

Моделювання в економіці, організація виробництва та управління проектами

УДК 004.7

О.В. Барабаш, Г.В. Шевченко

Державний університет телекомунікацій, Київ

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТАРГЕТИНГОВОГО РОЗМІЩЕННЯ РЕКЛАМИ ПРИ НЕПЕРЕРВНОМУ РЕКЛАМУВАННІ

Розглядається задача відбору оптимальної кількості реклами на різних Інтернет-ресурсах. Відображено необхідність знаходження об'єму рекламних повідомлень, який потрібно розмістити на різних майданчиках в межах допустимого бюджету, з метою максимізувати досяжність до цільової аудиторії. Тут в якості майданчиків були розглянуті різні Інтернет-ресурси і різні формати реклами. Цінові (затратні) аспекти для різних форматів рекламних оголошень були визначені шляхом спостережень. Задача сформульована як задача цільового програмування з багатокритеріальними випадковими обмеженнями.

Ключові слова: випадкова величина, випереджуючі пріоритети, метод експертних оцінок, стохастичне програмування, цільова функція.

Вступ

Реклама відіграє важливу роль у розвитку виробництва і економіці держави в цілому. Рекламні бюджети великих корпорацій вимірюються мільярдами доларів, і рекламодавці вимагають достовірних доказів їх виправданості. Оскільки основною метою виробничої діяльності є отримання прибутку, то всі аспекти діяльності компанії, в тому числі і реклама, повинні сприяти досягненню цієї мети. Отже, реклама, яка на початку свого існування розглядалась як необхідні витрати на інформування покупців, тепер набуває функції генератора прибутку. Вчені почали вивчати ефективність реклами, аналізуючи співвідношення між прибутком і рекламними витратами [1, 2]. Багато вчених прийшли до висновку, що поняття «інвестиція» більш точно висловлює економічну складову реклами. Дуже важливо, щоб реклама досягала потенційних споживачів і не охоплювала аудиторію, яка не купуватиме продукцію [3]. Крім того важливою є оптимізація розподілу рекламного бюджету компанії з метою максимізації досяжності до цільової аудиторії. Таргетинг (адресність реклами) – маркетинговий механізм, використання якого дозволяє виділяти з загальної аудиторії цільову категорію (потенційних споживачів) і демонструвати їй рекламні повідомлення [4].

Для будь-якого підприємства важливим є постійне і неперервне рекламування. Отже, на сьогоднішній день, актуальною є розробка математичної моделі таргетингового розміщення реклами з метою максимізації досяжності до цільової аудиторії.

Постановка задачі в загальному вигляді. Математичну модель таргетингового розміщення

реклами доцільно представити у вигляді оптимізаційної задачі з мінімізацією цільової функції та сукупністю обмежень. Якщо параметри обмежень задачі, або параметри цільової функції є випадковими величинами (містять випадкові компоненти), то оптимізаційна задача є задачею ймовірнісного характеру і розв'язується за допомогою методів стохастичного програмування. Ймовірнісний характер завдань планування часто пояснюється неповнотою інформації про їх умови або для точного вирішення складної детермінованої задачі, потрібний занадто великий обсяг обчислень. Тоді доцільно звести задачу до ймовірнісної, хоча вся інформація відома. Обсяг обчислень при цьому істотно скорочується.

Досить часто застосовують двоетапні лінійні моделі стохастичного програмування. Особа, яка приймає рішення, на першому етапі виконує певні дії (встановлюється певний оптимальний план, задача є детермінованою і її результатом є вектор з детермінованими компонентами), після яких відбуваються випадкові події, що впливають на результат рішення першого етапу. На другому етапі може бути прийнято коригуюче рішення, що компенсує будь-які небажані наслідки рішення першого етапу у відповідності до реальних умов. Оптимальним розв'язком такої моделі є єдине рішення першого етапу і множина коригуючих рішень, що визначають, дію, яку необхідно виконати на другому етапі у відповідь на кожний випадковий результат.

Модель цільового програмування (ЦП) дозволяє брати до уваги одночасно декілька критеріїв в задачах про вибір найбільш прийняттого рішення у множині допустимих рішень. Тобто, ЦП розроблено таким чином, щоб знайти розв'язок, який мінімізує

відхилення між рівнем досягнення критеріїв і цілей, встановлених для них. У випадку перевищення критерію відхилення вважається додатним (позитивним), у випадку недосягнення мети відхилення вважається від'ємним (негативним). Модель формулюється таким чином, що реклама повинна досягти тих, хто є потенційним споживачем продукту і не досягати тих, хто ними не є. Задача моделюється як задача цільового програмування з випадковими обмеженнями, оскільки параметри досяжності (до цільової групи) розглядаються як випадкові величини. Передбачається, що випадкові величини, які відповідають досяжності, є величинами з відомими математичним сподіванням і середнім квадратичним відхиленням. Параметр, що відповідає досяжності, може бути визначеним шляхом знаходження ідеального розв'язку та закону за яким змінюються значення параметра.

