

# Математичні моделі та методи

УДК 004.65

О.В. Барабаш, Н.М. Берназ

*Державний університет телекомунікацій, Київ*

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ СТІЙКОСТІ МОБІЛЬНИХ СИСТЕМ

*В статті запропонована математична модель забезпечення функціональної стійкості мобільних систем, що базується на основі законів математичної логіки. Дана модель дає можливість достатньо загальним способом описати засоби, які забезпечують функціональну стійкість мобільних систем і не залежать від специфіки кожного конкретного середовища. Крім того, запропоновані правила перетворення цих логічних отисів, завдяки яким можна модифікувати логічні формули в залежності від того чи іншого середовища.*

**Ключові слова:** функціональна стійкість, мобільна система, математична модель, аутентифікація, адаптація системи.

### Вступ

Інтенсивний розвиток комп'ютерних систем та мереж, їх масове використання у всіх сферах людської діяльності приводить до значної інформаційної залежності технологічних процесів, сфери обслуговування та фізичних осіб від цих засобів. Це призводить до того, що інформаційні мережі, які використовуються для зберігання інформації, обміну інформацією та розв'язування життєво важливих задач у всіх сферах людської діяльності, можуть стати об'єктом зловживань зі сторони зацікавлених осіб та об'єктом кримінальних злочинів. Тому, необхідність розробки нових моделей і методів забезпечення функціональної стійкості мобільних систем від зовнішніх впливів є надзвичайно важливою.

В даний час дослідження в цій галузі проводяться досить інтенсивно в нашій країні та закордоном. Однак, в існуючих технологіях живучості інформаційних систем переважає апостеріорний підхід до реалізації засобів протидії зовнішньому впливу і модифікації, джерелом якого є історичні уявлення про пасивні методи, як основні засоби стійкості. Зі зміною природи об'єктів, із зміною способів їх функціонування такий підхід до реалізації засобів від інформаційного впливу представляється досить архаїчним.

#### Постановка завдання в загальному вигляді.

На сьогоднішній день актуальною задачею є оснащення діючих інформаційних систем засобами стійкості, а також адаптація цих засобів до умов та вимог, що можуть змінюватися в процесі їх експлуатації [10]. Тому, для вирішення цих задач необхідно провести дослідження в галузі створення функціонально стійких мобільних систем, які б володіли властивостями універсальності, можливістю перенесення в різні обчислювальні середовища та адаптації

до вимог, що визначають необхідний рівень функціональної стійкості системи.

Важливим питанням, що не досліджується в сучасних роботах, є математичний опис функціонально стійких мобільних систем таким чином, мобільна система могла пристосовуватись в автоматичному режимі до особливостей нового середовища.

В статті запропоновано математична модель функціонально стійкої мобільної мережі. Дана модель побудована з використанням основних законів логіки.

**Аналіз основних публікацій.** Проблема живучості та функціональної стійкості складних інтелектуальних систем досліджувалась в роботах О.А. Машкова [1], В.А. Машкова [2], В.А. Гуляєва [3]. Ключові положення теорії тестового діагностування потім були розвинені в роботах О.В. Барабаша [4 – 7], Ю.В. Кравченка [8], В.А. Савченка [9] та інших. Разом з тим, очевидно є залежність моделей і методів що забезпечують функціональну стійкість від предметної області їх застосування.

**Метою даної статті** є побудова математичної моделі, яка описує процес забезпечення функціонально стійкої мобільної мережі.

### Основна частина

Розглянемо можливі підходи до формального опису функціонально стійких мобільних систем. Оскільки найбільш широко використовуються засоби ідентифікації і аутентифікації користувачів, то розглянемо основні принципи забезпечення мобільності на прикладі компоненти ідентифікації і аутентифікації користувачів. Особливістю цієї компоненти є її висока універсальність по відношенню до програмного і апаратного середовища, оскільки вона взаємодіє з прикладною системою тільки на рівні допуску або не допуску до прикладної системи зов-

нішнього втручання. Розглянемо можливий підхід до формального опису такої характеристики функціонально стійкої мобільної системи як адаптованість, яка може бути записана у вигляді наступного співвідношення:

$$A = F[P_i(X_1, X_2, \dots, X_n), W_i(Y_i)], \quad (1)$$

де  $P_i(X_1, X_2, \dots, X_n)$  – система паролів або санкціонованих ідентифікаторів,  $W_i(Y_i)$  – зовнішнє втручання з запропонованим ідентифікатором  $F$ ,  $Y_i$  – функція розпізнавання допустимості  $Y_i$  в рамках  $P_i$ . В найпростішому випадку  $P_i(X_1, X_2, \dots, X_n)$  може представляти собою список паролів, а  $X_1, X_2, \dots, X_n$ ,  $W_i$  – може представляти собою опис пароля,  $F$  – може представляти собою функцію перебору і порівняння.

