

УДК 681.324

І.П. Саланда

Східноєвропейський національний університет імені Лесі Українки, Луцьк

АНАЛІЗ ПСЕВДОРЕГУЛЯРНИХ СТРУКТУР РОЗПОДІЛЕНИХ ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМ ЗА ПОКАЗНИКОМ ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ СТІЙКОСТІ

Розглядаються структури розподілених інформаційних систем. Як показник функціональної стійкості використовується ймовірність зв'язності графа, що описує структуру інформаційної системи. Проаналізовано точні методи визначення зв'язності і виведені залежності для наближених оцінок псевдорегулярних структур.

Ключові слова: інформаційна система, псевдорегулярна структура, функціональна стійкість.

Вступ

Сучасні розгалужені інформаційні системи являють собою технічну основу для інформаційних та телекомунікаційних мереж. Вони складаються з вузлів комутації та ліній зв'язку. В сучасних умовах на розгалужені інформаційні системи впливають внутрішні (відмови, збої, помилки) і зовнішні (активний або пасивний вплив зовнішнього середовища) фактори. Тому, актуальною є задача побудови функціонально стійкої інформаційної системи, яка може продовжувати функціонування, нехай із зменшенням якості, під час впливу на мережу потоку зовнішніх та внутрішніх дестабілізуючих чинників. Іншими словами, мережа повинна автоматично, без втручання обслуговуючого персоналу, чинити опір зовнішнім та внутрішнім дестабілізуючим факторам.

Дослідження стану сучасних систем дозволяють зробити висновок та прийняти відповідні обмеження про високу надійність, захищеність та живучість вузлів комутації. Це досягнуто рядом технічних, інженерних та програмних засобів. Разом з тим, різноманітні лінії зв'язку, дровові, повітряні, оптоволоконні тощо, набагато слабкіше захищені від природних та техногенних надзвичайних ситуацій, від несанкціонованого доступу, підключення, втручання до системи, від зловмисних порушень функціонування або навмисних виведень з ладу ліній зв'язку. Наряду з цим, на лінії зв'язку впливає потік експлуатаційних відмов та збоїв, який характеризується певною інтенсивністю. Всі ці фактори приводять до порушення функціонування інформаційної системи.

Тому в процесі забезпечення функціональної стійкості розгалужених інформаційних систем прийнято обмеження про безвідмовність вузлів комутації та вразливість ліній зв'язку.

Аналіз основних публікацій. Вирішенню проблеми забезпечення функціональної стійкості складних технічних систем присвячено низку наукових

праць О.А. Машкова [1], О.В. Барабаша [2, 3], Ю.В. Кравченка [4], С.М. Неділька [5], Д.М. Обідіна [6] та інших вчених. Однак широке їх використання в практичних задачах оцінки функціональної стійкості різних варіантів побудови інформаційних мереж ускладнене за багатьох причин, однією з яких є складність та громіздкість обчислень. Тому, становить інтерес знайти найпростіший спосіб використання надмірності мережі для впровадження процесу автоматичної деградації структури мережі для відновлення її працездатності.

Постановка завдання в загальному вигляді.

Точні методи обчислення ймовірності зв'язності ϵ , в загальному випадку, NP-важкими і вирішуються в основному переборними алгоритмами [7]. Наближені методи Езарі-Прошана, Литвака-Ушакова [8] не виключають пошуку в графі повних множин простих ланцюгів і простих розрізів. Крім того, майже всі методи спрямовані на визначення ймовірності зв'язності в двополюсному графі (ймовірності існування хоча б одного справного шляху між v_i і v_j), що не завжди прийнятно для досліджень структур в цілому.

Тому в даній роботі поставлена задача розробки простих залежностей ймовірності зв'язності для стандартних структур: мостової схеми, кільцевих, повнозв'язних, регулярних і псевдорегулярних графів.

Метою даної статті є дослідження псевдорегулярних структур і розробка методики визначення ймовірності зв'язності в залежності від рівня надмірності ліній зв'язку в інформаційних структурах.

Основна частина

В якості математичної моделі прийнятий неорієнтований випадковий граф $G(V, E)$ без петель і кратних ребер.

V – множина вершин ($|V| = n$), якій відповідає множина вузлів комутації,

E – множина ребер ($|E| = m$), якій відповідає множина ліній зв'язку [9].