Аналіз останніх публікацій. Модель цільового програмування запропонована в роботах [1, 2]. В статтях [3, 5] висвітлено можливості практичного застосування цієї моделі. Після цього вона стала популярною і її використання розповсюдилось в різних областях, таких як: управління водними резервуарами, управління твердим браком, бухгалтерія і фінансовий аспект управління фондами, маркетинг [5], контроль якості, людські ресурси, виробництво, перевезення і вибір місцезнаходження [6], космічні дослідження, телекомунікації [4], сільське господарство і лісгосподарство і авіація.

Аналогічні наукові дослідження були виконані [7], де розглядається роль реклами в наданні інформації про існування продуктів та їх характеристики. У роботі [8] поширено цю практику на ринки з горизонтальною диференціацією та проаналізовано вплив інформаційних рекламних повідомлень на ринкову конкуренцію і забезпечення різноманітності продукції. Попередні роботи в області прийняття рішення досліджували рекламну політику опираючись на сукупні функції відгуку. Наприклад, в [9] автор аналізує оптимальну політику пульсуючої реклами для різних типів функцій відгуку, в роботі [8] автори досліджували оптимальні цінову і рекламну політику фірми для даної конкретної моделі попиту, таких як моделі [10], тобто моделі реклама-продаж в безперервному часі. Нарешті, в [9] представлені результати ряду ринкових експериментів по вимірюванню змін продажів у відповідь на рекламу і зміни цін. Стурбованість підприємств і фірм з приводу марнотратства реклами та необхідність її кращого цілеспрямування пов'язана з сучасними ринками, які представляють як фрагментацію вже існуючих медіа засобів, так і безліч нових рекламних носіїв. Проте немає достатньої кількості досліджень, які вивчають здатність фірм зосередитися на певних сегментах споживчого ринку, або адресувати рекламу саме для них.

Метою статті є розробка стратегії оптимального розміщення реклами в Інтернеті на основі моделі ЦП, яка б дозволяла максимізувати досяжність до цільової аудиторії. У зв'язку з цим вирішується задача вимірювання ефективності реклами на різних носіях. У випадку розміщення реклами в Інтернеті можна точно виміряти появу реклами і відгук на неї. Як наслідок, можна визначити кількість інвестицій в рекламу і прибуток від неї.

Викладення основного матеріалу

Загальна форма моделі цільового програмування:

$$\bar{a} = \{g_1(\bar{n}, \bar{p}), g_2(\bar{n}, \bar{p}), \dots, g_k(\bar{n}, \bar{p})\} \rightarrow \min,$$

таким чином, щоб $f_1(\bar{x}) + p_i - p_i = b_i$, $\bar{x}, \bar{n}, \bar{p} \geq 0$, де $g_k(\bar{n}, \bar{p})$ є лінійною функцією дев'ятизмінних.

Розмірність \bar{a} представляє кількість k рівнів випереджуючого пріоритету; b_i представляє рівень бажаності, пов'язаний з критерієм $f_1(\bar{x})$. Змінні p_i , p_i вказують відповідно на негативні і позитивні відхилення рівня досягнення $f_1(\bar{x})$ від очікуваного (бажаного) рівня. Цільові або бажані рівні, призначені для різних критеріїв, можуть бути імовірнісними, де при прийнятті рішення остаточно невідомі їх значення.

Розглядається задача відбору оптимальної кількості реклами на різних Інтернет-ресурсах. Бажано знайти об'єм рекламних повідомлень, який потрібно розмістити на різних майданчиках в межах допустимого бюджету, для того, щоб максимізувати бажану досяжність до цільової аудиторії. Тут в якості майданчиків були розглянуті різні Інтернет-ресурси і різні формати реклами. Цінові (затратні) аспекти для різних форматів рекламних оголошень були визначені шляхом спостережень. Задача була сформульована як задача цільового програмування з багатокритеріальними випадковими обмеженнями. Надана методологія розв'язання задачі багатокритеріального програмування з випадковими обмеженнями. Спочатку обираються критерії для визначення цільової аудиторії. Оскільки метою є рекламування інноваційних технологій в сфері Інтернет-послуг, то основними критеріями споживачів мають бути: місячний прибуток – більше ніж 4000 грн., статус – кваліфікований спеціаліст, офісний робітник, топ-менеджмент, регіон – Київ та область, вік – 25-44, частота – кожний день і місця використання Інтернету – в офісі та вдома. Наступним кроком є встановлення відносної важливості обраних критеріїв [11, 12].

