УДК 519.7

Л.В. Шабанова-Кушнаренко

Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков

ПОСТРОЕНИЕ ПРЕДИКАТНОЙ АКСИОМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ МЕТРИКИ НА ПРОСТРАНСТВЕ ПРЕЦЕДЕНТОВ

Метод получения решения, основанного на прецедентах, в отличие от логического вывода, основан на поиске и анализе случаев решения задач, подобных заданной. Обобщение прецедентов влечет за собой существенное усложнение вычислений на этапе подбора ближайшего прецедента, поскольку поиск по базе знаний ведется не по полным отдельным описаниям прецедента, а по факторизованным классам структурных частей множества подобных прецедентов. Подзадача сравнения прецедентов обычно решается с помощью мер (метрик) подобия – функций, вычисляющих количественное сходство прецедента из базы знаний и новой задачи.

Ключевые слова: *динамический процесс, прецедент, сети Петри, темпоральный атрибут, логика Аллена, предикатная модель, компараторная идентификация.*

Введение

Современные информационные системы требуют разработки методов моделирования сложных динамических процессов.

Исследования экспертных способов решения задач привело к созданию метода получения решения, основанного на прецедентах (CBR). Этот метод основан на поиске и анализе подобных случаев решения задач.

Метод, основанный на прецедентах, требует адаптации найденных решений к новым свойствам и условиям выполнения заданной задачи.

Для моделирования динамических процессов используются модифицированные сети Петри (СП), позволяющие учитывать временные зависимости и неопределенность в имеющейся информации. Для ИСППР разработаны цветные сети Петри (ЦСП) с поддержкой темпоральной логики Аллена. В цветных сетях Петри реального времени (ЦСП РВ) используется модель времени, позволяющая моделировать приоритеты задач и таймауты.

Темпоральные атрибуты прецедентов могут быть двух типов - количественные (метрические) – когда для представления времени используются интервальное или точечное представление; качественные – когда используется только относительное положение во времени событий или действий [1]. В информационных системах реального времени часто удобно учитывать и количественные, и качественные типы темпоральных атрибутов прецедентов. С этой целью используется темпоральная интервальная логика Аллена [2].

Логика Аллена оперирует только с временными интервалами, точечного представления времени в ней нет, что ограничивает ее возможности и усложняет работу с темпоральными БД.

1. Предикатная модель метрики на пространстве прецедентов

Пусть N и N' – n-мерные арифметические пространства, связанные гомеоморфизмом φ: $N \to N'$, который взаимно однозначно и взаимно непрерывно отображает пространство N на пространство N'. Точка $x' \in N'$ называется образом точки $x \in N$, если $x' = \varphi(x)$, а пространство N' – образом пространства N. Пусть, кроме того, $r(x', y')$ – евклидово расстояние между точками x', y’ пространства N', определяемое равенством:

$$r(x', y') = \\ = \sqrt{(\xi'_1 - \eta'_1)^2 + (\xi'_2 - \eta'_2)^2 + \ldots + (\xi'_n - \eta'_n)^2}, \quad (1)$$

где $\xi'_1, \xi'_2, \ldots, \xi'_n$ и $\eta'_1, \eta'_2, \ldots, \eta'_n$ – координаты точек x' и y' в пространстве N'.

Рассмотрим предикат Ф на N^4, определяемый выражением:

$$\Phi(x_1, y_1, x_2, y_2) = \\ = D(r(\varphi(x_1), \varphi(y_1)), \ r(\varphi(x_2), \varphi(y_2))). \quad (2)$$

Здесь символ D обозначает предикат равенства, заданный на декартовом квадрате вещественной полуоси $[0,\infty)$, рассматриваемой как множество всех расстояний между точками пространства N'. Предикат вида (2) устанавливает, равны или нет расстояния между образами точек x_1, y_1 и x_2, y_2.

Будем говорить, что предикат Ф метризует пространство N'.

В формальной постановке задача структурной метризации пространства N' формулируется следующим образом.

Дано n-мерное арифметическое пространство N с определенными на нем операциями сложения векторов и умножения вещественного числа на вектор.