Використовуючи апарат математичної логіки, розглянемо можливий варіант опису компонент функціонально стійкої мобільної системи у вигляді рядка логічного виразу:

$$\vartheta = \lambda_1 * \lambda_2 * \lambda_3 * \dots * \lambda_j * \dots * \lambda_i * \dots * \lambda_k,$$

де  $\lambda_i$  – логічні формули, що описують  $i$ -й фрагмент заданої компоненти  $i$ , при необхідності, містять функціональні терми:  $*$  – логічна операція  $\&$  або  $\vee$ . Для опису операторів перевірки умови та переходу, які можуть бути присутніми, рядок логічного виразу  $\vartheta$  будемо розмічати міткою  $\xi_j$ , якщо в цю точку очікується перехід. Наприклад, нехай після  $\lambda_i$  очікується перехід на  $\lambda_j$ , при  $i > j$ . В цьому випадку рядок буде мати наступну розмітку:

$$\lambda_1 * \dots * (\xi_j)(\lambda_j) * \dots * (\lambda_i \Rightarrow \xi_j) * \dots * \lambda_k.$$

Перехід  $\lambda_i \Rightarrow \xi_j$  буде здійснюватися при виконанні умов, що описуються в  $\lambda_i$ . Розмітка  $\xi_j$  буде виділятися дужками і буде стояти перед тим з фрагментів, з якого починається повторне виконання програми. Фрагмент переходу на  $\xi_j$  може не співпадати з  $\xi_i$ . В цьому випадку найпростіший варіант реалізації (1) для компоненти ідентифікації запишеться у вигляді:

$$\begin{aligned} A &= F[P_i(X_1, X_2, \dots, X_n), W_i(Y_i)] = \\ &= \{ \forall i(\xi_i) [ [(X_i = Y_i) \rightarrow (F_i = I)] \rightarrow (W_i \Rightarrow S_i) ] \Rightarrow \# \} \vee \\ &\quad \vee [ (X_i \neq Y_i) \rightarrow (F_i = I) ] \rightarrow \\ &\quad \rightarrow \{ [ (i = i + 1) \& (i < n) ] \} * \exists Y_i (W_i \Rightarrow S_i), \end{aligned}$$

де  $S_i$  – модуль програми, яку необхідно захищати;  $\#$  – логічний кінець програми;  $I$  – множина індивідів;  $\forall$  – квантор узагальнення;  $\exists$  – квантор існування;  $\Rightarrow$  – функція передачі управління;  $\rightarrow$  –

імплікація;  $\&$  – кон'юнкція;  $\vee$  – диз'юнкція;  $*$  – логічна операція  $\&$  або  $\vee$ .

Приведений опис представляє собою варіант формального опису програми. Наявність формального опису дозволяє розглядати та розв'язувати наступні задачі:

- автоматизації процесу адаптації з метою забезпечення необхідного рівня переносимості засобів, які забезпечать функціональну стійкість;
- дослідження повноти та коректності реалізуючих засобів;
- задачі оцінки рівня переносимості засобів, які забезпечать функціональну стійкість.

Покажемо, що приведений формальний опис не залежить від опису програм, яким надається функціональна стійкість від дестабілізуючих факторів. Найчастіше при описі схеми програм використовується графова форма  $S_i = S(G_i)$ , де  $G_i$  – деякий діагностичний граф. Лінійні форми, по суті, представляють собою опис реалізації програми в базисі, розширеному послідовністю службових символів, які відображають особливості мов програмування. Незалежність того чи іншого опису однієї програми від іншої програми визначається в кінцевому випадку наявністю спільних змінних, спільних областей пам'яті та використанням спільних функціональних чи предикатних перетворень. Виходячи з приведенного прикладу, для формального опису програмних компонент функціонально стійкої системи використовуються логічні засоби опису реалізації відповідної компоненти, які розширені функціональними символами. Таким чином форма запису засобів, які забезпечують функціональну стійкість буде відмінною від поширених форм запису за допомогою схем програм.