Критерій місячний прибуток матиме вагу W_1^1 ; вага критерію статус W_2^1 ; критерій регіон матиме вагу W_3^1 ; вага критерію вік W_4^1 ; аналогічно ваги критеріїв частота та місце використання Інтернету мають вагу W_5^1 і W_6^1 відповідно. Ці значення відносної важливості засновані на попередніх даних

управлінських рішень. Значення критеріїв були отримані за допомогою методів аналізу ієрархій [13].

Для здійснення вибору цільової мережі і бюджету, необхідно зафіксувати рекламний бюджет і оптимально його розподілити. Нехай загальний бюджет, що виділяється на рекламування в мережі, дорівнює M_1 . Рекламна інформація має бути розміщена на різних важливих сайтах і рішення приймається згідно наступних пунктів: кількість відвідувачів сайту, кількість доступних видів таргетингу, можливість бачити результати та коригувати хід рекламної кампанії. На підставі цих критеріїв з метою розміщення реклами було обрано 4 банерні мережі та 4 окремі сайти (в

подальшому Сайт 1, Сайт 2, Сайт 3, Сайт 4 та Мережа 1, Мережа 2, Мережа 3, Мережа 4).

Нехай $c_{r1}^1, c_{r2}^1, \dots, c_{r4}^1$ – вартість одного рекламного оголошення в кожній з мереж, r – означає номер, що відповідає формату рекламного оголошення (графічний банер, флеш банер, топлайн, текстове оголошення, бекграунд відповідно). Тобто, r приймає значення від 1 до 5. Нехай $K_1^1, K_2^1, \dots, K_4^1$ – кількість показів протягом доби.

Матриця профілю відвідувачів заснована на випадковій вибірці розміру 1000 в чотирьох обраних мережах представлена в табл. 1.

Таблиця 1

Матриця профілю відвідувачів

	Мережа 1	Мережа 2	Мережа 3	Мережа 4
Прибуток	P_{11}^1	P_{12}^1	P_{13}^1	P_{14}^1
Статус	P_{21}^1	P_{22}^1	P_{23}^1	P_{24}^1
Регіон	P_{31}^1	P_{32}^1	P_{33}^1	P_{34}^1
Вік	P_{41}^1	P_{42}^1	P_{43}^1	P_{44}^1
Частота виходу в мережу	P_{51}^1	P_{52}^1	P_{53}^1	P_{54}^1
Місце виходу в мережу	P_{61}^1	P_{62}^1	P_{63}^1	P_{64}^1

Тут p_{ij}^1 – відсоток відвідувачів Мережі j , які задовольняють i -му критерію.

Нехай x_{rk}^1 для $r=1,2,\dots,5$, $k=1,2,3,4$ є змінними рішення, які відповідають кількості рекламних оголошень в різних мережах. Якщо a_i^1 ($i=1,\dots,4$) означають досяжність до цільової аудиторії рекламного оголошення в відповідних мережах, то

$$a_i^1 = (W_1^1 p_{1i}^1 + W_2^1 p_{2i}^1 + W_3^1 p_{3i}^1 + W_4^1 p_{4i}^1 + W_5^1 p_{5i}^1 + W_6^1 p_{6i}^1) k_i^1, i = \overline{1,4}. \quad (1)$$

Таким чином, цільова функція в цьому випадку може бути представлена у наступному вигляді:

$$Z = \sum_{r=1}^5 (a_1^1 x_{r1}^1 + a_2^1 x_{r2}^1 + a_3^1 x_{r3}^1 + a_4^1 x_{r4}^1) \rightarrow \max,$$

$$\sum_{r=1}^5 (c_{r1}^1 x_{r1}^1 + c_{r2}^1 x_{r2}^1 + c_{r3}^1 x_{r3}^1 + c_{r4}^1 x_{r4}^1) \leq M_1,$$

$$x_{r1}^1 \geq t_{r1}^1, x_{r1}^1 \leq u_{r1}^1, x_{r2}^1 \geq t_{r2}^1, x_{r2}^1 \leq u_{r2}^1, \quad (2)$$

$$x_{r3}^1 \geq t_{r3}^1, x_{r3}^1 \leq u_{r3}^1, x_{r4}^1 \geq t_{r4}^1, x_{r4}^1 \leq u_{r4}^1,$$

$$x_{rk}^1 \geq 0, r = 1, 2, 3, 4, 5, k = 1, 2, 3, 4,$$

де t_{rk}^1 – мінімальна кількість рекламних оголошень різного формату в кожній з чотирьох мереж. Аналогічно, u_{rk}^1 – максимальна кількість рекламних оголошень різного формату в відповідних мережах.

