

МОДЕЛИРОВАНИЕ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПОЛИНОМОВ ЛАГЕРРА

к.т.н. Г.В. Ермаков
(представил д.т.н., проф. В.И. Замятин)

Рассматривается возможность представления сверхширокополосных сигналов в виде различных комбинаций полиномов Лагерра. При таком моделировании можно достигнуть заданной амплитуды и крутизны переднего и заднего фронтов, что является принципиальным при излучении видеоимпульсов.

За последнее десятилетие значительно возрос интерес к разработке высокоинформативных радиотехнических систем, позволяющих на более высоком уровне решать следующие задачи радиолокации: обнаружение радиолокационных целей, выполненных по технологии «Стелс», распознавание и идентификация радиолокационных объектов. Получение некоординатной информации о целях для определения их класса, размеров, формы, ориентации, проведения распознавания и построения изображения – качественно новая возможность радиолокационных систем, которая может быть реализована при использовании видеоимпульсного метода локации с использованием сверхширокополосных (СШП) сигналов. Отличительной особенностью таких сигналов является отсутствие несущей частоты и большая относительная широкополосность ($\frac{\Delta f}{f_0} \approx 1$, где f_0 – средняя частота спектра, Δf – ширина спектра) [1].

Использование для анализа СШП сигналов апробированной комплексной модели представляется не вполне корректным, поскольку комплексная огибающая уже не отражает форму СШП сигнала, а аналитические расчеты преобразования Гильберта становятся затруднительными. Кроме того, прогресс в области элементной базы радиоэлектронной аппаратуры позволяет регистрировать стробоскопическими методами тонкую структуру сигналов нано- и пикосекундной длительности [2] и таким образом исключить операцию детектирования, необходимую для определения составляющих комплексной модели – амплитуды и фазы. Поэтому наиболее естественным является представление сигналов вещественными функциями времени и координат. Такой сигнал должен удовлетворять требованию знакопеременности излучаемого электромагнитного поля

$$\int \mathbf{E}(t)dt = 0 \quad (1)$$

и выполнения принципа причинности ($E(t) = 0$ при $t < 0$).

Особый интерес представляет описание полей СШП сигналов неразделяющимися функциями времени и координат (в отличие от преобразований Фурье), что обеспечивает достаточно простую аналитическую модель для описания переходных процессов при распространении в различных средах. Представление сигнала необходимо выбирать из тех соображений, чтобы удобно было определять его конечную длительность и форму.

Широко используемые δ – функции подразумевают сигнал нулевой длительности и, следовательно, не подходят для описания переходных процессов. Что касается сигналов типа «wavelet» («волночек») с частотой, зависящей от времени [3], то они мало подходят к описанию действительных, асимметричных короткоимпульсных сигналов без несущей, генерируемых моноимпульсными РЛС или пикосекундными моноимпульсными источниками.

Предложенный в работе подход позволяет гибко моделировать вещественные формы СШП сигналов и позволяет достигать:

- произвольной крутизны фронтов;
- различных нулей функции;
- произвольной асимметрии огибающей;
- максимально продвинуться в аналитических вычислениях.

Сигнал вида $E(t = 0) = 0$, описываемый вещественной функцией времени и координат и нарастающий со временем для $0 \leq t < \infty$ может быть представлен набором функций, ортогональных в этой области. Такие функции представляют собой полиномы Лагерра [4], описываемые как

$$L_m(x) = \frac{\exp\left(\frac{x}{2}\right)}{m!} \frac{d^m}{dx^m} \left[\exp(-x) x^m \right], \quad (2)$$

где $x = \frac{t - zc^{-1}}{t_0}$;

$t - zc^{-1}$ – время задержки;

t_0 – масштаб времени.

Свойства таких сигналов могут быть проанализированы, если рассматривать огибающую как комбинацию функций L_m

$$E(x) = \sum_{m=0}^{\infty} b_m L_m(x), \quad (3)$$

где b_m – действительная константа.