Будемо вважати, що вершини безвідмовні, а ребра ненадійні. Якщо це не так, то можна, користуючись відомими методами перетворити структуру з ненадійними вершинами до структури з надійними вершинами і додатковими ненадійними ребрами [5]. Прийmemo, ймовірність безвідмовної роботи ліній зв'язку (ребер) $p_i(t)=p=\text{const}$, ($i=1,2, \dots, m$) однаковою для всіх ліній зв'язку та постійної на деякому інтервалі часу.

Будемо вважати, що події відмов ребер незалежні і з'являються з ймовірністю $q = 1-p$.

Під ймовірністю зв'язності графа P_M розуміється ймовірність того, що всі вершини зв'язні – між будь-якою парою вершин (v_i, v_j) знайдеться шлях, що складається з одного або декількох справних ребер.

Методика визначення ймовірності зв'язності на прикладі мостової схеми. В якості демонстрації методу розрахунку розглянемо приклад мостової схеми (рис. 1).

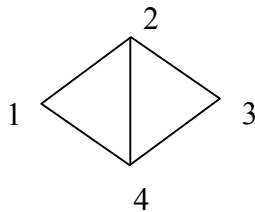


Рис. 1. Мостова структура інформаційної системи

Вихідними передумовами для виведення залежностей є наступні.

На підставі біноміального закону ймовірність перебування графа в стані, коли і будь-яких ребер графа відмовили

$$C_m^i \cdot p^{m-i} \cdot q^i,$$

де $C_m^i = m! / (i! \cdot (m-i)!)$ – біноміальний коефіцієнт; m – число ребер графа.

Ймовірність зв'язності $P_{1,3}$ між вершинами v_1 і v_3 залежить від сукупності незалежних подій: справного стану всіх ребер – ймовірність цієї події дорівнює p^5 ; пошкодження будь-якого одного ребра – ймовірність

$$C_5^1 \cdot p^4 \cdot q = 5p^4q;$$

одночасного ушкодження будь-яких двох ребер графа, за винятком двох випадків, коли обидва ребра інцидентні вершині 1 або вершині 3 – ймовірність

$$(C_5^2 - 2)p^3q^2 = 8p^3q^2;$$

одночасного ушкодження трьох ребер мережі, інцидентних вершині 2 або 4 – ймовірність $2p^2q^3$.

Підсумовуючи всі ймовірності незалежних подій, отримуємо вираз:

$$P_{1,3} = 2p^5 - 5p^4q + 2p^3q^2 + 2p^2q^3, \quad (1)$$

що повністю збігається з отриманими результатами в [8].

Аналогічно для інших пар вершин отримаємо:

$$P_{1,2} = P_{1,4} = P_{2,3} = P_{3,4} = p^5 + 5p^4q + 9p^3q^2 + 5p^2q^3 + pq^4; \quad (2)$$

$$P_{2,4} = p^5 + 5p^4q + 10p^3q^2 + 8p^2q^3 + pq^4. \quad (3)$$

З аналізу виразів (1) – (3) зрозуміло, що

$$P_{1,3} < P_{1,2} = P_{1,4} = P_{2,3} = P_{3,4} < P_{2,4}. \quad (4)$$

Можливість зв'язності всього графа на підставі наведених нижче міркувань можна визначити (рис. 1):

$$P_M = p^5 + 5p^4q + 8p^3q^2, \quad (5)$$

так як ця структура допускає всі одиночні пошкодження ребер і вісім подвійних ушкоджень ребер. Аналіз виразів (1) – (2) показує, що ймовірність зв'язності P_M не більша ймовірності зв'язності між будь-якою парою вершин графа, в даному випадку

$$P_M < P_{1,3}.$$

Аналіз повнозв'язних структур. Аналогічно можна знайти вирази для ймовірності зв'язності повнозв'язних графів K_n . Повнозв'язним називається граф, в якому будь-які дві вершини суміжні. Для графа з трьома вершинами ($n = 3$) K_3 :

$$P_M = p^3 + 3p^2q; \quad (7)$$

для ($n=4$) K_4 :

$$P_M = p^6 + 6p^5q + 15p^4q^2 + (C_6^3 - 4)p^3q^3; \quad (8)$$

для ($n=5$) K_5 :

$$P_M = p^{10} + C_{10}^1 p^9 q + C_{10}^2 p^8 q^2 + C_{10}^3 p^7 q^3 + (C_{10}^4 - 5)p^6 q^4 + (C_{10}^5 - (n-1)nC_6^1)p^5 q^5 + (C_{10}^6 - nC_6^2 - 2n)p^4 q^6; \quad (9)$$