Нехай Сайт 1, Сайт 2, Сайт 3, Сайт 4 є відібраними професійними сайтами і пошуковими системами. Критеріями відбору були популярність та

кількість цільової аудиторії. Є п'ять різних рекламних пакетів, які обираються в залежності від важливості та кількості відвідувань. Припускається, що ціна рекламного оголошення залежить від пакету. Припускається також, що в різні часові проміжки на різних сайтах повинно бути розміщено певну мінімальну та максимальну кількість рекламних оголошень. Обмеження кількості реклами в різні проміжки часу на різних сайтах слід розглядати як різні цілі. Мінімальна і максимальна кількість рекламних оголошень на різних сайтах в різних пакетах визначається менеджерами на основі їх досвіду також попередніх рекламних компаній.

В табл. 2 наведено профіль відвідувачів для різних сайтів і різних часових пакетів s , де s від 1 до 5.

Нехай c_{si}^2 – середня кількість відвідувачів сайтів в часовий проміжок s .

В табл. 2 q_{ij}^{2s} – відсоток відвідувачів Сайту j , які задовольняють i -му критерію.

Нехай $c_{s1}^2, c_{s2}^2, \dots, c_{s4}^2$ – вартість одного рекламного оголошення на кожному з сайтів, s – означає номер, що відповідає часовому пакету. Нехай бюджет, на рекламу на окремих сайтах і пошукових системах дорівнює M_2 . Якщо $a_{si}^2, i=1,\dots,4$ означають досяжність до цільової аудиторії рекламного оголошення на відповідних сайтах і розраховуються за формулами (1), а x_{sk}^2 для $s=1,2,\dots,5$, $k=1,2,3,4$ є змінними рішення, які відповідають кількості рекламних оголошень на кожному із сайтів, в кожному пакеті,

Таблиця 2

Матриця профілю відвідувачів

	Сайт 1	Сайт 2	Сайт 3	Сайт 4
Прибуток	q_{11}^{2s}	q_{12}^{2s}	q_{13}^{2s}	q_{14}^{2s}
Статус	q_{21}^{2s}	q_{22}^{2s}	q_{23}^{2s}	q_{24}^{2s}
Регіон	q_{31}^{2s}	q_{32}^{2s}	q_{33}^{2s}	q_{34}^{2s}
Вік	q_{41}^{2s}	q_{42}^{2s}	q_{43}^{2s}	q_{44}^{2s}
Частота виходу в мережу	q_{51}^{2s}	q_{52}^{2s}	q_{53}^{2s}	q_{54}^{2s}
Місце виходу в мережу	q_{61}^{2s}	q_{62}^{2s}	q_{63}^{2s}	q_{64}^{2s}

то математичне формулювання задачі матиме такий вигляд:

$$Z_2 = \sum_{s=1}^5 (a_{s1}^2 x_{s1}^2 + a_{s2}^2 x_{s2}^2 + a_{s3}^2 x_{s3}^2 + a_{s4}^2 x_{s4}^2) \rightarrow \max,$$

$$\sum_{s=1}^5 (c_{s1}^2 x_{s1}^2 + c_{s2}^2 x_{s2}^2 + c_{s3}^2 x_{s3}^2 + c_{s4}^2 x_{s4}^2) \leq M_2,$$

$$x_{s1}^2 \geq t_{s1}^2, x_{s1}^2 \leq u_{s1}^2, x_{s2}^2 \geq t_{s2}^2, x_{s2}^2 \leq u_{s2}^2, \quad (3)$$

$$x_{s3}^2 \geq t_{s3}^2, x_{s3}^2 \leq u_{s3}^2, x_{s4}^2 \geq t_{s4}^2, x_{s4}^2 \leq u_{s4}^2,$$

$$x_{sk}^2 \geq 0, s = 1, 2, 3, 4, 5, k = 1, 2, 3, 4,$$

де t_{sk}^2 – мінімальна кількість рекламних оголошень в різних часових пакетах на кожному з чотирьох сайтів. Аналогічно u_{sk}^2 – максимальна кількість рекламних оголошень в різних часових пакетах на різних сайтах.

Таким чином, багатоцільову детерміністичну задачу, що об'єднує обидві вищевикладені задачі, можна сформулювати таким чином:

$$Z_1 = \sum_{r=1}^5 (a_1^1 x_{r1}^1 + a_2^1 x_{r2}^1 + a_3^1 x_{r3}^1 + a_4^1 x_{r4}^1) \rightarrow \max,$$

$$Z_2 = \sum_{s=1}^5 (a_{s1}^2 x_{s1}^2 + a_{s2}^2 x_{s2}^2 + a_{s3}^2 x_{s3}^2 + a_{s4}^2 x_{s4}^2) \rightarrow \max,$$

$$\sum_{r=1}^5 (c_{r1}^1 x_{r1}^1 + c_{r2}^1 x_{r2}^1 + c_{r3}^1 x_{r3}^1 + c_{r4}^1 x_{r4}^1) \leq M_1,$$

$$\sum_{s=1}^5 (c_{s1}^2 x_{s1}^2 + c_{s2}^2 x_{s2}^2 + c_{s3}^2 x_{s3}^2 + c_{s4}^2 x_{s4}^2) \leq M_2. \quad (4)$$

Для розв'язання багатоцільової детерміністичної задачі (4), поставленої вище, на основі структури випереджуючих пріоритетів була розроблена модель цільового програмування з випадковими обмеженнями.

Після введення змінних відхилення в бюджетні цільові обмеження (4) модель цільового програмування виглядатиме таким чином:

$$\sum_{r=1}^5 (c_{r1}^1 x_{r1}^1 + c_{r2}^1 x_{r2}^1 + c_{r3}^1 x_{r3}^1 + c_{r4}^1 x_{r4}^1) + n_3 - p_3 = M_1, \quad (5)$$

$$\sum_{s=1}^5 (c_{s1}^2 x_{s1}^2 + c_{s2}^2 x_{s2}^2 + c_{s3}^2 x_{s3}^2 + c_{s4}^2 x_{s4}^2) + n_4 - p_4 = M_2,$$

де n_3, n_4, p_3, p_4 – відповідні негативні і позитивні змінні відхилення для обох цілей. Мінімізація перевищення цілей бюджету забезпечує задоволення цих цілей. Цілі бюджетного обмеження потрібно повністю задовольнити і, як наслідок, вони повинні мати вищий пріоритет. Формулювання в термінах цільового програмування критеріїв мінімальної і максимальної кількості після введення змінних відхилення в (2) і (4) виглядає таким чином:

$$x_{r1}^1 + n_{r3} - p_{r3} = t_{r1}^1, x_{r1}^1 + n_{r3} - p_{r3} = u_{r1}^1,$$

$$x_{r2}^1 + n_{r4} - p_{r4} = t_{r2}^1, x_{r2}^1 + n_{r4} - p_{r4} = u_{r2}^1,$$

$$x_{r3}^1 + n_{r5} - p_{r5} = t_{r3}^1, x_{r3}^1 + n_{r5} - p_{r5} = u_{r3}^1,$$

$$x_{r4}^1 + n_{r6} - p_{r6} = t_{r4}^1, x_{r4}^1 + n_{r6} - p_{r6} = u_{r4}^1,$$

$$x_{s1}^2 + n_{s7} - p_{s7} = t_{s1}^2, x_{s1}^2 + n_{s7} - p_{s7} = u_{s1}^2,$$

$$x_{s2}^2 + n_{s8} - p_{s8} = t_{s2}^2, x_{s2}^2 + n_{s8} - p_{s8} = u_{s2}^2,$$

$$x_{s3}^2 + n_{s9} - p_{s9} = t_{s3}^2, x_{s3}^2 + n_{s9} - p_{s9} = u_{s3}^2,$$

$$x_{s4}^2 + n_{s10} - p_{s10} = t_{s4}^2, x_{s4}^2 + n_{s10} - p_{s10} = u_{s4}^2.$$

Тут $n_{ri}, n_{ri}, p_{ri}, p_{ri}$ є негативними та позитивними змінними відхилення.

