

УДК 621.396.96

О.А. Ільяшов

Військова частина А1906, Київ

## ОСОБЛИВОСТІ ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДИКИ ВИЗНАЧЕННЯ ЕФЕКТИВНИХ ОЦІНОК ПІД ЧАС ВИМІРЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ РАДІОВИПРОМІНЮВАНЬ НА ФОНІ БІГАУССІВСЬКОГО БІЛОГО ШУМУ

Розглянуто особливості використання методики визначення ефективних оцінок під час вимірювання параметрів радіовипромінювань джерел радіоелектронної розвідки, яка відрізняється від відомих тим, що заснована на застосуванні основних положень методу максимуму правдоподібності і використовує нерівності Крамера-Рао та інформаційну кількість Фішера.

**Ключові слова:** ефективна оцінка, джерело радіовипромінювання, сигнал, завада, метод максимуму правдоподібності, бігауссівський білий шум.

### Вступ

**Постановка проблеми у загальному вигляді, аналіз останніх досягнень та публікацій.** При вирішенні завдань за призначенням силами і засобами частин та підрозділів радіоелектронної розвідки (РЕР) в умовах невизначеності замість невідомих априорі параметрів сигналів джерел радіовипромінювань використовуються їх оцінки, що отримані на навчальних вибірках. При цьому, в залежності від того, наскільки отримані оцінки близькі до істинних статистичних параметрів, залежить точність засобів вимірювання.

В [1] наведені результати розробки методики визначення ефективних оцінок під час вимірювання параметрів сигналів радіовипромінювань, як сукупності методів і прийомів статистичної обробки, що заснована на використанні основних положень методу максимуму правдоподібності, нерівності Крамера-Рао та інформаційної кількості Фішера. Її застосування дає можливість при визначенні ефективних оцінок під час вимірювання параметрів радіовипромінювань безпосередньо саме оцінювання не проводити, тобто величину оцінки параметра сигналу не обчислювати. Слід також зазначити, що запропонована методика орієнтована на визначення ефективних оцінок параметрів сигналів на фоні шумів (завад), які описуються одномірною гауссівською моделлю.

Однак, з ускладненням сигнально-завадової обстановки в зонах відповідальності сил і засобів РЕР така модель стає неадекватною і непридатною для аналізу і синтезу апаратури вимірювання параметрів сигналів, особливо коли вона розташовується на повітряних платформах. У зв'язку із цим у [2] запропонована і описана бігауссівська математична модель сигналів джерел радіовипромінювань, що спостерігаються на фоні шумів (завад).

Результати подальших досліджень показали, що використання методики визначення ефективних оцінок [1] справедлива і під час вимірювання параметрів

сигналів радіовипромінювань, які описуються бігауссівською моделлю, однак має деякі особливості, розгляд яких і є метою та основним змістом статті.

### Постановка задачі та викладення матеріалів дослідження

Для досягнення визначеної мети розглянемо сигнал, який спостерігається на фоні бігауссівського білого шуму. Тоді за рівняннями, що наведені у [1], логарифм функції правдоподібності  $l(S_0, \omega_0, \phi_0)$  пропорційний такому виразу:

$$\ln l(S_0, \omega_0, \phi_0) \sim -\frac{1}{N_0} \int_0^T [x(t) - S_0 \cos(\omega_0 t - \phi_0)]^2 dt + \ln \operatorname{ch} \left[ \frac{2\mu_0}{N_0} \int_0^T [x(t) - S_0 \cos(\omega_0 t - \phi_0)] dt \right], \quad (1)$$

де  $x(t) = s(t) + \xi(t)$  – адитивна суміш сигналу і завади;  $S_0$ ,  $\omega_0$ ,  $\phi_0$  – відповідно, амплітуда, частота і початкова фаза сигналу;  $N_0$  – однобічна спектральна щільність потужності шуму;  $\mu_0$  – вектор параметрів корисного і невідомого сигналів.