На N^4 определен предикат $\Phi(x_1, y_1, x_2, y_2)$. Требуется сформулировать такую систему A свойств предиката Ф, при выполнении которой предикат Ф можно было бы представить в виде (2). Вместе с тем, если хотя бы одно из свойств системы A для предиката Ф не выполняется, то его нельзя будет представить в виде (2). Задача параметрической метризации пространства N' сводится к отысканию конкретного вида функции φ, извлекаемого из значений предиката Ф.

Интерпретация задачи метризации пространства естественно возникает при автоматическом управлении объектами. Пусть некоторый объект преобразует входные сигналы из m-мерного векторного пространства M в выходные сигналы арифметического пространства N меньшей или той же размерности N. Выходной сигнал представлен набором числовых параметров, по которым осуществляется управление объектом. Управление ведется по расстоянию r между текущим выходным сигналом и некоторым эталонным набором чисел, которые могут меняться во времени.

Цель управления объектом состоит в том, чтобы, меняя его параметры, постоянно держать выходной сигнал объекта достаточно близким к эталонному. При этом важно, чтобы фактическая точность такого приближения находилась в заранее заданных пределах. Как показывает практика управления объектами, заданная точность сравнения текущего сигнала с эталонным обычно не остается постоянной и меняется вместе с изменением эталонного сигнала.

Например, текущий сигнал требуется сравнивать с малым эталонным сигналом обычно с меньшей ошибкой, чем при высоком уровне эталонного сигнала.

Трудно рассчитывать на то, чтобы естественным образом формируемое объектом управления пространство выходных сигналов всегда само собой удовлетворяло указанному выше требованию. Поэтому пространство выходных сигналов обычно нуждается в некотором "исправлении". Стандартный прием такого исправления состоит в том, что пространство выходных сигналов деформируют, причем с таким расчетом, чтобы равным геометрическим расстояниям между точками пространства после его деформации всегда соответствовала одинаковая их удаленность друг от друга в некотором содержательном смысле, диктуемом соображениями, направленными на достижение максимальной эффективности процесса управления объектом. Для этого придется растянуть те области пространства, внутри которых точность сравнения фактического выходного сигнала объекта с эталонным недостаточна, и сжать те области, где эта точность избыточна.

2. Система свойств предикатной модели метрики

Ниже формулируются некоторые свойства метризующего предиката Ф, которые могут быть использованы при построении аксиоматической теории компараторной идентификации метризующего отображения. Очевидно, что любой предикат Ф вида (2) рефлексивен, симметричен и транзитивен относительно пар точек, для которых определяется расстояние *r* между их образами по формуле (1). Таким образом, приходим к следующим трем свойствам, которым подчиняется предикат Ф: закону парной рефлексивности

$$\forall x,\, y \in N\ \Phi(x, y, x, y); \tag{3}$$

закону парной симметричности

$$\forall x_1, y_1, x_2, y_2 \in N\ \Phi(x_1, y_1, x_2, y_1) \supset \supset \Phi(x_2, y_2, x_1, y_1)); \tag{4}$$

закону парной транзитивности

$$\forall x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3 \in N\ \Phi(x_1, y_1, x_2, y_2) \wedge \wedge \Phi(x_2, y_2, x_3, y_3) \supset \Phi(x_1, y_1, x_3, y_3)). \tag{5}$$

Евклидово расстояние r обладает симметрией [3], это означает, что r(x', y')=r(y', x') для любых x', y'∈N'. Поэтому для метризующего предиката справедлив закон одиночной симметричности

$$\forall x_1, y_1, x_2, y_2 \in N\ \Phi(x_1, y_1, x_2, y_2) \supset \supset \Phi(x_2, y_2, x_1, y_1)). \tag{6}$$

Евклидово расстояние r удовлетворяет также аксиоме тождества. Это означает, что расстояние r(x', y') между любыми совпадающими точками x'=y' пространства N' должно равняться нулю. Кроме того, если x' и y' таковы, что r(x', y')=0, то всегда x'=y'. Отсюда непосредственно вытекают следующие свойства метризующего предиката: первый закон тождества

$$\forall x,\, y \in N\ \Phi(x, x, y, y) \tag{7}$$

и второй закон тождества

$$\forall x,\, x_1,\, y_1 \in N\ \Phi(x, x, x_1, y_1) \supset (x_1 = y_1). \tag{8}$$

Рассмотрим предикат R на N^3, значения которого определяются через значения предиката Ф при любых x, y, z∈N следующим образом:

$$R(x, y, z) = \Phi(x, z, z, y) \wedge \forall t \in N(\Phi(x, t, t, y) \wedge \wedge \Phi(z, x, x, t) \supset z = t). \tag{9}$$

Равенство R(x, y, z)=1 означает, что точка φ(z) лежит посередине отрезка прямой, соединяющего точки φ(x) и φ(y) в пространстве N'. В самом деле, из условия R(x, y, z)=1 согласно (2.8) следует, что:

а) Ф(x, z, z, y)=1,

б) ∀t∈N (Ф(x, t, t, y)∧Ф(z, x, x, t) ⊃ z=t)=1.

Утверждение а) означает, что точка φ(z) равноудалена от точек φ(x) и φ(y). Утверждение б), взятое вместе с утверждением а), означает, что если какая-то точка φ(t) равноудалена от точек φ(x) и φ(y) на такое расстояние, что и точка φ(z) от точек φ(x) и φ(y) то точка φ(t) всегда совпадает с точкой φ(z). Таким образом, точка φ(z) делит пополам отрезок прямой, соединяющий точки φ(x) и φ(y).

Сказанное иллюстрируется для случая двумерного пространства диаграммой, изображенной на рис. 1.

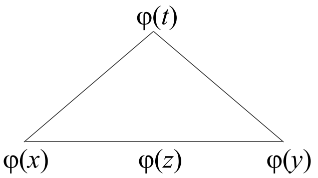

Рис. 1. Диаграмма для равенства R(x, y, z)=1
(в двумерном пространстве)

Пусть φ(t) – точка, лежащая на расстоянии r от точек φ(x) и φ(y). Такая точка единственна, если она лежит на середине отрезка прямой, соединяющего точки φ(x) и φ(y). На диаграмме эта единственная точка обозначена символом z. Если же точка φ(t) не совпадает с точкой φ(z), то всегда найдется еще одна точка $\varphi(t_1)\neq\varphi(t)$, которая так же, как и точка φ(t), лежит на расстоянии r от точек φ(x) и φ(y).

Равенство же R(x, y, z)=0 означает, что точка φ(z) не лежит на середине отрезка прямой, соединяющего точки φ(x) и φ(y). В самом деле, если R(x, y, z)=0, то условие а) или условие б) не выполняется. В первом случае точка φ(z) не лежит посередине отрезка прямой, соединяющего точки φ(x) и φ(y), во втором случае точка φ(z) не лежит на этом отрезке. Таким образом, отношение, соответствующее предикату R(x, y, z), задает операцию отыскания средней точки φ(z) между точками φ(x) и φ(y) пространства N'. Эту операцию назовем внутренним равноделением точек x и y. Для нее, очевидно, выполняются свойства всюду определенности

$$\forall x, y\in N\ \exists z\in N\ R(x, y, z) \tag{10}$$

и однозначности

$$x, y, z, z_1 \in N(R(x,y,z)\wedge \wedge R(x,y,z_1)\supset z=z_1). \tag{11}$$

Операцию внутреннего равноделения точек x и y, которая ставит им в соответствие точку z, обозначим кружком: z=xoy. Она определена на N^2 со значениями в множестве N. Из определения предиката Φ с очевидностью следует, что в арифметическом пространстве N для любых двух точек x и y всегда найдется единственная точка z, такая что точка y будет результатом внутреннего равноделения интервала между точками x и z. Эту операцию назовем внешним равноделением точек x и y, обозначая ее звездочкой: z=x*y. Последнее равенство равносильно равенству x*z=y. Внешнее равноделение обладает свойством всюду определенности

$$\forall x, y\in N\ \exists z\in N\ R(x, z, y) \tag{12}$$

и свойством однозначности

$$\forall x, y\in N\ R(x, z, y)\wedge R(x, z_1, y)\supset z=z_1). \tag{13}$$

Очевидно, что операция внутреннего равноделения обладает свойствами коммутативности

$$\forall x, y\in N\ (xoy=yox) \tag{14}$$

и идемпотентности

$$\forall x, y\in N\ (xox=x). \tag{15}$$

Заметим, что свойство (14) логически следует из свойств (3), (6) и (8). Действительно, согласно определению (9) предиката R имеем:

$$R(x, x, x)=\Phi(x, x, x, x)\wedge\forall t\in N$$
$$\Phi(x, t, t, x)\wedge\Phi(x, x, x, t)\supset x=t).$$

