

УДК 519.254

Р.П. Мигущенко, О.М. Реброва, М.І. Опришкіна

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», Харків

## ВИКОРИСТАННЯ КУМУЛЯТИВНИХ СТАТИСТИК ДЛЯ ТЕСТОВОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ КОВАРІАЦІЙНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ ВЕЙВЛЕТ-ЗОБРАЖЕНЬ

У статті розглянута задача визначення оптимальної кількості апроксимуючих регресій дисперсійного та коваріаційного аналізів результатів вейвлет-перетворення спектрально-нестационарних вібраційних сигналів при діагностиці стану промислових вібраційних об'єктів шляхом застосування кумулятивних статистик. В статті показано, що інформативними параметрами при аналізі вібрації вузлів промислового об'єкту для проведення контролю та діагностування обрані критеріальні  $F$ -статистики, які отримані при обробці вейвлет-зображення при застосуванні зрізів за масштабом та зсувом. Вибір кількості апроксимуючих прямих для досягнення мінімуму ймовірності похибки діагностики супроводжується визначенням мінімуму числа порушень однорідності вейвлет-коефіцієнтів на обраному числі регресій. В статті доведена ефективність підходів, пов'язаних із застосуванням кумулятивних  $T$ -статистик.

**Ключові слова:** вібродіагностика, вейвлет-аналіз, регресії,  $F$ -статистики,  $T$ -статистики.

### Вступ

**Постановка проблеми.** Для діагностики стану паливної системи дизельних двигунів доцільно використовувати алгоритми, які ґрунтуються на неперервному вейвлет-перетворенні вібросигналів, отриманих з трубки паливного насоса високого тиску [1]. В [2] запропонована заміна тримірних вейвлет-зображень двомірними, що спростило алгоритм діагностування і дало можливість запровадити нові статистичні методи для проведення контролю та діагностики. В якості інформативних параметрів використовувались двомірні статистики Фішера, при цьому важливо знати оптимальну кількість регресій для отримання цих статистик.

**Аналіз останніх досягнень і літератури.** Використовуючи вимірювальні вібросигнали, які отримані від первинних перетворювачів, встановлених на промислових об'єктах, можна ідентифікувати стан цих об'єктів. Функціональна діагностика при цьому ґрунтується на застосуванні відповідного статистичного апарату обробки вібросигналів. До такого, в першу чергу, відноситься спектральний аналіз. У [3] для функціональної діагностики об'єктів розглянуто використання порівняно нового кратномасштабного аналізу, ґрунтованого на вейвлет-перетворенні, який є додатком спектрального аналізу.

В [1] наведені приклади оцінки стану об'єктів промисловості і медицини при застосуванні вейвлет-аналізу. Ці приклади свідчать про високу ефективність використовуваних методів при контролі і діагностиці стану різноманітних об'єктів.

У даній статті запропонований метод оцінки і підвищення вірогідності результатів вібродіагностики за рахунок доповнення результатів вейвлет-аналізу методами дисперсійного і коваріаційного

аналізів, що може бути подальшим розвитком теорії функціональної діагностики.

**Мета статті.** Визначення можливостей використання кумулятивних статистик при визначенні оптимальної кількості регресій вибірки для теорії оптимальних статистичних рішень у задачі пошуку глобального мінімуму середнього ризику при діагностиці складних промислових вібраційних об'єктів.

### Визначення інформативних параметрів при функціональній вібродіагностиці промислових об'єктів

Відповідно до [2, 4] будь яку тривимірну інформаційну модель можна замінити скінченною множиною двовимірних моделей:

$$\{V_{jl} = F_a[a_j | b_l = \text{const}] + \delta_{jl}\}_{l=1}^L; \quad (1)$$

$$\{V_{jl} = F_b[b_l | a_j = \text{const}] + \varepsilon_{jl}\}_{j=1}^J. \quad (2)$$

Функції  $F_a$  і  $F_b$  – це не випадкові функції (тренди), а  $\delta_{jl}$  і  $\varepsilon_{jl}$  – випадкові величини (випадкові залишки). Функції  $F_a$  і  $F_b$  можна оцінити, представивши їх послідовностями лінійних регресій з випадковими коефіцієнтами.