Уникнення використання загальних змінних або спільних областей пам'яті досягається технологічними засобами розробки відповідних програм.

Автоматизація процесу адаптації передбачає існування формальних правил перетворень фрагментів, які потребують модифікації у зв'язку з адаптацією. Щоб можна було ввести конкретні правила перетворень, необхідно більш детально розглянути засоби, що використовуються для побудови логічних виразів. Як уже зазначалося, формальні засоби для побудови запозичені з апарату математичної логіки. Проте предикат слідування  $\Rightarrow$  в даному випадку має дещо інше значення. Він позначає передачу управління процесом, що виконує логічні операції рядка, на об'єкт, що представляє собою виділений фрагмент послідовності  $\vartheta = \lambda_1 * \lambda_2 * \dots * \lambda_k$ , або передачу управління у зовнішнє, по відношенню до  $\vartheta$ , середовище. Прикладом елементів зовнішнього середовища для  $\vartheta$ , в даному випадку, можуть служити схеми програм  $S_i \in S$ , які є об'єктами функції

онально стійких програм або даних. Теоретичне обґрунтування введеного предиката передачі управління  $\Rightarrow$ , його зв'язок з проблемами обчислення логічних функцій представляє собою окрему задачу.

Розглянемо ряд умов і визначень, які регламентують використання функції передачі управління  $\Rightarrow$  в  $\mathfrak{A}$ , яка розширює можливості формального опису функціонально стійких мобільних систем. Оскільки ця функція функціонально пов'язана з логічними формулами  $\lambda_i$  і її використання може залежати від останніх, то необхідно розглянути можливу залежність формально.

**Лема 1.** Функція передачі управління використовується в тому випадку, якщо  $\lambda_i$  істинна в області інтерпретації відповідної формули  $\{x_1^i, x_2^i, \dots, x_k^i\} \subset \lambda_i$  і реалізація послідовності  $\mathfrak{A}' = \{\lambda_i \Rightarrow \lambda_{i+1}\}$  відповідає умові  $\lambda_i \cap \lambda_{i+1} \neq 0$ .

Формально цю умову можна записати у вигляді співвідношення:

$$\left[ \lambda_i \{x_1^i, x_2^i, \dots, x_k^i\} \& \lambda_i \cap \lambda_{i+1} \neq 0 \right] \rightarrow (\lambda_i \Rightarrow \lambda_{i+1}). \quad (2)$$

Умова (2) може інтерпретуватися як правило можливого породження функції  $\Rightarrow$  в  $\mathfrak{A}$ .

Введемо правило обов'язкового породження  $\Rightarrow$ , яке формально запишеться у вигляді:

$$\left\{ \left[ \lambda_i (x_1^i, x_2^i, \dots, x_k^i) \& \rightarrow \lambda_j (x_1^j, \dots, x_{l+k}^j, \dots, x_l^j, \dots, x_k^j) \right] \& \left[ \int_m^j (x_{l+k}^i) = x_{l+k}^j \right] \right\} \rightarrow \left[ \lambda_j (x_1^j, \dots, x_{l+k-1}^j, x_{l+k}^j, \dots, x_l^j, \dots, x_k^j) \right] \rightarrow (\lambda_i \Rightarrow \lambda_j).$$

Змістовна передумова формулювання цього правила полягає у наступному. Якщо в послідовності  $\lambda_i * \lambda_j$  має місце  $\rightarrow \lambda_j$  і це приводить до  $\rightarrow \mathfrak{A}$ ,

але при цьому в  $\lambda_i$  існує  $\int_m^j (x_{l+k}^i) = x_{l+k}^j$  таке, що

для  $\lambda_j(\dots, x_{l+k}^i, \dots)$  має місце співвідношення

$$\rightarrow \lambda_j \left( \dots, \frac{x_{l+k}^i}{x_{l+k}^j}, \dots \right) \rightarrow \lambda_j(\dots, x_{l+k}^i, \dots),$$

то послідовність  $\lambda_i * \rightarrow \lambda_j$  необхідно розділити функцією  $\Rightarrow$ . Це означає, що  $\mathfrak{A}$  може прийняти істинне значення, якщо логічну послідовність розділити функцією  $\Rightarrow$ , завдяки якій в  $\lambda_j$  буде виконано

перетворення  $\int_m^j$ , яке забезпечить істинне значення

$\lambda_j$ , що в свою чергу забезпечить виконуваність  $\mathfrak{A}$ .

