

УДК 004.421

С.В. Сомов, П.М. Гроза

Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка, Полтава

АЛГОРИТМ ЗНАХОДЖЕННЯ ЦИКЛІЧНОГО КОДУ, ЯКИЙ ЗАДОВОЛЬНЯЄ ЗАДАНИЙ ТОЧНОСТІ

Розглянуто алгебраїчна структура циклічних кодів, їх властивості та характеристики. Запропонований процес алгоритмізації циклічного коду, який задовольняє заданій точності.

Ключові слова: циклічний код, кодова послідовність, утворюючий поліном, перевірочні елементи.

Вступ

Циклічні коди являють собою сімейство завадостійких кодів, що включає в себе в якості однієї з різновидів коди Хеммінга, але в цілому забезпечує більшу гнучкість з точки зору можливості реалізації кодів з необхідною здатністю виявлення і виправлення помилок. Основні властивості і сама назва циклічних кодів пов'язані з тим, що всі дозвалені комбінації біт в переданому повідомленні можуть бути отримані шляхом операції циклічного зрушення деякого вихідного кодового слова.

Циклічні коди виникають шляхом помноження кожної кодової комбінації k -елементного беззбиткового коду, який виражається у вигляді багаточлену $G(x)$ на утворюючий поліном $P(x)$ ступеню $(n-k)$. При цьому помноження проводиться по звичайних правилам алгебри з приведенням подвійних членів по модулю два [1]. Алгебраїчна структура циклічних кодів характеризуються такими здібностями:

- довжина кодових послідовностей $(m=1, 2, \dots)$:

$$n = 2^m - 1, \quad (1)$$

- кількість перевірочних елементів не перевищує величини 0,5 біт, тобто

$$G \geq 2^n / m; \quad (2)$$

- код виявляє всі пакети помилок довжини

$$l \leq 4; \quad (3)$$

- циклічний зсув, дозволеної комбінації коду призводить до утворення дозволеної комбінації цього ж коду;

- можливо, завдання циклічних кодів при допомозі утворюючих або перевірочних матриць. В цьому випадку більш зручним записом кодових комбінацій у вигляді багаточлену (поліному) змінної x та коефіцієнту a_i , що представляють собою цифри даної системи числення [2].

$$G(x) = a_{k-1}x^{n-1} + a_{k-2}x^{n-2} + \dots + a_1x + a_0x^0. \quad (4)$$

Основна частина

Алгоритм знаходження циклічного коду, який задовольняє заданій точності, має такі вихідні дані: допустиме значення ймовірності невиявлення по-

милок $\overline{P_{н.п.}}$; кількість інформаційних елементів вихідного беззбиткового коду k ; ймовірність перекручення одного елементу кодової комбінації, яка характеризує якість каналу зв'язку P_0 .

1. На першому етапі використовуючи вираз (1) визначають n^* як функцію m :

$$n^*(m-1) < k < n^*(m). \quad (5)$$

2. По заданому k та знайденому значенню $n^*(m)$ визначають кількість перевірочних елементів

$$r^* = n^*(m) - k. \quad (6)$$

3. Уточнюють кількість перевірочних елементів, вибираючи найближче значення

$$r_m \leq r^*; \quad (7)$$

4. Визначають значення кратності гарантовано виявлених помилок G_T , відповідно r_m .

5. Визначають максимальну збитковість та максимальну кратність гарантовано виявлених помилок:

$$r_{max} = r_m + 1. \quad (8)$$

6. Уточнюють довжину кодової комбінації циклічного коду

$$n = k + r_{max}. \quad (9)$$

Якщо $n < n^*(m)$, то буде мати місце так званий укорочений циклічний (n, k) -код, який по коректуючій здібності еквівалентний повному циклічному $(n^*, n^* - r_{max})$ -коду, число інформаційних елементів якого більше на величину $(n^* - n)$.

7. Знаходимо такі значення:

$$P_{н.п.} = \frac{1}{2^4} \sum_{i=\sigma+1}^n C_n^i P_0^i (1 - P_0)^{n-i}; \quad (10)$$

$$P_{н.п.} = \frac{1}{2^4} C_n^{\sigma+1} P_0^{\sigma+1}; \quad P_{н.п.} = \frac{1}{2^4} \left[\frac{n}{\sigma+1} \right]^{1-\alpha}$$

8. Визначають ймовірність невиявлення помилки $P_{н.п.}$, перевіряючи логічну умову

$$P_{н.п.} \leq \overline{P_{н.п.}}; \quad (11)$$

1) при невиконанні умови (11) вибирають величину $n^*(m+1)$ та виконують п. 5;