Для знаходження детерміністичного еквіваленту для критерію досяжності потрібно виконати наступні дії. Нехай A_1 і A_2 – бажані рівні досяжності першої і другої цільових функцій. Ці бажані рівні можна отримати знайшовши ідеальні розв'язки окремо для першого і другого критеріїв. Максимізацію критерію досяжності можна записати як задачу цільового програмування з випадковими обмеженнями, в якій ймовірність того, що розрахункове значення досяжності до бажаної групи людей буде більше, ніж ідеальний розв'язок (оціночне цільове значення для досяжності) більше, або рівним α або β (деяка прийнятна область значень ймовірності).

$$P\left(\sum_{r=1}^5 \sum_{k=1}^4 a_{rk}^1 x_{rk}^1 \geq A_1\right) \geq \alpha,$$

$$P\left(\sum_{s=1}^5 \sum_{k=1}^4 a_{sk}^2 x_{sk}^2 \geq A_2\right) \geq \beta,$$

де A_1 і A_2 – оціночні значення досяжності.

$$P \left[\frac{\sum_{r=1}^5 \sum_{k=1}^4 a_{rk}^1 x_{rk1}^1 - M(A_1)}{\sqrt{D(A_1)}} \geq \frac{A_1 - M(A_1)}{\sqrt{D(A_1)}} \right] =$$

$$= P \left[\frac{A_1 - M(A_1)}{\sqrt{D(A_1)}} \leq \frac{\sum_{r=1}^5 \sum_{k=1}^4 a_{rk}^1 x_{rk1}^1 - M(A_1)}{\sqrt{D(A_1)}} \right] \geq \alpha,$$

тут $\frac{A_1 - M(A_1)}{\sqrt{D(A_1)}}$ – стандартне нормальне відхилення

із середнім значенням 0 і дисперсією 1.

Нехай e – значення стандартної нормальної змінної при якому $\Phi(e) = \alpha$. Тоді

$$\Phi \left[\frac{\sum_{r=1}^5 \sum_{k=1}^4 a_{rk}^1 x_{rk1}^1 - M(A_1)}{\sqrt{D(A_1)}} \right] \geq \Phi(e) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\sum_{r=1}^5 \sum_{k=1}^4 a_{rk}^1 x_{rk1}^1 - M(A_1)}{\sqrt{D(A_1)}} \geq e \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sum_{r=1}^5 \sum_{k=1}^4 a_{rk}^1 x_{rk1}^1 - M(A_1) - e\sqrt{D(A_1)} \geq 0.$$

Аналогічно, у випадку випадкових обмежень для другого критерію досяжності

$$\sum_{s=1}^5 \sum_{k=1}^4 a_{sk}^2 x_{sk}^2 - M(A_2) - f\sqrt{D(A_2)} \geq 0.$$

Перетворивши ці нерівності у рівняння за допомогою змінних відхилення, отримуємо наступні цільові рівняння:

$$\sum_{r=1}^5 \sum_{k=1}^4 a_{rk}^1 x_{rk1}^1 + n_1 - p_1 = M(A_1) + e\sqrt{D(A_1)},$$

$$\sum_{s=1}^5 \sum_{k=1}^4 a_{sk}^2 x_{sk}^2 + n_2 - p_2 = M(A_2) + f\sqrt{D(A_2)},$$

де e та f – такі значення стандартних нормальних відхилень, для котрих $\Phi(e) = \alpha$, $\Phi(f) = \alpha$.

Для цієї моделі була розроблена така структура випереджуючих пріоритетів.

Пріоритет 1. Обмеження максимальної кількості рекламних оголошень на різних майданчиках було розташовано в першому пріоритетному рівні, оскільки будь-яке значення величини досяжності до цільової групи можливо, досягти тільки збільшуючи кількість рекламних оголошень. Тоді повинні бути деякі критерії вищого пріоритету ніж критерій досяжності, який потрібно обмежити, щоб досягти будь-якого рівня значення.

Пріоритет 2. Бюджетні цілі як для мереж, так і для окремих сайтів.

Пріоритет 3. Для того, щоб максимізувати критерій досяжності, потрібно мінімізувати недодосяжність як критерію (5), так і (6) на третьому пріоритетному рівні.

Пріоритет 4. Мінімальна кількість рекламних оголошень на різних майданчиках. Ці критерії задовольняються завдяки мінімізації недодосягнення всіх цілей на четвертому пріоритетному рівні.