Як і для гауссівського сигналу, оцінювання його частоти є досить складним завданням, для вирішення якого логічно спочатку знайти вирази для умовних оцінок параметрів  $S_0$  та  $\phi_0$  при заданій величині  $\omega_0$ . При цьому рівняння  $\frac{dl}{dS_0} = 0$  та

$\frac{dl}{d\phi_0} = 0$  набувають вигляду:

$$S_0 \int_0^T \cos^2(\omega_0 t - \phi_0) dt = \int_0^T x(t) \cos(\omega_0 t - \phi_0) dt - \mu_0 \int_0^T \cos(\omega_0 t - \phi_0) dt \times \operatorname{th} \left\{ \frac{2\mu_0}{N_0} \int_0^T [x(t) - S_0 \cos(\omega_0 t - \phi_0)] dt \right\}; \quad (2)$$

$$\frac{1}{2}S_0 \int_0^T \sin^2(\omega_0 t - \phi_0) dt = \int_0^T x(t) \sin(\omega_0 t - \phi_0) dt - \mu_0 \int_0^T \sin(\omega_0 t - \phi_0) dt \times \text{th} \left\{ \frac{2\mu_0}{N_0} \int_0^T [x(t) - S_0 \cos(\omega_0 t - \phi_0)] dt \right\}.$$

Якщо врахувати, що величина  $\omega_0 T \gg 1$ , то одержимо рівняння, еквівалентні початковим оцінкам гауссівського сигналу [3]:

$$S_0 = (x_c \cos \phi_0 + x_s \sin \phi_0) - \mu_0 \int_0^T \cos(\omega_0 t - \phi_0) dt \times \text{th} \left\{ \frac{2\mu_0}{N_0} \int_0^T [x(t) - S_0 \cos(\omega_0 t - \phi_0)] dt \right\};$$

$$x_c \cos \phi_0 + x_s \sin \phi_0 = \mu_0 \int_0^T \cos(\omega_0 t - \phi_0) dt \text{ th} \times \left\{ \frac{2\mu_0}{N_0} \int_0^T [x(t) - S_0 \cos(\omega_0 t - \phi_0)] dt \right\},$$

де  $x_c$  та  $x_s$  – відповідно косинусна і синусна складові сигналу.

При вирішенні (3) розглянемо два основних випадки (рис. 1): коли величина  $\mu_0$  мала, тобто бігауссівська щільність розподілу спостережень близька до гауссівської, та коли величина  $\mu_0$  значна – щільність розподілу стає бігауссівською або полігауссівською [2].

Якщо величина  $\mu_0$  мала, за початкові оцінки параметрів  $S_0$  і  $\phi_0$  можна прийняти статистики  $S_0^*$  й  $\phi_0^*$ , які описуються рівняннями, наведеними у [4]:

$$\phi_0^* = \arctg \frac{x_s}{x_c}, \quad (4)$$

$$S_0^* = (x_c \cos \arctg \frac{x_s}{x_c} + x_s \sin \arctg \frac{x_s}{x_c}) = \sqrt{x_c^2 + x_s^2}. \quad (5)$$

При цьому уточнене значення амплітуди сигналу впливає із першого рівняння системи (3) після заміни в правій частині  $S_0$  й  $\phi_0$  на  $S_0^*$  й  $\phi_0^*$ :

$$S_0^{**} = S_0^* - \mu_0 \int_0^T (\cos \phi_0^* \cos \omega_0 t + \sin \phi_0^* \sin \omega_0 t) dt \times \text{th} \left\{ \frac{2\mu_0}{N_0} \int_0^T x(t) - S_0^* [\cos \phi_0^* \cos \omega_0 t + \sin \phi_0^* \sin \omega_0 t] dt \right\} =$$

$$= S_0^* - \mu_0 \left[ \cos \phi_0^* \frac{1}{\omega_0} \sin \omega_0 T + \sin \phi_0^* \frac{1}{\omega_0} (1 - \cos \omega_0 T) \right] \times$$

$$\text{th} \left\{ \frac{2\mu_0}{N_0} \left[ \int_0^T x(t) dt - \frac{1}{\omega_0} S_0^* [\cos \phi_0^* \sin \omega_0 T - (1 - \cos \omega_0 T) \sin \phi_0^*] \right] \right\}.$$

Уточнене значення початкової фази визначається другим рівнянням системи (3) після заміни в його правій частині  $S_0$  й  $\phi_0$  на  $S_0^*$  й  $\phi_0^*$  і заміни в лівій частині  $\phi_0$  на  $\phi_0^* + \Delta\phi_0^{**}$ , де  $\Delta\phi_0^{**}$  – поправка, що визначається.

Якщо  $\Delta\phi_0^{**}$  величина мала, то  $\cos(\phi_0^* + \Delta\phi_0^{**}) \approx \cos \phi_0^*$ ,  $\sin(\phi_0^* + \Delta\phi_0^{**}) \approx \sin \phi_0^* + \Delta\phi_0^{**} \cos \phi_0^*$ .