для ($n=6$) K_6 :

$$P_M = p^{15} + C_{15}^1 p^{14} q + C_{15}^2 p^{13} q^2 + C_{15}^3 p^{12} q^3 + C_{15}^4 p^{11} q^4 + (C_{15}^5 - n)p^{10} q^5 + (C_{15}^6 - nC_{10}^1)p^9 q^6 + (C_{15}^7 - nC_{10}^2)p^8 q^7 + (C_{15}^8 - nC_{10}^3 - nC_5^1)p^7 q^8 + (C_{15}^9 - nC_{10}^4 - nC_6^2 - C_7^3)p^6 q^9 + (C_{15}^{10} - nC_{10}^5 - nC_7^2 - \frac{n}{2}C_6^1)p^5 q^{10}. \quad (10)$$

Вирази для ймовірності зв'язності P_M при $n = 7 \dots 10$ не наводяться через їх громіздкість.

На рис. 2 представлені графіки залежностей для ймовірності зв'язності повнозв'язних графів K_4, K_5, K_6 .

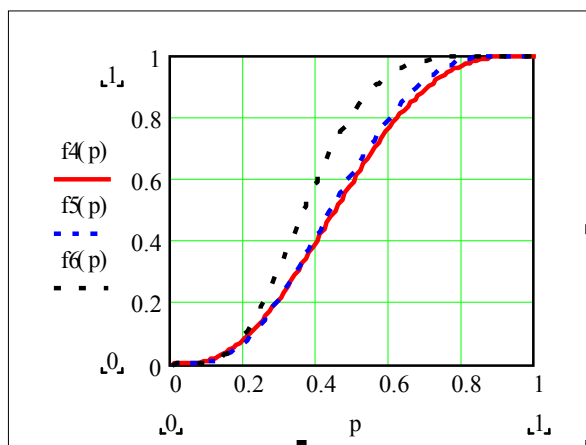


Рис. 2. Залежності ймовірності зв'язності P_M від p_i для повнозв'язних структур: $f_4(p)$ – для K_4 ; $f_5(p)$ – для K_5 ; $f_6(p)$ – для K_6

Аналіз виразів і графіків для повнозв'язних структур інформаційної системи дозволяє зробити наступні висновки:

1. Повнозв'язні структури володіють найбільшою надмірністю, а, отже, і функціональною стійкістю.

2. Не можна скласти універсального виразу для $P_M(K_n)$ для будь-якого числа n , що істотно спростило б визначення найбільшого досяжного значення показника функціональної стійкості.

3. Повнозв'язні структури дозволяють синтезувати систему з практично будь-яким заданим показником P_M при ймовірності справного стану ребер $p_i > 0,5$.

Однак, повнозв'язні структури на практиці рідко зустрічаються, тому доцільно досліджувати кільцеві, регулярні та псевдoreгулярні структури інформаційних структур.

Можливість зв'язності для кільцевих графів, тобто графів, у яких локальна степінь кожної вершини дорівнює 2 ($\text{deg}(v_i) = 2, i = 1, 2, \dots, n$), можна визначити за допомогою виразу:

$$P_M = p^n + np^{n-1}q. \quad (11)$$

З його аналізу видно, що ймовірність зв'язності кільцевих структур падає із збільшенням числа вузлів інформаційної системи при одних і тих же значеннях p_i . Це обумовлено тим, що кільцеві структури володіють ступенем реберної зв'язності $\lambda(G)=2$ – тобто відмова двох ребер призводить до незв'язності структури.

В цілому кільцеві структури мають низький показник функціональної стійкості P_M , оскільки допускають відмову не більше одного ребра.

Аналіз псевдoreгулярних структур інформаційної системи. Найбільш поширеним видом структур, які використовуються на практиці, є слабкозв'язні структури з малими значеннями локальних ступенів вершин α .