Коваріаційний аналіз таких послідовних випадкових регресій (груп двовимірних спостережень) дозволяє виявити статистично значущі адитивні і мультиплікативні зміни трендів на фоні непереборних шумів (випадкових залишків). На практиці це надає можливість ідентифікувати справність промислового обладнання при порівнянні множин коефіцієнтів  $F$ -статистик, які отримані з об'єктів з дефектами та без них [2].

Алгоритм формування множин F-статистик має такий вигляд [5]:

$$F_0 = \frac{Q_0}{Q_\Delta}(N - 2s) \quad F_1 = \frac{Q_1}{Q_\Delta}(N - 2s); \quad (3)$$

$$F_2 = \frac{Q_2}{Q_\Delta} \left( \frac{N - 2s}{s - 2} \right) \quad F_3 = \frac{Q_3}{Q_\Delta} \left( \frac{N - 2s}{s - 1} \right), \quad (4)$$

де  $F_0, F_1, F_2, F_3$  – критеріальні F-статистики;  $Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_\Delta$  – дисперсійне розкладання загальної суми квадратів відхилень;  $N$  – кількість дискретних відліків (кількість вейвлет-коефіцієнтів);  $s$  – кількість груп регресій.

За локальні внутрішньо групові геометричні особливості зображення відповідають суми  $Q_1, Q_2$  (частинні адитивні зміщення) і  $Q_3$  (мультиплікативні зміни). Сума  $Q_0$  характеризує загальну лінійну зміну середніх значень  $v_{sj}$  при монотонних змінах  $j$  (модель (1)) і  $l$  (модель (2)).  $Q_\Delta$  – залишкова сума, яка відповідає за неусувний випадковий шум тривимірного вейвлет-зображення.

### Алгоритм оптимізації

При зменшенні розмірності (стисненні) тривимірних вейвлет-зображень з наступним розрахунком F-статистик (3), (4), як інформативних параметрів діагностичної моделі, була застосована стандартна процедура коваріаційного аналізу для послідовностей вейвлет-коефіцієнтів. Така процедура передбачає розрахунок сум  $Q_0 \div Q_3, Q_\Delta$  дисперсійного розкладання для  $s$  послідовних лінійних частинних регресій, які апроксимують зміни вейвлет-коефіцієнтів. При цьому, однією з обов'язкових умов коваріаційного аналізу є умова однорідності залишкових дисперсій для  $s$  частинних регресій [6].

Ця умова відповідає вимогам рівності всіх частинних залишкових дисперсій (за всіма  $s$  частинними лінійними регресіями), що утворюють середній квадрат залишкової суми:

$$\bar{Q}_\Delta = Q_\Delta (N - 2s)^{-1}, \quad (5)$$

де  $N$  – загальна кількість вейвлет-коефіцієнтів, що підпадає під коваріаційне перетворення при фіксованому (наприклад, або за масштабом, або за зсувом) вейвлет-перетворенні.

Оскільки T-статистика [7] в однопараметровому варіанті може використовуватись як критерій для перевірки величини єдиної дисперсії, то є сенс використовувати T-статистику для тестування на відсутність неоднорідності умовних (за станами  $S_0$  і  $S_1$ ) середніх залишкових сум [8]:

$$\begin{cases} \bar{Q}_\Delta^{(0)} - \text{для стану } S_0; \\ \bar{Q}_\Delta^{(1)} - \text{для стану } S_1. \end{cases} \quad (6)$$

При такому тестуванні суми  $\bar{Q}_\Delta^{(0)}$  і  $\bar{Q}_\Delta^{(1)}$  (6) вираховуються за виразом (5), з врахуванням умовності (по класам  $S_0$  і  $S_1$ ) абсолютної суми  $Q_\Delta$ .