Оскільки проблема функціональної стійкості

розглядається, в даному випадку, завдяки існування зовнішніх дій на систему, які можуть ініціюватися санкціонованими або несанкціонованими користувачами, то в процесі розв'язання задачі стійкості може скластися ситуація, коли спосіб реалізації наступного кроку функціонування засобів, які забезпечують функціональну стійкість, повинен визначатися в залежності від характеру дії текучого кроку зі сторони користувача, що в загальному випадку може регулюватися протоколами аутентифікації.

Функція  $\Rightarrow$  використовується не тільки в середовищі  $\mathfrak{A}$ , а й для взаємозв'язку з зовнішнім середовищем. В першу чергу, під таким середовищем розуміється програмний комплекс у якому потрібно забезпечити функціональну стійкість. Очевидно, що між системою, яка забезпечує функціональну стійкість і програмним комплексом мусить бути зв'язок і цей зв'язок здійснюється за допомогою функції  $\Rightarrow$ . У випадку реалізації ідентифікації і аутентифікації користувача такий зв'язок найпростіший, оскільки розв'язок задачі аутентифікації повністю покладається на систему. Прикладом використання функції  $\Rightarrow$  в цьому випадку може служити передача управління від системи аутентифікації до відповідної схеми програм  $S_i$ . У зв'язку з цим, потреби в формальних правилах породження такого використання функції  $\Rightarrow$  для даного випадку не має, оскільки цей зв'язок реалізується на етапі конфігурації системи, яка забезпечує функціональну стійкість.

Для автоматичної реалізації перетворень, необхідно мати критерії для проведення відповідних змін з допомогою цих перетворень. Що стосується функції  $\Rightarrow$ , необхідно також розглянути правила її заміни або виключення, бо може виникати ситуація, що потребує таких перетворень.

Розглянемо правила виключення або заміни функції  $\Rightarrow$ .

Виключення функції  $\Rightarrow$  в ситуації, коли вона використовується для зв'язку засобів, які забезпечують функціональну стійкість з зовнішнім середовищем є недоцільним. Розглянемо умови виключення функції  $\Rightarrow$  з  $\mathfrak{A}$ .

**Лема 2.** Якщо має місце  $\mathfrak{A}_i \Rightarrow \mathfrak{A}_j$  і  $\mathfrak{A}_j = \lambda_1^j * \dots * \lambda_m^j$  і  $\lambda_1^j * \dots * \lambda_m^j \leftarrow \lambda_k^i$ , то можна записати наступне співвідношення:

$$\left[ (\mathfrak{A}_i \Rightarrow \mathfrak{A}_j) \rightarrow (\mathfrak{A}_i * \mathfrak{A}_j) \right] = \lambda_1^i * \dots * \lambda_n^i * (\lambda_j^j)' * \dots * (\lambda_m^j)',$$

де  $\lambda_k^i \& \lambda_k^j \leftarrow (\lambda_k^i)'$ .

На змістовному рівні ця умова визначає правило виключення функції  $\Rightarrow$  з  $\mathfrak{A} = \mathfrak{A}_i \Rightarrow \mathfrak{A}_j$ , якщо з

$\mathfrak{A}_i$  і  $\mathfrak{A}_j$  можна вивести  $\mathfrak{A}_k$  таке, що компоненти  $\lambda_k^i$

з  $\mathcal{Q}_k$  логічно пов'язані або стають логічно пов'язаними в результаті зміни середовища чи умов його функціонування з компонентами  $\lambda_i \in \mathcal{Q}_i$  і  $\lambda_j \in \mathcal{Q}_j$ .

По суті, це правило об'єднує дві незалежні логічні послідовності  $\lambda_1^i * \dots * \lambda_m^i$  і  $\lambda_1^j * \dots * \lambda_n^j$ , якщо вони є сумісними.

Розглянемо уявлення про сумісність двох  $\mathcal{Q}_i$  і  $\mathcal{Q}_j$ .

Дві послідовності  $\mathcal{Q}_i$  і  $\mathcal{Q}_j$  сумісні, якщо вони реалізуються в рамках однієї системи (можуть реалізуватись в різних компонентах однієї системи) і можна побудувати вивід, який описується співвідношенням:

$$(\mathcal{Q}_i \leftarrow \mathcal{Q}_j) \vee (\mathcal{Q}_j \leftarrow \mathcal{Q}_i).$$

## Висновки

Отже, на основі відношення до функції  $\Rightarrow$  ми розглянули суть мобільності засобів, які забезпечують функціональну стійкість. На загальному рівні мобільність характеризує здатність пристосовуватись в автоматичному режимі до особливостей нового середовища, в якому функціонують засоби, що забезпечують функціональну стійкість мобільної системи.