Таким чином, після об'єднання критеріїв початкову багатокритеріальну задачу цільового програмування (2) можна записати таким чином:

Знайти x_{rk}^1, x_{sk}^2 , такі, щоб:

мінімізувати

$$P_1 \left\{ \begin{aligned} &\sum_{r=1}^5 (p_{r3} + p_{r4} + p_{r5} + p_{r6} + p_{r7}) + \\ &+ \sum_{s=1}^5 (p_{s8} + p_{s9} + p_{s10} + p_{s11} + p_{s12}) \end{aligned} \right\}, P_2(p_3 + p_4),$$

$$P_3(n_1 + n_2), P_4 \left\{ \begin{aligned} &\sum_{r=1}^5 (n_{r3} + n_{r4} + n_{r5} + n_{r6} + n_{r7}) + \\ &+ \sum_{s=1}^5 (n_{s8} + n_{s9} + n_{s10} + n_{s11} + n_{s12}) \end{aligned} \right\},$$

так, щоб

$$\sum_{r=1}^5 \sum_{k=1}^4 a_{rk}^1 x_{rk1}^1 + n_1 - p_1 = M(A_1) + e\sqrt{D(A_1)},$$

$$\sum_{s=1}^5 \sum_{k=1}^4 a_{sk}^2 x_{sk}^2 + n_2 - p_2 = M(A_2) + f\sqrt{D(A_2)}$$

при обмеженнях

$$\sum_{r=1}^5 (c_{r1}^1 x_{r1}^1 + c_{r2}^1 x_{r2}^1 + c_{r3}^1 x_{r3}^1 + c_{r4}^1 x_{r4}^1) + n_3 - p_3 = M_1,$$

$$\sum_{s=1}^5 (c_{s1}^2 x_{s1}^2 + c_{s2}^2 x_{s2}^2 + c_{s3}^2 x_{s3}^2 + c_{s4}^2 x_{s4}^2) + n_4 - p_4 = M_2,$$

$$x_{r1}^1 + n_{r3} - p_{r3} = t_{r1}^1, x_{r1}^1 + n_{r3}^1 - p_{r3}^1 = u_{r1}^1,$$

$$x_{r2}^1 + n_{r4} - p_{r4} = t_{r2}^1, x_{r2}^1 + n_{r4}^1 - p_{r4}^1 = u_{r2}^1,$$

$$x_{r3}^1 + n_{r5} - p_{r5} = t_{r3}^1, x_{r3}^1 + n_{r5}^1 - p_{r5}^1 = u_{r3}^1,$$

$$x_{r4}^1 + n_{r6} - p_{r6} = t_{r4}^1, x_{r4}^1 + n_{r6}^1 - p_{r6}^1 = u_{r4}^1,$$

$$x_{s1}^2 + n_{s7} - p_{s7} = t_{s1}^2, x_{s1}^2 + n_{s7}^1 - p_{s7}^1 = u_{s1}^2,$$

$$x_{s2}^2 + n_{s8} - p_{s8} = t_{s2}^2, x_{s2}^2 + n_{s8}^1 - p_{s8}^1 = u_{s2}^2,$$

$$x_{s3}^2 + n_{s9} - p_{s9} = t_{s3}^2, x_{s3}^2 + n_{s9}^1 - p_{s9}^1 = u_{s3}^2,$$

$$x_{s4}^2 + n_{s10} - p_{s10} = t_{s4}^2, x_{s4}^2 + n_{s10}^1 - p_{s10}^1 = u_{s4}^2,$$

n та p з різними нижніми індексами є негативними і позитивними змінними відхилення і більшими, або такими, що дорівнюють нулю.

Висновки

В даній статті було розглянуто задачу про використання різних майданчиків для розміщення

реклами. Припускалось, що рекламні оголошення досягнуть максимальної кількості потенційних клієнтів. Було розроблено багатоцільову модель з невідзначеністю щодо досяжності до цільової аудиторії. Параметр, що пов'язаний з досяжністю, розглядався як випадкова величина з відомими математичним сподіванням і середнім квадратичним відхиленням. Була розроблена модель цільового програмування з випадковими обмеженнями. Бажаний рівень цілей був обраний їх ідеальним розв'язком. Задачу було розв'язано за допомогою методу випереджуючих пріоритетів. Була повністю досягнута мета для перших трьох пріоритетів і частково задовільнено мету четвертого пріоритету. Основна мета, що полягає в максимізації досяжності до цільової аудиторії як для мереж, так і для окремих сайтів, була повністю досягнута. В повному обсязі було виконано бюджетні обмеження. Але мета мінімізації кількості рекламних повідомлень була досягнута лише частково.

Дана модель може бути використана в інтерактивному режимі завдяки зміні рівня бажаної досяжності у відповідності до вимог особи, яка приймає рішення. Якщо потрібно врахувати час між появою рекламних оголошень, то відповідну модель можна розглядати як модель динамічного програмування.