Якщо основна гіпотеза при тестуванні на однорідність середніх сум

$$H_0 : \bar{Q}_\Delta^{(1)} = \bar{Q}_\Delta^{(0)}, \quad (7)$$

а еталонною дисперсією  $\sigma_0^2$  в рівнянні (7) вважати суму  $\bar{Q}_\Delta^{(0)}$ , то вираз для T-статистики прийме вигляд:

$$T = \sqrt{\frac{N - 2s}{2}} \left[ \frac{Q_\Delta^{(1)}}{Q_\Delta^{(0)}} - 1 \right]. \quad (8)$$

У виразі (8) замість середніх квадратів  $\bar{Q}_\Delta^{(0)}$  і  $\bar{Q}_\Delta^{(1)}$  використані абсолютні значення умовної суми  $Q_\Delta$  (для станів  $S_0$  і  $S_1$ ), оскільки для будь-якого з станів незмінними лишаються  $N$  і  $s$  ( $N = \text{const}$  і  $s = \text{const}$ ).

Так як одномодельна статистика (8) при справедливості основної гіпотези (7) задовольняє умову нормування, то критична область  $\bar{\omega}$  визначається  $\alpha/2$ -процентною точкою ( $U_{\alpha/2}$ ) стандартного нормального розподілення:

$$\bar{\omega} \in \begin{cases} [-\infty, -U_{\alpha/2}], \text{ при } T < 0; \\ [U_{\alpha/2}, \infty], \text{ при } T \geq 0. \end{cases} \quad (9)$$

Рішення  $\gamma_0$  (не відкинути гіпотезу  $H_0$ ) приймають якщо розраховане значення  $T^*$  кумулятивної статистики (8) не попадає в критичну область  $\bar{\omega}$  (6), тобто

$$T^* \notin \bar{\omega}. \quad (10)$$

Умова (10) еквівалентна умові

$$T^* \in (-U_{\alpha/2}, U_{\alpha/2}). \quad (11)$$

Якщо умова (11) (або (10)) не виконується, то приймають альтернативне рішення  $\gamma_1$  (відкинути нульову гіпотезу  $H_0$ ).

### Реалізація алгоритму оптимізації

Для вибору оптимального (по мінімуму неоднорідності залишкових дисперсій ( $\bar{Q}_\Delta^{(0)}$  і  $\bar{Q}_\Delta^{(1)}$ ) кількості  $s_{\text{опт}}$  частинних лінійних регресій було проведено багато (по кількості масштабів  $a$  і кількості регресій  $s$ ) тестувань залишкових сум  $\bar{Q}_\Delta^{(0)}$  і  $\bar{Q}_\Delta^{(1)}$  при коваріаційному перетворенні тривимірних вейвлет-зображень, які відповідають станам  $S_0$  і  $S_1$ . Рішення  $\gamma_0$  і  $\gamma_1$  при такому тестуванні кодувалось, відповідно, цифрами 0 і 1.

В табл. 1 представлені результати підрахунку, сумарного по всім масштабам, кількості одиниць (рішення  $\gamma_1$ ) для різних (від 3 до 10) значень  $s$ . Кількість масштабів  $a = 10$ .

В цій же табл. 1 надані результати оцінювання середнього значення  $m_T$  кумулятивної статистики (8) для варіантів виконання умови однорідності (прийняття рішень  $\gamma_0$ ). Рівень значущості при тестуванні –  $\alpha = 0.05$ , значення  $U_{\alpha/2} = 1.96$ .

З табл. 1 видно [9], що мінімум кількості  $v$  порушень однорідності вейвлет-коефіцієнтів відпові-

дає двом значенням  $s$  кількості регресій в їх коваріаційному перетворенні  $s = 3$  і  $s = 10$ .

Проте мінімум абсолютного значення  $|m_T| = 0.05836$  кумулятивної статистики (8) відповідає тільки одному значенню –  $s = 3$ .

З табл. 1 слідує також, що найгірший варіант (для  $s = 6$ ) відповідає максимуму абсолютного значення для  $m_T$  ( $|m_T| = 1.4359$ ). Наочність отриманих висновків графічно проілюстрована на рис. 1 та 2, де відображені кількісні результати залежностей  $v = F(s)$  і  $|m_T| = F(s)$  з табл. 1.