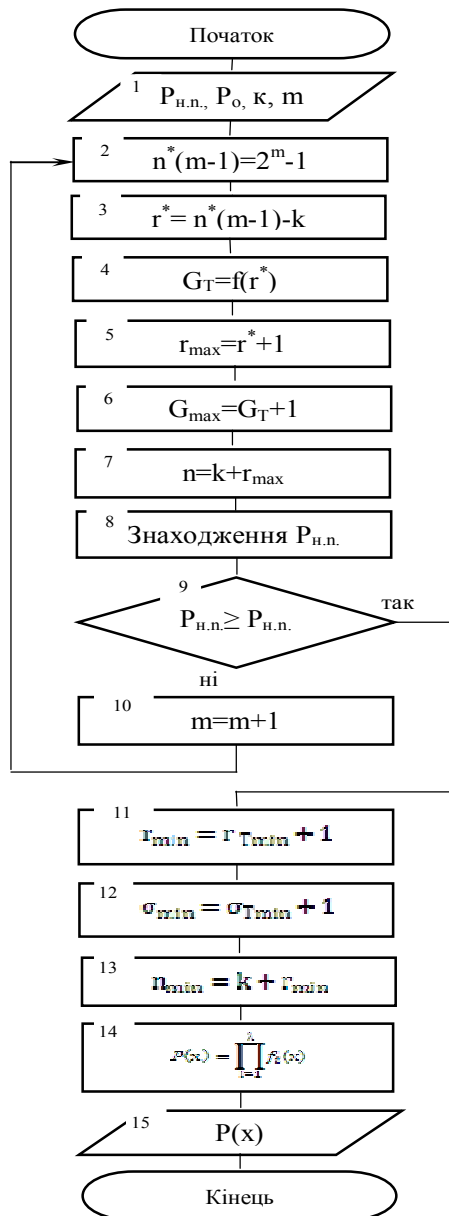


Рис. 1. Алгоритм знаходження циклічного коду

2) якщо умова (11) виконується, то визначають мінімальне число перевірочних елементів r_{min} та відповідні значення n_{min} і σ_{min} , для яких виконується умова (11); тоді $n_{min} = k + r_{min}$, при відсутності додаткової перевірки на парність $r_{min} = r_{\tau_{min}}$, $\sigma_{min} = \sigma_{\tau_{min}}$; при введенні перевірки

на парність $r_{min} = r_{\tau_{min}} + 1$; $\sigma_{min} = \sigma_{\tau_{min}} + 1$.

9. Вибирають утворюючий поліном $P(x)$ та відповідний розрахунок значення r_{min} і σ_{min} . Для випадку, визначеного виразом (11) знаходять:

$$P(x) = \prod_{i=1}^{\lambda} f_i(x), \quad (12)$$

де $f_i(x)$ – неприводимі багаточлени, індекс яких зростає зі збільшенням числа перевірочних елементів r_i ; λ – індекс, відповідний $r_{\tau_{min}}$.

При введенні додаткової перевірки на парність

$$P(x) = \prod_{i=1}^{\lambda} f_i(x + 1). \quad (13)$$

Висновки

Реалізація циклічного коду основана на операціях множення і ділення многочленів, що просто реалізується на регістрах зсуву з зворотними зв'язками. Ця технічна простота послужила причиною їх широкого застосування. Циклічні коди незамінні при передачі інформації по каналах зв'язку за умови відсутності можливості повторної передачі даних. Циклічні коди застосовуються при записі і зчитуванні інформації на HDD, CD, DVD, при використанні портів, для обміну при передачі аудіо та відео інформації[3]. Побудова алгоритмів, що описують реальні процеси, зв'язується зазвичай з двома завданнями: знаходженням ефективних систем обробки інформації та дослідженням математичними методами процесів функціонування систем. У завданнях першого типу для побудови алгоритму управління необхідно до алгоритму, що описує процес функціонування системи, приєднати алгоритм визначення оптимального рішення або оптимальних значень параметрів управління. У завданнях другого типу функціонування великої системи дозволяє провести кількісне і якісне дослідження, пов'язані з оцінкою основних її властивостей (ефективності, надійності та ін.).

Список літератури

1. Теорія інформації та кодування / Під заг. ред. В.І. Барсова: – Х., 2011. – 320 с.
2. Шульгин В.И. Основы теории цифровой информации. Ч. 1. – Х.: НАУ «ХАИ», 2008. – 184 с.
3. Злобин Г. Цифровая обработка информации / Г. Злобин, Ю. Мочульський. – Львів: ЛНУ, 2006. – 121 с.

Надійшла до редколегії 2.06.2015

Рецензент: д-р техн. наук, проф. О.Л. Ляхов, Полтавський національний технічний університет ім. Ю. Кондратюка, Полтава.

АЛГОРИТМ НАХОДЖЕННЯ ЦИКЛИЧЕСКОГО КОДА, КОТОРЫЙ УДОВЛЕТВОРЯЕТ ЗАДАННОЙ ТОЧНОСТИ

С.В. Сомов, П.Н. Гроза

Рассмотрены алгебраическая структура циклических кодов, их свойства и характеристики. Предложен процесс алгоритмизации циклического кода, который удовлетворяет заданной точности.

Ключевые слова: циклический код, кодовая последовательность, образующий полином, проверочные элементы.

ALGORITHM FOR FINDING CYCLIC CODE THAT SATISFIES THE SPECIFIED ACCURACY

S.V. Somov, P.N. Groza

The algebraic structure of cyclic codes, their properties and characteristics. We propose a process algorithmization cyclic code which satisfies a predetermined fidelity.

Keywords: cyclic code, the code sequence, generator polynomial, test elements.