Список літератури

1. Charnes A. *Deterministic equivalents for optimizing and satisfying under chance constraints* / A. Charnes, W.W. Cooper // *Operations Research* 11, 1963. – P. 18-39.
2. Charnes A. *Optimal estimation of executive compensation by linear programming* / A. Charnes, W.W. Cooper, R. Ferguson // *Management Sciences* 1, 1955. – P. 138-151.
3. Charnes A. *A goal programming model for media planning* / A. Charnes, W.W. Cooper, J.K. DeVoe, D.B. Learner // *Management Science* 14, 1968. – P. 422-430.

4. De Kluver C.A. *Hard and soft constraints in media scheduling* / C.A. De Kluver // *Journal of Advertisement Research* 18, 1978. – P. 27-31.

5. Lee N.K. *An MCDM model for media selection in the dual consumer / industrial market* / N.K. Lee, Chang Won, Kim, Ji Hee // *European Journal of Operational Research* 166, 2005. – P. 255-265.

6. Fruchter G.E. *Dynamic promotional budgeting and media allocation* / G.E. Fruchter, S. Kalish // *European Journal of Operational Research* 111 (1), 1998. – P. 15-27.

7. Keown A.J. *Integer goal programming in advertising media selection* / A.J. Keown, C.P. Duncan // *Decision Sciences* 10, 1979. – P. 577-592.

8. Klein B. *The role of market forces in assuring contractual performance* / B. Klein, K.B. Leffler // *Journal of Political Economy*. – 1981. – Vol. 89. – No 4. – P. 615-641.

9. Mitra. *Toward a Reconciliation of Market Power and Information Theories of Advertising Effects on Price Elasticity* / Mitra, Anusree, J.G. Jr. Lynch // *Journal of Consumer Research*. – 1995. – No. 21. – P. 644-659.

10. Narasimhan, Chakravarthi. *Competitive Promotional Strategies* / Narasimhan, Chakravarthi // *Journal of Business*. – 1988. – No. 61. – P. 427-449.

11. Zgurovsky M.Z. *Group Incomplete Paired Comparisons with Account of Expert Competence* / M.Z. Zgurovsky, V.G. Totsenko, V.V. Tsyganok // *Mathematical and Computer Modelling*. – 2004, Febr. – Vol. 39, N 4-5. – P. 349-361.

12. Циганок В.В. *Комбінаторний алгоритм парних порівнянь зі зворотним зв'язком з експертом* / В.В. Циганок // *Реєстрація, зберігання і обробка даних*. – 2000. – Т. 2. – № 2. – С. 92-102.

13. Экспериментальное исследование методов получения кардинальных экспертных оценок альтернатив. Ч. I. *Методы без обратной связи с экспертом* / В.Г. Тоценко, В.В. Циганок., П.Т. Качанов и др. // *Проблемы управления и информатики*. – 2003. – № 1. – С. 34-48.

Надійшла до редколегії 6.10.2015

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Ю.В. Кравченко, Київський національний університет ім. Тараса Шевченка, Київ.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТАРГЕТИНГОВОГО РАЗМЕЩЕНИЯ РЕКЛАМЫ ПРИ НЕПРЕРЫВНОМ РЕКЛАМИРОВАНИИ

О.В. Барабаш, Г.В. Шевченко

Рассматривается задача отбора оптимального количества рекламы на разных Интернет-ресурсах. Отображается необходимость нахождения объем рекламных объявлений, которые нужно разместить на разных площадках в пределах допустимого бюджета для того, чтобы максимизировать охват целевой аудитории. В качестве площадок в статье рассматривались различные интернет ресурсы и разные формы рекламы. Ценовые аспекты для разных форматов рекламных объявлений определялись путем наблюдений. Задача сформулирована, как задача целевого программирования с многокритериальными случайными ограничениями.

Ключевые слова: случайная величина, упреждающие приоритеты, метод экспертных оценок, стохастическое программирование, целевая функция.

MATHEMATICAL MODEL OF TARGETING ADVERTISEMENT ALLOCATION UNDER CONTINUOUS ADVERTISING

O.V. Barabash, G.V. Shevchenko

In order to solve the problem of strategic decision-making on the duality market high-tech products, a mixed integer goal programming model is developed to facilitate the advertising media selection process. The problem of selecting the optimal number of advertisements in various media was considered. It is necessary to find the volume of advertising, which is to be placed in various websites, within acceptable budget to maximize reach to the desired target audience. The media considered in this paper are different internet resources and different forms of advertisements. The cost aspects for the different advertisement formats were identified due considerations. The problem was formulated as a multi-objective chance constraints goal programming model.

Keywords: the random variables, the reach to the target audience, determination of the priorities, analysis of the hierarchies, stochastic programming.