У результаті рівняння буде мати вигляд:

$$x_s \cos \phi_0^* - x_c \sin \phi_0^* - \Delta\phi_0^{**} x_c \cos \phi_0^* = \mu_0 \int_0^T \sin(\omega_0 t - \phi_0^*) dt \times \text{th} \left\{ \frac{2\mu_0}{N_0} \int_0^T [x(t) - S_0^* \cos(\omega_0 t - \phi_0^*)] dt \right\}.$$

За умови, що

$$\Delta\phi_0^{**} = x_s - x_c \text{tg} \phi_0^* - \mu_0 \int_0^T x(t) - S_0^* \sin(\omega_0 t - \phi_0^*) dt \times \text{th} \left\{ \frac{2\mu_0}{N_0} \int_0^T [x(t) - S_0^* \cos(\omega_0 t - \phi_0^*)] dt \right\},$$

уточнена оцінка фази дорівнює величині

$$\phi_0^{**} = \phi_0^* + \Delta\phi_0^{**}. \quad (7)$$

Процес оцінювання істотно ускладнюється, якщо величина  $\mu_0$  значна, а бігауссівська щільність розподілу спостереження помітно відрізняється від гауссівської (рис.1).

В цьому разі підхід до оцінювання розглянутих величин буде складатися з апроксимації функції правдоподібності при бігауссівській щільності, що задається за виразом (1). Для цього використовується подання гіперболічного косинуса у вигляді нескінченного добутку [4]

$$\text{ch } x = \prod_{n=0}^{\infty} \left( 1 + \frac{4x^2}{\pi^2 (2n-1)^2} \right).$$

Логарифмуючи цю формулу й обмежуючись порівняно малими значеннями  $x$ , одержуємо:

$$\ln \text{ch } x = \sum_{n=0}^{\infty} \ln \left( 1 + \frac{4x^2}{\pi^2 (2n+1)^2} \right) = \frac{4x^2}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} (2n-1)^{-2}.$$

Числовий ряд, що входить в отриманий вираз, виявляється рівним  $\sum_{n=0}^{\infty} (2n-1)^{-2} = \frac{\pi^2}{8}$ .

$$\text{Тому} \quad \ln \text{ch } x = \frac{1}{2} x^2. \quad (8)$$

У результаті (1) буде мати вигляд:

$$\ln I(S_0, \omega_0, \phi_0) = -\frac{1}{N_0} \int_0^T [x(t) - S_0 \cos(\omega_0 t - \phi_0)]^2 dt + 2 \left( \frac{\mu_0}{N_0} \right)^2 \cdot \left\{ \int_0^T [x(t) - S_0 \cos(\omega_0 t - \phi_0)] dt \right\}^2. \quad (9)$$

Ця апроксимація функції правдоподібності є вірною при малих значеннях величини

$$\gamma = \int_0^T [x(t) - S_0 \cos(\omega_0 t - \phi_0)] dt. \quad (10)$$

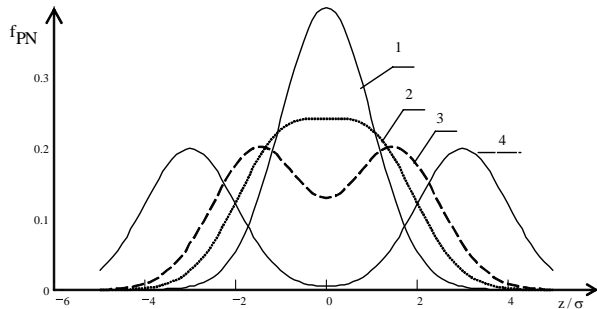


Рис. 1. Вигляд щільності розподілу спостережень випадкової величини:

- 1 –  $\mu = 0$  (гауссівська щільність розподілу); 2 –  $\mu = 1$  (унімодална бігауссівська щільність розподілу); 3 –  $\mu = 1.5$  (полігауссівська щільність розподілу з мало вираженими двома модами); 4 –  $\mu = 3$  (полігауссівська щільність розподілу із сильно вираженими двома модами)

$$l(S_0, \omega_0, \phi_0) \sim -\frac{1}{N_0} \int_0^T [x(t) - S_0 \cos(\omega_0 t - \phi_0)]^2 dt + 2q \left( \frac{\mu_0}{N_0} \right)^2 \times \left\{ \int_0^T [x(t) - S_0 \cos(\omega_0 t - \phi_0)] dt \right\}^2 + 2(1-q) \left( \frac{\mu_0}{N_0} \right) \int_0^T [x(t) - S_0 \cos(\omega_0 t - \phi_0)] dt, \quad (12)$$

де  $0 < q < 1$  – коефіцієнт, що залежить від величини  $\mu_0$ , яка може бути апіорі пов'язана з певною точністю, або повинна оцінюватися поряд з параметрами  $S_0, \omega_0, \phi_0$ .