Існує велике сімейство графів, так званих рівноносильних, в яких степінь вершини α , кількість вершин n і число ребер m пов'язані співвідношенням:

$$\alpha = 2m/n \quad (\text{при } n > 2).$$

Наприклад, для графа з $n = 6$ вершин без кратних ребер можна побудувати чотири різних графа з $\alpha = 2, 3, 4, 5$.

Для таких графів виведені наступні вирази для визначення ймовірності зв'язності.

Для $\alpha=2, 3, 4$ (рис. 3):

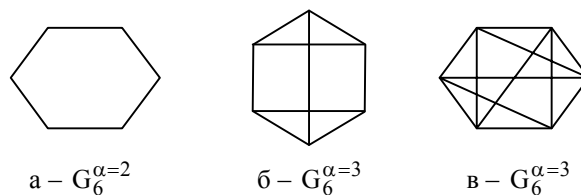


Рис. 3. Псевдoreгулярні структури інформаційної системи з $n = 6$

$$P_M^{\alpha=2} = p^6 + 6p^5q; \quad (12)$$

$$P_M^{\alpha=3} = p^9 + C_9^1 p^8 q + C_9^2 p^7 q^2 + [C_9^3 - (n+1)] p^6 q^3 + [C_9^4 - (n-1)C_6^1] p^5 q^4; \quad (13)$$

$$P_M^{\alpha=4} = p^{12} + C_{12}^1 p^{11} q + C_{12}^2 p^{10} q^2 + C_{12}^3 p^9 q^3 + (C_{12}^4 - n) p^8 q^4 + (C_{12}^5 - nC_8^1) p^7 q^5 + [C_{12}^6 - nC_8^2 - (n+2)] p^6 q^6 + [C_{12}^7 - nC_8^3 - (n+2)C_6^1] p^5 q^7; \quad (14)$$

Для графів, представлених на рис. 4 з $n = 8$ вершинами можна побудувати шість різних графів з $\alpha = 2 \dots 7$.

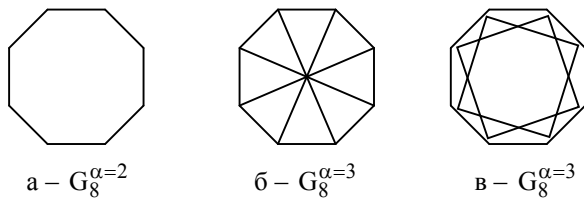


Рис. 4. Псевдoreгулярні структури інформаційної системи з n=8

Можливість зв'язності P_M цих графів визначається такими виразами $\alpha = 2, 3, 4$ (рис. 5):

$$P_M^{\alpha=2} = p^8 + 8p^7q; \tag{15}$$

$$P_M^{\alpha=3} = p^{12} + C_{12}^1 p^{11}q + C_{12}^2 p^{10}q^2 + (C_{12}^3 - n)p^9q^3 + (C_{12}^4 - nC_9^1 - n)p^8q^4 + (C_{12}^5 - nC_9^2 - nC_8^1 - n)p^7q^5; \tag{16}$$

$$P_M^{\alpha=4} = p^{16} + C_{16}^1 p^{15}q + C_{16}^2 p^{14}q^2 + C_{16}^3 p^{13}q^3 + (C_{16}^4 - n)p^{12}q^4 + (C_{16}^5 - nC_{12}^1)p^{11}q^5 + \left[C_{16}^6 - nC_{12}^2 - \left(2n + \frac{n}{2}\right) \right] p^{10}q^6 + \left[C_{16}^7 - nC_{12}^3 - \left(2n + \frac{n}{2}\right) C_{10}^1 \right] p^9q^7 + \left[C_{16}^8 - nC_{12}^4 - \left(2n + \frac{n}{2}\right) C_{10}^2 \right] p^8q^8 + \left[C_{16}^9 - nC_{12}^5 - \left(2n + \frac{n}{2}\right) C_{10}^3 \right] p^7q^8. \tag{17}$$

Розрахункові формули для P_M при $\alpha = 5$ і $\alpha = 6$ через громіздкість не наводяться. При $\alpha = 7$ граф перетворюється на повнозв'язний K_8 .

На рис. 5 представлені залежності показника функціональної стійкості P_M від p_i для псевдoreгулярних графів (рис. 3, 4), розраховані за виразами (13) – (17).