Тому, по-перше, нами була побудована математична модель забезпечення функціональної стійкості мобільної системи, що базується на основі законів математичної логіки. Дана модель дає можливість достатньо загальним способом описати засоби, які забезпечують функціональну стійкість і не залежать від специфіки кожного конкретного середовища. По-друге, нами були запропоновані правила перетворення цих формальних описів, завдяки яким можна було б модифікувати логічні формули в залежності від параметрів середовища.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ МОБИЛЬНЫХ СИСТЕМ

О.В. Барабаш, Н.М. Берназ

*В статье предложена математическая модель обеспечения функциональной устойчивости мобильных систем, базирующаяся на основе законов математической логики. Данная модель дает возможность достаточно общим способом описать средства, которые обеспечивают функциональную устойчивость мобильных систем и не зависят от специфики каждого конкретной среды. Кроме того, предложенные правила преобразования этих логических описаний, благодаря которым можно модифицировать логические формулы в зависимости от той или иной среды.*

**Ключевые слова:** функциональная устойчивость, мобильная система, математическая модель, аутентификация, адаптация системы.

## MATHEMATICAL MODEL ASSURANCE OF FUNCTIONAL STABILITY OF MOBILE SYSTEMS

O.V. Barabash, N.M. Bernaz

*In the article a mathematical model assurance of the functional stability of mobile systems based on the laws of mathematical logic. This model makes it possible to sufficiently general way to describe the tools that provide the functional stability of the mobile systems and do not depend on the specifics of each particular environment. In addition, these proposed rules for converting logic descriptions by which logical formula may be modified depending on a particular environment.*

**Keywords:** functional stability, the mobile system, the mathematical model, authentication, system adaptation.

## Список літератури

1. Машков О.А. Оптимизация цифровых автоматических систем, устойчивых к отказам / О.А. Машков, Л.М. Артюшин. – К.: КВВАИУ, 1991. – 89 с.
2. Машков В.А. Контроль и диагностирование цифровых вычислительных устройств / В.А. Машков. – К.: КВВАИУ, 1991. – 84 с.
3. Гуляев В.А. Организация систем диагностирования вычислительных машин / В.А. Гуляев. – К.: Наукова думка, 1979. – 116 с.
4. Кравченко Ю.В. Функціональна стійкість – властивість складних технічних систем / Ю.В. Кравченко, О.В. Барабаш // Збірник наукових праць НАОУ. – К.: НАОУ, 2002. – Бюл. №40. – С. 225-228.
5. Барабаш О.В. Аналіз побудови мережі відеоконтролю пунктів митного спостереження на основі функціонально стійкої системи / О.В. Барабаш, С.В. Бодров, А.П. Мусієнко // Науково-практичний журнал «Зв'язок». – К.: ДУТ, 2014. – № 2. – С. 8-11.
6. Барабаш О.В. Построение функционально устойчивых распределенных информационных систем / О.В. Барабаш. – К.: НАОУ, 2004. – 226 с.
7. Барабаш О.В. Модель бази знань інтелектуальної системи управління високошвидкісного рухомого об'єкта на основі її верифікації / О.В. Барабаш, Д.М. Обідін, А.П. Мусієнко // Системи обробки інформації. – Х.: ХУ ПС, 2014. – Вип. 5 (121). – С. 3-6.
8. Кравченко Ю.В. Визначення проблематики теорії функціональної стійкості щодо застосування в комп'ютерних системах / Ю.В. Кравченко, С.В. Нікіфоров // Телекомунікаційні та інформаційні технології. – К.: ДУТ, 2014. – № 1. – С. 12-18.
9. Савченко В.А. Обоснование показателя функциональной устойчивости пространственной структуры для многопозиционных радионавигационных систем / А.В. Савченко // Зб. наук. пр. ХВУ. – Х.: ХВУ, 2004. – Вип. 5 (52). – С. 41-42.
10. Барабаш О.В. Алгоритм самодіагностування технічного стану вузлів комутації інформаційних систем / О.В. Барабаш, Д.М. Обідін, А.П. Мусієнко // Сучасний захист інформації. – К.: ДУТ, 2014. – № 2. – С. 114-121.

Надійшла до редакції 2.11.2015

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. С.В. Ленков, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ.