечного перерізу струменя при витіканні.

Проте на практиці під коефіцієнтом витрати розуміють відношення дійсної витрати при витіканні до теоретичного.

Таким чином, за допомогою коефіцієнта витрати враховуються багато чинників, що не завжди піддаються точному розрахунку.

Якщо побудувати графік зміни витрати від величини відносного тиску, то він матиме вигляд, представлений рис. 2.

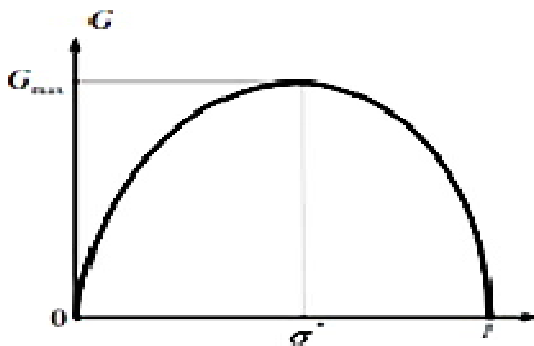


Рис. 2. Теоретичний графік зміни витрати повітря  $G(\sigma)$

З отриманого графіку виходить, що зменшення тиску газу  $p$  на виході від максимального значення  $p_0$  до деякої величини  $p^*$ , тобто зменшення відносного тиску  $\sigma$  від 1 до значення  $\sigma^*$ , призводить спочатку до збільшення масової витрати  $G$ .

У точці  $\sigma^*$  витрата досягає максимального значення  $G_{\max}$ .

При подальшому зменшенні тиску на виході витрата почне зменшуватися.

Проте зменшення витрати при збільшенні перепаду тисків, звичайно, не відповідає ані здоровому сенсу, ані експериментальним даним.

Експериментальні дослідження показують, що зменшення тиску на виході призводить до збільшення масової витрати до визначеної величини. Ця величина обмежена швидкістю течії газу, яка не може перевищувати в звичайних умовах швидкості звуку (особливі режими надзвукового витікання газу за рахунок спеціальних пристосувань ми не розглядаємо, оскільки такі режими не характерні для промислових систем).

При подальшому зменшенні тиску на виході масова витрата газу не змінюється і залишається рівною своєму максимальному значенню  $G_{\max}$ .

Запишемо рівняння (5) таким чином:

$$G = \mu f p_M \sqrt{\frac{2k}{(k-1)RT_M} \left( \sigma^{\frac{2}{k}} - \sigma^{\frac{k+1}{k}} \right)} = \mu f p_M \sqrt{\frac{2k}{(k-1)RT_M}} \varphi(\sigma), \quad (6)$$

де

$$\varphi(\sigma) = \sigma^{\frac{2}{k}} - \sigma^{\frac{k+1}{k}} \quad (7)$$

Вираз (7) називають витратною функцією.

Як видно з рівняння (6), характер графіку зміни витрати на рис. 2 повністю визначається витратною функцією  $\varphi(\sigma)$  (7).

Знайдемо максимальне значення витратної функції  $\varphi(\sigma)$ . Для цього визначимо величину відносного тиску  $\sigma^*$ , при якому функція  $\varphi(\sigma)$  набуває максимального значення.

Величину  $\sigma^*$  знайдемо з умови визначення екстремуму функції:

$$\frac{d\varphi(\sigma)}{d\sigma} = 0.$$

Диференціюючи (7), отримаємо:

$$\frac{d\varphi(\sigma)}{d\sigma} = \frac{\frac{2}{k} \sigma^{\frac{2-k}{k}} - \frac{k+1}{k} \sigma^{\frac{1}{k}}}{2 \sqrt{\left( \sigma^{\frac{2}{k}} - \sigma^{\frac{k+1}{k}} \right)}} = 0.$$

Звідки слідує:

$$\frac{2}{k} \sigma^{\frac{2-k}{k}} - \frac{k+1}{k} \sigma^{\frac{1}{k}} = 0.$$

Після нескладних перетворень знайдемо величину  $\sigma^*$ :

$$\sigma^* = \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}.$$

Підставляючи значення показника адіабати для повітря  $k = 1,4$ , остаточно отримуємо  $\sigma^* = 0,528$ .

Знайдемо максимальне значення витратної функції  $\varphi(\sigma^*)$ . Підставляючи  $\sigma^* = 0,528$  в рівняння (7), отримуємо:

$$\begin{aligned} \varphi(\sigma^*) &= \sqrt{\left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{2}{k-1}} - \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}} = \\ &= \sqrt{\left( \frac{k-1}{k+1} \right) \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{2}{k-1}}}. \end{aligned} \quad (8)$$

Для повітря максимальне значення витратної функції  $\varphi(\sigma^*) = 0,259$ .

Отже, реальну витратну функцію  $\varphi(\sigma)$  слід обчислювати таким чином:

$$\varphi(\sigma) = \begin{cases} 0,259, \text{ якщо } \sigma \leq 0,528; \\ \sqrt{\frac{2}{\sigma^k - \sigma^{\frac{k+1}{k}}}}, \text{ якщо } \sigma > 0,528. \end{cases} \quad (9)$$

Таким чином, графік зміни витратної функції матиме вигляд, представлений на рис. 3 (зображений суцільною лінією).

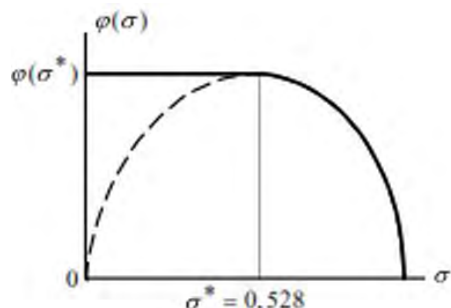


Рис. 3. Графік зміни витратної функції  $\varphi(\sigma)$  при адіабатичній течії газу

Процес течії газу при  $\sigma > 0,528$  називають докритичним (підкритичним). Якщо  $\sigma \leq 0,528$ , то процес називають закритичним (надкритичним).

Знайдемо максимальну величину витрати. Підставляючи (8) в рівняння (6), отримаємо:

$$G_{\max} = \mu f p_M \sqrt{\frac{k}{RT_M} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}}$$

Отже, рівняння для обчислення масової витрати газу при адіабатичній течії можемо записати у вигляді наступної системи рівнянь :

$$\left. \begin{aligned} G &= \mu f p_M \sqrt{\frac{2k}{(k-1)RT_M}} \varphi(\sigma), \\ \varphi(\sigma) &= \begin{cases} 0,259, \text{ якщо } \sigma \leq 0,528; \\ \sqrt{\frac{2}{\sigma^k - \sigma^{\frac{k+1}{k}}}}, \text{ якщо } \sigma > 0,528 \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Ці ж рівняння для обчислення масової витрати газу можна записати по-іншому:

$$G = \begin{cases} \mu f p_M \sqrt{\frac{k}{RT_M} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}}, & \text{якщо } \sigma \leq 0,528; \\ \mu f p_M \sqrt{\frac{2k}{(k-1)RT_M}} \sqrt{\left(\frac{2}{\sigma^k - \sigma^{\frac{k+1}{k}}}\right)}, & \text{якщо } \sigma > 0,528 \end{cases} \quad (11)$$

Для визначення вагової витрати повітря за час роботи пневмоприводу необхідно проінтегрувати вираз (11):

$$\sum G = \int G dt.$$

Обсяг стисненого повітря  $V_n$ , який повинен забезпечити компресор, визначають за виразом:

$$V_n = \frac{\sum G p_M}{RT_M}.$$

Час, необхідний для вироблення стислого повітря компресором  $T_k$ , можна визначити за виразом:

$$T_k = \frac{V_n}{M},$$

де  $M$  – продуктивність компресора.

Витрату електричної енергії компресором  $Q_k$  визначають за виразом:

$$Q_k = T_k P_k,$$

де  $P_k$  – потужність компресора.

Ефективна площа пневморесори (рис. 4) по [2] визначається із виразу:

$$P = \frac{\pi}{4} D^2 p + q \pi D \sin \alpha = p \left( \frac{\pi}{4} D^2 + \frac{q}{p} \pi D \sin \alpha \right).$$

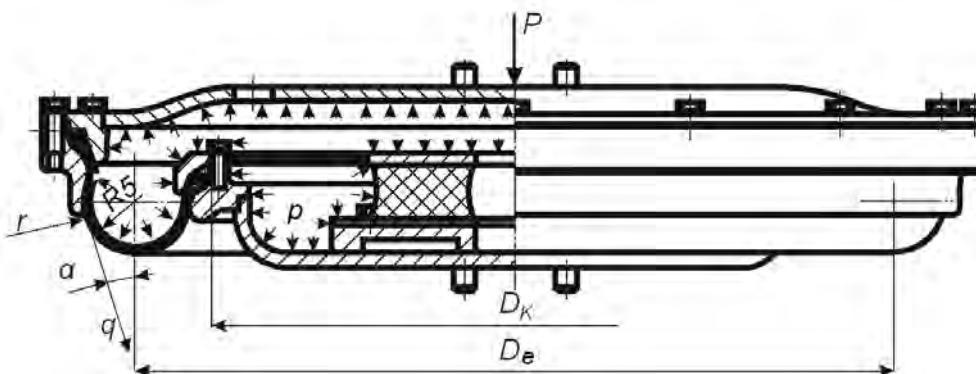


Рис. 4. Ескіз пневморесори вторинного ступеня ресорного підвішування

Вирази в дужках прийнято називати ефективною площею, яка визначає вантажопідйомність оболонки, тобто

$$F_e = \frac{\pi}{4} D_e^2 + \frac{q}{p} \pi D_e \sin \alpha.$$

Тут  $D_e$  – діаметр, обмежений точками перегину звисаючої частини оболонки,  $\alpha$  – кут між загальною дотичною до оболонок і фланця і вертикаллю.

Сумарна система пневматичної частини приводу представляє собою:

$$\frac{dv}{dt} = \left[ \frac{(p_2 - p_\alpha) \cdot F_e - P - \frac{n \cdot p \cdot F_e^2}{V_{start} + x_2 \cdot \Delta V} x - \frac{0,126 \cdot F_e^2 \cdot g \cdot p}{f_s^3 \cdot R \cdot T_M} v^2}{m} \right],$$

$$\frac{dp}{dt} = \frac{k \cdot \mu \cdot f \cdot K_{PM} \sqrt{R \cdot T_M}}{F_1 \cdot (x_0 + x)} \cdot \varphi(\sigma) - \frac{k \cdot p}{(x_0 + x)} \cdot v,$$

$$\frac{dx}{dt} = v. \quad (12)$$

## Висновки

Запропоновано математичну модель комбінованого приводу нахилу кузова транспортного засобу, що включає в себе модель механічної, пневматичної та електромеханічної систем.

У роботі створена математична модель пневматичної системи що складається з диференціальних рівнянь зміни тиску у пневморесорі та руху верхньої її частини. Визначено функції масової витрати повітря для нахилу кузова, що базується на обчислюванні термодинамічних функцій розходу.

## Список літератури

1. Якунин Д.И. Электромеханическая система привода с линейным двигателем для наклона кузовов скоростного подвижного состава: дис. ... канд. техн. наук / Якунин Д.И. – Х., 2010. – 202 с.
2. Любарський Б.Г. Теоретичні основи для вибору та оцінки перспективних систем електромеханічного перетворення енергії електрорухомого складу: дис. ... докт. техн. наук: 05.22.09. – «Електротранспорт» / Любарський Б.Г. – Х.: Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», 2014. – 368 с.
3. Корниенко В.В. Высокоскоростной электрический транспорт. Мировой опыт / В.В. Корниенко, В.И. Омеляненко. – Х.: НТУ «ХПИ», 2007. – 159 с.
4. Омеляненко В.И. Поезда с наклоняемыми кузовами для скоростного пассажирского движения / В.И. Омеляненко, Г.В. Кривякин, Д.И. Якунин, Е.С. Редченко // Локомотив-информ. – Х.: Техностандарт, 2008. – №5. – С. 12-17.