Аналіз цих виразів і графіків дозволяє зробити наступні висновки:

1. Як і передбачалося, псевдoreгулярні графи з $\alpha > 2$ мають ймовірність зв'язності вище, ніж у кільцевих і, відповідно, вищий запас функціональної стійкості. Це пояснюється вищим ступенем надмірності ліній зв'язку.

2. Збільшення числа вершин у псевдoreгулярних графах практично не позначається на функціональній стійкості структури відповідної інформаційної системи.

3. При зростанні локального степеня вершин, значно зростає показник функціональної стійкості.

4. Формули (13) – (17) досить складно виводяться і отримати універсальну аналітичну залежність P_M для будь-яких значень n і α поки не вдається.

5. Представлені графіки підтверджують правильність виведення виразів (13) – (17).

Наближені оцінки ймовірності зв'язності для псевдoreгулярних структур. Так як досить важко отримати аналітичний вираз для ймовірності зв'язності розглянутого сімейства графів при різних значеннях α і n , то доцільно розробити наближені методи її оцінки.

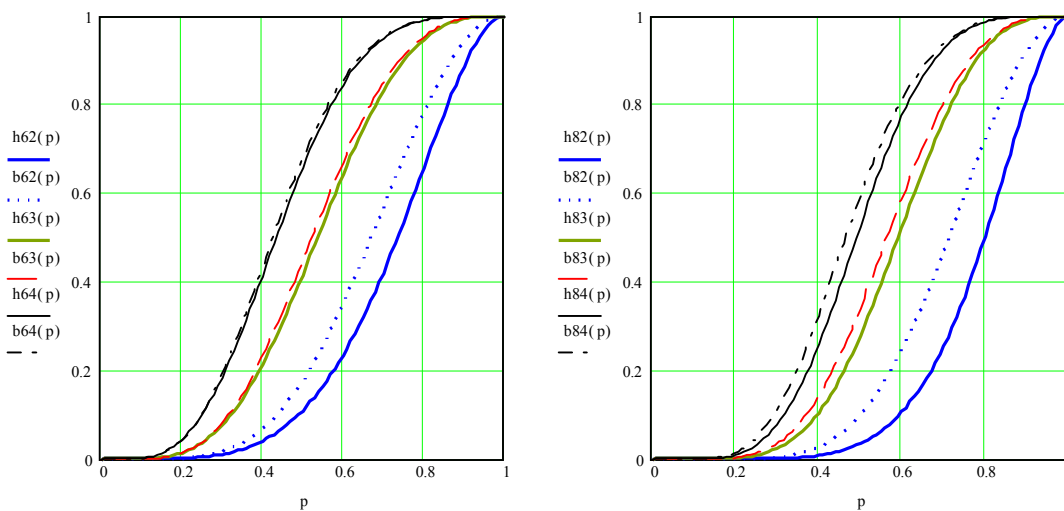


Рис. 5. Залежності P_M від p_i для псевдо регулярних графів:
 $h_{n\alpha}(p)$ – точні значення; $b_{n\alpha}(p)$ – верхні оцінки;
 n – число вершин у графі, α – локальні степені вершин

Нехай A_i – подія, коли не існує непошкоджених ребер, інцидентних вершині v_i ;
 $p(A_i)$ – ймовірність цієї події;

$(1 - p(A_i))$ – ймовірність додаткової події, коли існує хоча б одне справне ребро, інцидентне вершині v_i .

Тому ймовірність того, що у всіх вершин існує, принаймні, одне справне ребро, тобто граф зв'язний, обмежена нерівністю:

$$P_M \leq P_M^B = \prod_{i=1}^n [1 - p(A_i)] = \prod_{i=1}^n (1 - q^\alpha) = (1 - q^\alpha)^n, \quad (18)$$

де P_M^B – верхня оцінка ймовірності зв'язності.

На рис. 5 представлені залежності (18) для $n = 6, 8$, і $\alpha = 2, 3, 4$ (штрихові лінії). Порівняння кривих показує, що верхня оцінка ймовірності зв'язності P_M^B структури інформаційної системи наближається до точного значення P_M , особливо при великих α .

На жаль, настільки просте вираження для нижньої оцінки поки отримати не вдається.