Функции L_m ортонормированы, т. е.

$$\int_0^{\infty} L_m(x)L_n(x)dx = \delta_{mn} . \quad (4)$$

Для маленьких значений m в соответствии с (2) имеем:

$$\begin{aligned} L_0 &= \exp\left(-\frac{x}{2}\right); & L_1 &= (1-x)L_0; \\ L_2 &= \left(1-2x+\frac{x^2}{2}\right)L_0; & L_3 &= \left(1-3x+\frac{3x^2}{2}-\frac{x^3}{6}\right)L_0. \end{aligned}$$

Поведение функции L_m «вблизи» переднего края импульса (при $x = 0$):

$$L_m(0) = 0; \quad \frac{\partial L_m}{\partial x}(x=0) = -\left(m + \frac{1}{2}\right)$$

показывает, что хотя крутизна огибающей L_m в точке $x = 0$ ограничена, значение в ней отлично от нуля. Следовательно, ни одна из функций L_m не может представить сигнал с нулевой начальной точкой и конечной крутизной в этой точке. Такой сигнал может быть представлен линейной комбинацией функций Лагерра с параметром B :

$$E(t) = E_0 F_m(x); \quad F_m(x) = B[L_m(x) - L_{m+2}(x)], \quad (5)$$

где E_0 – амплитуда излученного поля.

Поведение огибающей функций F_m (5) показано на рис. 1 при $z = 0$ ($x = t/t_0$). Такие функции имеют ряд свойств, подходящих для моделирования СШП сигналов:

1. $F_m(0) = 0$.
2. Огибающая $F_m(x)$ имеет $m + 2$ нулей и экспоненциально убывающий остаток.
3. Крутизна переднего фронта огибающей при $x = 0$ определяется свободным параметром $\frac{\partial F_m(x)}{\partial x} = 2B$.

4. Огибающая (5) обладает интегральным свойством $\int_0^{\infty} F_m(x)dx = 0$,

аналогичным (1).

Таким образом, комбинация функций Лагерра позволяет моделировать широкий класс СШП сигналов, представленных действительными

функциями времени и координат на интервале $0 \leq t < \infty$. Окончательный выбор должен быть увязан с возможностью наилучшей аппроксимации реального импульса на выходе антенного устройства.

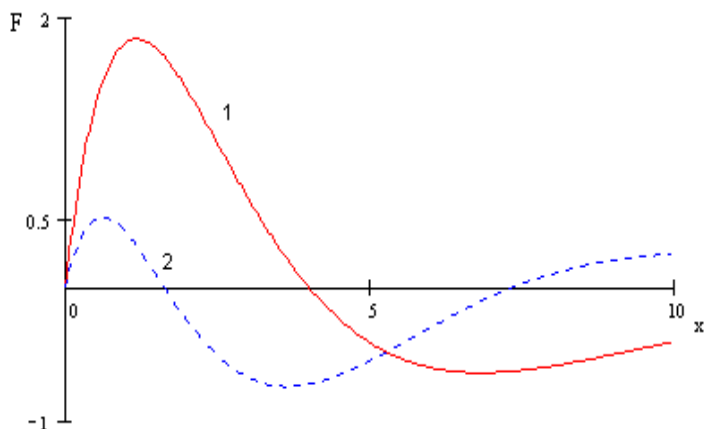


Рис. 1. Огибающие для сигналов F_0 и F_1

Для оценки искажений импульса при излучении и распространении возможно использование временных моментов [5]. При этом, для первых двух могут быть получены аналитические выражения [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. Астанин Л.Ю., Костылев А.А. Основы сверхширокополосных радиолокационных измерений. – М.: Радио и связь, 1989. – 288 с.
2. Исследование объектов с помощью пикосекундных импульсов / Под ред. Г.В. Глебовича. – М.: Радио и связь, 1984. – 422 с.
3. Kaizer G.A. Friendly Guide To Wavelets. – New York: Birkhauser, 1994. – 387 p.
4. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Радио и связь, 1971. – 346 с.
5. Стадник А.М., Ермаков Г.В. // Радиофизика и радиоастрономия. – 2000. – Т. 5, № 2. – С. 125.

Поступила в редколлегию 22.08.2000