## Висновки

Отже, завдання оцінювання параметрів радіосигналів (амплітуди й фази) на фоні бігауссівського шуму (завади) може бути успішно вирішено за методом максимуму правдоподібності і методики, наведеної у [1]. Однак таке оцінювання виявляється більш складним порівняно з випадком одномірного гауссівського шуму і зводиться до застосування ітерційних процедур. Причому, використання зазначеного метода суттєво ускладнюється при оцінюванні частоти сигналів. Це пояснюється тим, що функція правдоподібності є багатопіковою функцією частоти й визначення глобального максимуму є досить складною математичною задачею. Зазначена особливість має місце як для одномірного, так і для багатомірного гауссівського шуму (завади).

Отримана закономірність указує на те, що при оцінюванні частоти сигналів треба звертатися до

У випадку значних  $\mu_0$  логічно звернутися до асимптотичного подання гіперболічного косинуса, справедливого при великих значеннях аргументу:

$$\operatorname{ch} x = \frac{1}{2} e^{|x|}.$$

При цьому,  $\ln \operatorname{ch} x = -\ln 2 + |x|$ . У результаті функція правдоподібності (1) апроксимується за таким виразом:

$$\ln l(S_0, \omega_0, \phi_0) = -\frac{1}{N_0} \int_0^T [x(t) - S_0 \cos(\omega_0 t - \phi_0)]^2 dt + \left( \frac{\mu_0}{N_0} \right)^2 \cdot \left| \int_0^T [x(t) - S_0 \cos(\omega_0 t - \phi_0)] dt \right|,$$

де питома вага другого доданка виявляється більшою.

Отримані рівняння (9) і (11) указують на те, що більше раціональної є така апроксимація бігауссівської функції правдоподібності:

методів, інваріантних до параметрів заводових сигналів – їх амплітуд й фаз. Тому напрямом подальших досліджень може бути розробка ефективних методів й алгоритмів оцінювання частоти, інваріантних до зміни параметрів заводових сигналів.

## Список літератури

1. Ільяшов О.А. Методика визначення ефективних оцінок під час вимірювання параметрів радіовипромінювань / А.І. Ільницький, О.А. Ільяшов. – К.: Труды Академії, 2009. – Вип. 88. – С. 25-40.
2. Ільяшов О.А. Бігауссівська математична модель сигналів джерел радіовипромінювань радіоелектронної розвідки / І.І. Заруднев, О.А. Ільяшов, В.М. Коротич. – К.: НДІ ГУР МО, № 23, 2008. – С. 3-13.
3. Кендалл М. Многомерный статистический анализ и временные ряды / М. Кендалл, А. Стьюарт. – М.: Наука, 1976. – 736 с.
4. Лорен Р.Л. Устойчивые статистические методы оценки данных: пер. с англ. / Р.Л. Лорен, Г.М. Уилкинс / – М.: Машиностроение, 1984. – 232 с.

Надійшла до редколегії 4.03.2009

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Ю.О.Смірнов, військова частина А1906, Київ.

## ОСОБЕННОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МЕТОДИКИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭФФЕКТИВНЫХ ОЦЕНОК ВО ВРЕМЯ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ РАДИОИЗЛУЧЕНИЙ НА ФОНЕ БИГАУССОВСКОГО БЕЛОГО ШУМА

А.А. Ильяшов

Рассмотрены особенности использования методики определения эффективных оценок во время измерения параметров радиоизлучений источников радиоэлектронной разведки, которая отличается от известных тем, что основа

на на применени основных положений метода максимума правдоподобности и использует неравенства Крамера-Рао и информационное количество Фишера.

**Ключевые слова:** эффективная оценка, источник радиоизлучения, сигнал, помеха, метод максимума правдоподобия, бигaussовский белый шум.

**FEATURES OF THE USE OF METHOD OF DETERMINATION OF EFFECTIVE ESTIMATIONS DURING MEASURING OF PARAMETERS OF РАДИОИЗЛУЧЕНИЙ ON A BACKGROUND BIGAUSSSE WHITE NOISE**

A.A. Ilyashov

*The features of the use of method of determination of effective estimations are considered during measuring of parameters of радиоизлучений of sources of radio electronic secret service, which differs from known that based on application of substantive provisions of method of a maximum of plausibility and utilizes inequalities of Kramera-rao and informative amount of Fishera.*

**Keywords:** effective estimation, source of радиоизлучения, signal, hindrance, method of a maximum of verisimilitude, bigausse white noise.