Таблиця 1

Результати тестування вейвлет-коефіцієнтів на відсутність статистичної неоднорідності

Результати тестування	s					
	3	4	5	6	8	10
Кількість порушень однорідності v	5	7	7	7	6	5
Оцінка математичного сподівання $m_T$ T-статистики (при справедливості гіпотези $H_0$ )	0.05836	-0.4105	-1.0909	-1.4359	-1.3703	-0.3768

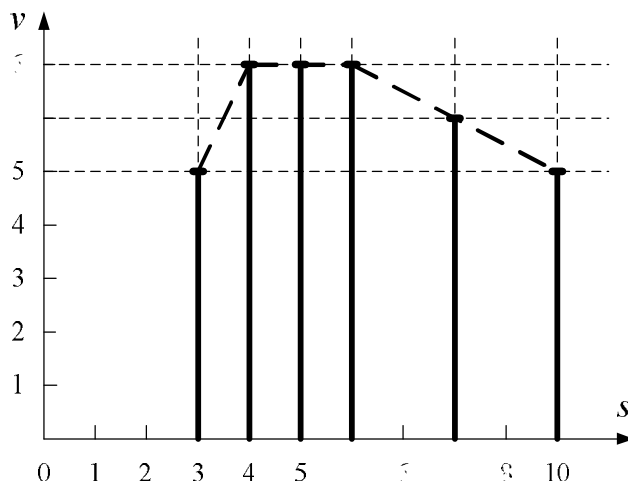


Рис. 1. Визначення кількості регресій s на характеристики залишкової неоднорідності

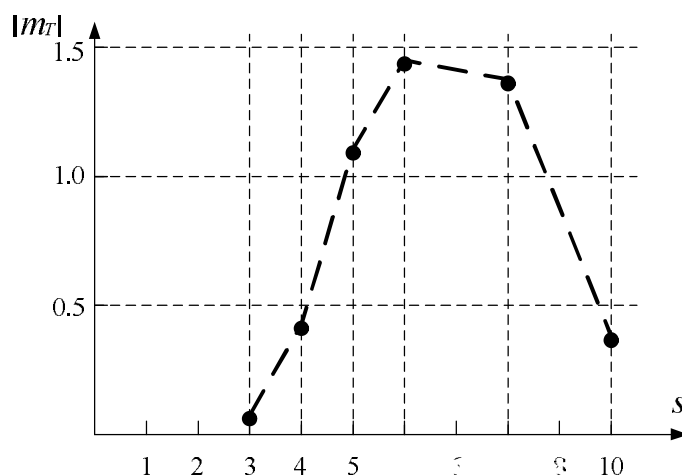


Рис. 2. Графічна ілюстрація впливу кількості регресій s на характеристики абсолютного значення кумулятивної статистики

Оскільки, тільки для  $s = 3$  має місце перетин подій  $v_{\min} = 5$  і  $|m_T| = 0.05836$ , то це значення  $s$  і може вважатись оптимальним ( $s_{\text{опт}} = 3$ ).

Результати проміжних обчислень сум  $\bar{Q}_\Delta^{(0)}$  і  $\bar{Q}_\Delta^{(1)}$  та знаходження рішень  $\gamma_0$  і  $\gamma_1$  наведені в матеріалах НТК [10].

## Висновки

У даній статті показано, що використання кумулятивних статистик дозволяє здійснити оптимальний вибір кількості регресій при застосуванні коваріаційного аналізу при обробці послідовностей, отриманих процесом зрізів за масштабом чи зсувом вейвлет-зображень вібраційних сигналів, у задачі пошуку глобального мінімуму середнього ризику при діагностиці складних промислових вібраційних об'єктів.

## Список літератури

1. Кветний Р.Н. Метод виділення контурів на основі вейвлет-перетворення з використанням двовимірних фільтрів / Р.Н. Кветний // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. – 2010. – №3. – С. 26-34.
2. Щапов П.Ф. Синтез двумерных диагностических параметров при ковариационном анализе трехмерных вейвлет-преобразований вибросигналов / П.Ф. Щапов, Р.П. Мигуценко // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. – 2013. – № 3. – С. 69-75.
3. Jianjia Pan. Edge Detection Combining Wavelet Transform and Canny Operator Based on Fusion Rules / Pan Jianjia // International Conference on Wavelet Analysis and Pattern Recognition, Baoding. – 2009. – P. 324-328.