5. Развитие технологии наклона кузовов вагонов // Железные дороги мира, 2001. – №11. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа до журн.: <http://css-rzd.ru/zdm/11-2001/01185-1.htm>.

6. Якунин Д.И. Влияние наклона кузова вагона при движении по кривым участкам пути на взаимодействие колес с рельсами / Д.И. Якунин, Ю.В. Макаренко, Маслиев // Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту ім. акад. В. Лазаряна. – Дніпропетр.: ДНУЗТ ім. акад. В. Лазаряна, 2009. – С. 248-251.

7. Єриця Б.Х. Лінійний двигун для комбінованої електропневматичної системи нахилу кузова швидкісного електрорухомого складу / Б.Х. Єриця, Д.І. Якунін // Тези конференції Microcad. – Х., 2014.

8. Єриця Б.Х. Развитие имитационного моделирования механизма наклона кузова с линейным электромеханическим преобразователем / Б.Х. Єриця, Д.И. Якунин // Вісник Національного технічного університету «ХПИ». – Х.: НТУ «ХПИ», 2010. – С. 92-97.

9. Макаренко Ю.В. Усовершенствование пневматического рессорного подвешивания электропоезда путем применения регулятора положения кузова на основе механотроники: дис. ... канд. техн. наук / Макаренко Ю.В. – Х., 2014. – 170 с.

10. Berg M. Modelling of springs and dampers for dynamic analysis of rail vehicles - a pilot study / M. Berg. – KTH, Stockholm 1994, ISRN KTH/FKT/FR- 94/51-SE.

11. Berg M. A three-dimensional airspring model with friction and orifice damping / M. Berg // 16th IAVSD Symposium, The Dynamics of Vehicles on Roads and on Tracks. Pretoria, August 30 to September 3, 1999.

12. Метлюк Н.Ф. Динамика пневматических и гидравлических приводов автомобилей / Н.Ф. Метлюк, В.П. Автушко. – М.: Машиностроение, 1980. – 232 с.

13. Герц Е.В. Динамика пневматических приводов машин-автоматов / Е.В. Герц, Г.В. Крейнин. – М.: Машиностроение, 1964.

14. Goodall R. M. Active railway suspensions: Implementation status and technological trends / R. Goodall // Vehicle System Dynamics. – 1997. – Vol. 28. – P. 87-117.

Надійшла до редколегії 28.08.2015

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.Т. Доманський, Національний технічний університет «ХПИ», Харків.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПНЕВМАТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КОМБИНИРОВАННОГО ПНЕВМАТИЧЕСКОГО И ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОГО ПРИВОДА НАКЛОНА КУЗОВА ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА

Б.Х. Ериця, Б.Г. Любарский, Д.И. Якунин

В научной статье рассматривается актуальная проблема создания транспортного средства с комбинированным пневматическим и электромеханическим приводом на основе линейного двигателя для наклона кузова, что позволяет существенно повысить скорость движения на кривых участках. Она состоит из дифференциальных уравнений изменения давления в пневморессоре и движения верхней ее части для пневматических рессор диафрагменного типа. Определены функции массового расхода воздуха для наклона кузова, которые основаны на вычислении термодинамических функций расхода.

**Ключевые слова:** комбинированный привод, пневморессоры, давление в пневморессоре, имитационная модель.

## THE MATHEMATICAL MODEL OF THE PNEUMATIC AND ELECTRO-PNEUMATIC COMBINED DRIVING TILT OF THE VEHICLE BODY

B.Kh. Yeritsyan, B.G. Liubarskyi, D.I. Yakunin

In the scientific article the actual problem of creating a vehicle with a combined pneumatic and electromechanical drive based on linear motor to tilt the body, which can significantly increase the speed on curved sections. It consists of differential equations in pneumatic pressure changes and movement of the upper part for pneumatic spring diaphragm type. The functions of the air mass flow to tilt the body, based on the calculation of the thermodynamic functions expenditure.

**Keywords:** combination drive, air springs, the pressure in the air springs, simulation model.