По закону парной рефлексивности (3) находим: Φ(x, x, x, x)=1. По законам парной симметричности (6) имеем: Φ(x, t, t, x)=1. По второму закону тождества (8) из Φ(x, x, x, t) следует x=t. Поэтому R(x, x, x)=1 $\forall t\in N\ (1\wedge\Phi(x, x, x, t)\supset x=t)=1$, а значит, xox=x.

Из зависимостей (1) и (2), определяющих метризующий предикат Φ, следует, что непрерывное изменение положения точек x, y в пространстве N влечет непрерывное изменение положение точек xoy и x*y, являющихся результатом их внутреннего и внешнего равноделения. Соответственно этому имеет место свойство непрерывности операций xoy и x*y:

$$\text{функции } xoy \text{ и } x*y \text{ непрерывны по совокупности переменных } x \text{ и } y. \tag{16}$$

Имеется в виду непрерывность, индуцируемая евклидовой метрикой в пространстве N.

В любом четырехугольнике n-мерного арифметического пространства N' отрезки прямых, соединяющие середины противоположных сторон, пересекаются в точке 0, которая делит их пополам [4]. Это свойство иллюстрируется в двумерном случае на рис. 2.

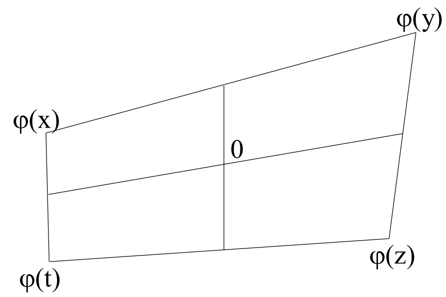

Рис. 2. Двумерный случай рассматриваемого свойства четырехугольника

Его истинность вытекает из тождества

$$\frac{\frac{\varphi(x)+\varphi(y)}{2}+\frac{\varphi(z)+\varphi(t)}{2}}{2}=\frac{\frac{\varphi(t)+\varphi(x)}{2}+\frac{\varphi(y)+\varphi(z)}{2}}{2}.$$

Отсюда следует свойство четырехугольника

$$\forall x, y, z, t \in N((xoy)o(zot)=(tox)o(yoz)). \tag{17}$$

Выражения (9) – (17) задают свойства предиката Φ, несмотря на то, что имя этого предиката в них не фигурирует. Это вытекает из того, что предикат R выражается зависимостью (1) через предикат Φ, а операция о определяется предикатом R. Таким образом, выражения (9)-(17) представляют собой сокращенную запись свойств предиката Φ.

Все эти выражения можно при желании записать в виде высказываний, зависящих только от предиката Φ, если заменить в них предикат R и операцию о через предикат Φ.

3. Метод построения метризующего отображения

Экспериментальным путем можно построить значения функции φ лишь в конечном числе точек, т.е. на некоторой n-мерной конечной сетке. Удобнее строить не само отображение φ, а обратное ему отображение φ^{-1}, которое всегда существует. При n=2 это можно сделать следующим способом. Выберем произвольным образом положительное число e, задающее размер ячейки сетки. При его выборе следует учесть, что уменьшение числа e ведет к более детальному определению метризующего отображения φ, но вместе с тем и к увеличению числа необходимых экспериментов.