Таким чином, запропонована верхня оцінка ймовірності зв'язності рівносильних структур дає хороше наближення до точного значення ймовірності зв'язності при значеннях $\alpha > 2$, що дозволяє використовувати її при синтезі псевдорегулярних структур функціонально стійких інформаційних систем.

Висновок

Запропоновані вирази для ймовірності зв'язності стандартних структур дозволяють проводити аналіз функціональної стійкості структур, порівнювати структури з різними параметрами.

Отримані верхні оцінки ймовірності зв'язності для псевдорегулярних структур можуть використовуватися на практиці для визначення ступеня структурної надмірності інформаційних систем. Однак застосовувати запропоновану методичку можна лише в тому випадку, коли методична похибка не перевищує похибку вихідних даних.

Список літератури

1. Машков О.А. Оптимизация цифровых автоматических систем, устойчивых к отказам / Л.М. Артюшин, О.А. Машков // – К.: КВВАИУ, 1991. – 89 с.
2. Кравченко Ю.В. Функціональна стійкість – властивість складних технічних систем / Ю.В. Кравченко, О.В. Барабаш // Збірник наукових праць НАОУ. – Бюл. №40. – К.: НАОУ, 2002. – С. 225 – 229.
3. Барабаш О.В. Аналіз побудови мережі відеоконтролю пунктів митного спостереження на основі функціонально стійкої системи / О.В. Барабаш, С.В. Бодров, А.П. Мусієнко // Науково-практичний журнал «Зв'язок». – К.: ДУТ, 2014. – № 2. – С. 8-11.
4. Кравченко Ю.В. Визначення проблематики теорії функціональної стійкості щодо застосування в комп'ютерних системах / Ю.В. Кравченко, С.В. Нікіфоров // Телекомунікаційні та інформаційні технології. – К.: ДУТ, 2014. – №1. – С. 12 – 18.
5. Неділько С.М. Технологічні основи забезпечення функціональної стійкості автоматизованої системи управління повітряним рухом / С.М. Неділько, Г.Л. Баранов // Авиационно-космическая техника и технология. – Х.: ХАИ, 2011. – № 9 (86). – С. 202 – 206.
6. Барабаш О.В. Алгоритм самодіагностування технічного стану вузлів комутації інформаційних систем / О.В. Барабаш, Д.М. Обідін, А.П. Мусієнко // Сучасний захист інформації. – К.: ДУТ, 2014. – № 2. – С. 114 – 121.
7. Барабаш О.В. Построение функционально устойчивых распределенных информационных систем / О.В. Барабаш. – К.: НАОУ, 2004. – 226 с.
8. Барабаш О.В. Модель бази знань інтелектуальної системи управління високошвидкісного рухомого об'єкта на основі її верифікації / О.В. Барабаш, Д.М. Обідін, А.П. Мусієнко // Системи обробки інформації. – Х.: ХУПС, 2014. – Вип. 5 (121). – С. 3 – 6.
9. Барабаш О.В. Методика накопичення діагностичної інформації в системах інтелектуального відеоконтролю / О.В. Барабаш, С.В. Бодров, А.П. Мусієнко // Системи управління, навігації та зв'язку. – К.: ДУТ, 2015. – Вип. 1 (33). – С. 118 – 121.

Надійшла до редколегії 28.09.2015

Рецензент: д-р техн. наук, проф. О.В. Барабаш, Державний університет телекомунікацій, Київ.

АНАЛИЗ ПСЕВДОРЕГУЛЯРНЫХ СТРУКТУР РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ ПО ПОКАЗАТЕЛЮ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ

И.П. Саланда

Рассматриваются структуры распределенных информационных систем. В качестве показателя функциональной устойчивости используется вероятность связности графа, описывающего структуру информационной системы. Проанализированы точные методы определения связности и выведены зависимости для приближенных оценок псевдорегулярных структур

Ключевые слова: информационная система, псевдорегулярная структура, функциональная устойчивость.

ANALYSIS OF THE PSEUDOREGULAR STRUCTURE OF DISTRIBUTED INFORMATION SYSTEMS AS AN INDEX OF FUNCTIONAL STABILITY

I.P. Salanda

We consider the structure of distributed information systems. As an indicator of the likelihood of using functional stability of the graph describing the structure of the information system. We analyzed the precise methods for determining the connectivity and withdrawn according to approximate estimates of pseudo-structures

Keywords: information system, pseudo-structure, functional stability.