4. Мигуценко Р.П. Експериментальна перевірка моделі оптимізації простору діагностичних параметрів при вейвлет-перетвореннях вибросигналів дизельних агрегатів / Р. П. Мигуценко // Вісник Національного транспортного університету. – К., 2013. – №28. – С. 343-350.

5. Мигуценко Р.П. Оптимизация пространства диагностических параметров при вейвлет-преобразованиях вибросигналов / Р.П. Мигуценко // Вестник БГТУ им. Шухова. – Белгород, 2014. – №3. – С. 153-157.

6. Джонсон Н. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке: Методы планирования эксперимента / Н. Джонсон, Ф. Лион; пер. с англ. под ред. Э.К. Лецкого. – М.: Мир, 1981. – 520 с.

7. Мигуценко Р.П. Контроль состояния динамических объектов с помощью однопараметровых тестовых статистик / Р.П. Мигуценко, О.Ю. Кропачек // Вестник Казахской академии транспорта и коммуникаций им. Тыншпаева. – Алматы, 2014. – № 2 (87). – С. 23-28.

8. Никифоров И.В. Применение кумулятивных сумм для обнаружения изменения характеристик случайного процесса / И.В. Никифоров // Автоматика и телемеханика. – 1979. – № 2. – С. 48-58.

9. Мигуценко Р.П. Элементы контролю та діагностики стану вібраційних об'єктів: монографія / Р.П. Мигуценко. – Х.: Вид-во «Підручник НТУ «ХП»», 2014. – 224 с.

10. Щапов П.Ф. Використання кумулятивних статистик в задачі тестової оптимізації коваріаційних перетворень вейвлет-зображень / П.Ф. Щапов, Р.П. Мигуценко, Т.О. Трохименко // Матеріали науково-технічної конференції «Актуальні проблеми автоматизації та будівництва». – Харків, 2014. – С. 164-165.

Надійшла до редколегії 19.09.2015

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. П.Ф. Щапов, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», Харків.

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КУМУЛЯТИВНЫХ СТАТИСТИК ДЛЯ ТЕСТОВОЙ ОПТИМИЗАЦИИ КОВАРИАЦИОННЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ВЕЙВЛЕТ-ИЗОБРАЖЕНИЙ

Р.П. Мигуценко, Е.М. Реброва, М.И. Опришкина

В статье рассмотрена задача определения оптимального количества аппроксимирующих регрессий дисперсионного и ковариационного анализов результатов вейвлет-преобразований нестационарных вибрационных сигналов при диагностике состояния промышленных вибрационных объектов путем применения кумулятивных статистик. В статье показано, что информативными параметрами при анализе вибрации узлов промышленного объекта для проведения контроля и диагностирования избраны критерильные F-статистики, которые получены при обработке вейвлет-зображения с применением срезов по масштабу и сдвигу. Выбор количества аппроксимирующих прямых для достижения минимума вероятности ошибки диагностики сопровождается определением минимума числа нарушений однородности вейвлет-коэффициентов на избранном числе регрессий. В статье доказана эффективность подходов, связанных с применением кумулятивных статистик.

Ключевые слова: вибродиагностика, вейвлет-анализ, регрессии, F-статистики, T-статистики.

## USE CUMULATIVE STATISTICS FOR TEST OPTIMIZATION COVARIANCE WAVELET TRANSFORMATION OF IMAGES

R.P. Mygushchenko, O.M. Rebrova, M.I. Opryshkina

The article considers the problem of determining the optimum amount of approximating the regression analysis of variance and covariance of the results of wavelet transforms transient vibration signals in the diagnosis of the state of vibration of industrial facilities through the use of cumulative statistics. The article shows that informative parameters in the analysis of vibration nodes of industrial facility for monitoring and diagnosing elected criterial F- statistics, obtained in the processing of the wavelet. The images with slice of scale and offset. Select the number of approximating line to achieve the minimum probability of error diagnostics is accompanied by the definition of a minimum number of violations of homogeneity of the wavelet coefficients in the regressions including favorites. The article proved the effectiveness of approaches involving the use of cumulative statistics.

**Keywords:** vibrodiagnostics, wavelet-analysis, variance, F-statistics, error diagnostics.