Построим на плоскости N' сетку из равносторонних треугольников со стороной длины. Пусть $a'_{11}a'_{12}a'_{13}$ – какой-либо из этих треугольников. Выберем на плоскости N произвольную точку a'_{11} и положим $\varphi^{-1}(a_{11})=a_{11}$. Произвол в выборе точки a_{11} отвечает произволу в выборе нулевой точки для пространства N^*. Далее, выберем произвольно точку $a_{12}\neq a_{11}$ и положим $\varphi^{-1}(a'_{12})=a_{12}$. Произвол в выборе точки a_{12} отражает возможность произвольного выбора масштаба и направления одной из координатных осей пространства N^*. Выберем точку a_{13} так, чтобы $\Phi(a_{11}, a_{13}, a_{12}, a_{13}) = \Phi(a_{11}, a_{12}, a_{12}, a_{13}) = 1$, что обеспечивает равенство расстояний $r(a'_{11}, a'_{13})$, $r(a'_{12}, a'_{13})$ и $r(a'_{11}, a'_{12})$. Точек, удовлетворяющих этому условию, две. Выбор соответствует сохранению ориентации вершин треугольника $a'_{11}a'_{12}a'_{13}$ при отображении φ^{-1}. Другой возможный выбор (точка a_{23} взамен a_{13}) означал бы применение зеркального отражения по отношению к первому варианту. Полагаем $\varphi^{-1}(a'_{13})=a_{13}$. Дальнейшее построение узлов сетки на плоскости N однозначно. Например, прообразом точки a'_{22}, определенной условиями $r(a'_{22}, a'_{11}) = r(a'_{22}, a'_{13}) = r(a'_{11}, a'_{13})$, $a'_{22}\neq a'_{12}$, является точка a_{22}, определенная условиями $\Phi(a_{22}, a_{11}, a_{22}, a_{13}) = \Phi(a_{22}, a_{11}, a_{11}, a_{13}) = 1$, $a'_{22}\neq a'_{12}$. Аналогично строятся точки a_{21} и a_{23}.

Вывод

В статье разработан метод компараторной идентификации метрики на прецедентах, которая описывается метризующим предикатом Φ, введенным аксиоматически.

Список литературы

1. *Еремеев А.П. Модели представления временных зависимостей в интеллектуальных системах поддержки принятия решений / А.П. Еремеев, В.В. Троицкий // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 2003. – № 5. – С. 75-88.*

2. *Allen J.F. Maintaining knowledge about temporal intervals / J.F. Allen // Communications of the ACM. – 1983. – V. 26. – n. 11. – P. 832-843.*

3. *Люстерник Л.А. Элементы функционального анализа / Л.А. Люстерник, В.И. Соболев. – М.: Наука, 1965. – 520 с.*

4. *Бондаренко М.Ф. О системе условий линейности предиката / М.Ф. Бондаренко, Ю.П. Шабанов-Кушнаренко, С.Ю. Шабанов-Кушнаренко // Біоніка інтелекту: Наук.-техн. журнал. – 2011. – № 2. – С. 52-64.*

Поступила в редколлегию 23.10.2015

Рецензент: д-р техн. наук, проф. С.Ф. Чалый, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.

ПОБУДОВА ПРЕДИКАТНОЇ АКСІОМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ МЕТРИКИ У ПРОСТОРІ ПРЕЦЕДЕНТІВ

Л.В. Шабанова-Кушнаренко

Метод отримання рішення, заснованого на прецедентах, на відміну від логічного висновку, заснований на пошуку та аналізі випадків вирішення завдань, подібних заданої. Узагальнення прецедентів тягне за собою істотне ускладнення обчислень на етапі підбору найближчого прецеденту, оскільки пошук у базі знань ведеться не за повним окремим описам прецеденту, а за факторізованими класами структурних частин множини подібних прецедентів. Підзадача порівняння прецедентів зазвичай вирішується за допомогою метрики подоби – функції, що обчислює кількісну схожість прецеденту з бази знань і нового завдання.

Ключові слова: *динамічний процес, прецедент, мережі Петрі, темпоральний атрибут, логіка Аллена, предикатна модель, компараторного ідентифікація.*

BUILDING METRICS PREDICATE AXIOMATICAL MODEL FOR CASE-BASED REASONING

L.V. Shabanova-Kushnarenko

The method of obtaining a solution based on case law, in contrast to the inference based on the search and analysis of cases of solving problems such as a given. Generalization precedent entails significant computational complexity at the stage of selection of the nearest precedent, since the search for the knowledge base being not fully separate case descriptions and factored classes of structural parts of many such cases. Sub-task comparison precedents usually solved by means of measures (metrics) similarity – functions, calculate the quantitative similarity of precedent knowledge and new challenges.

Keywords: *dynamic process, CBR, Petri nets, temporal attribute logic Allen predicate model comparator identification.*