УДК 621.396.677

МОДЕЛИРОВАНИЕ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПОЛИНОМОВ ЛАГЕРРА

к.т.н. Г.В. Ермаков
(представил д.т.н., проф. В.И. Замятин)

Рассматривается возможность представления сверхширокополосных сигналов в виде различных комбинаций полиномов Лагерра. При таком моделировании можно достигнуть заданной амплитуды и крутизны переднего и заднего фронтов, что является принципиальным при излучении видеоимпульсов.

За последнее десятилетие значительно возрос интерес к разработке высокоинформативных радиотехнических систем, позволяющих на более высоком уровне решать следующие задачи радиолокации: обнаружение радиолокационных целей, выполненных по технологии «Стелс», распознавание и идентификация радиолокационных объектов. Получение некоординатной информации о целях для определения их класса, размеров, формы, ориентации, проведения распознавания и построения изображения – качественно новая возможность радиолокационных систем, которая может быть реализована при использовании видеоимпульсного метода локации с использованием сверхширокополосных (СШП) сигналов. Отличительной особенностью таких сигналов является отсутствие несущей частоты и большая относительная широкополосность ($\mathbf{\Delta f / f_0 \approx 1}$, где $\mathbf{f_0}$ – средняя частота спектра, $\mathbf{\Delta f}$ – ширина спектра) [1].

Использование для анализа СШП сигналов апробированной комплексной модели представляется не вполне корректным, поскольку комплексная огибающая уже не отражает форму СШП сигнала, а аналитические расчеты преобразования Гильберта становятся затруднительными. Кроме того, прогресс в области элементной базы радиоэлектронной аппаратуры позволяет регистрировать стробоскопическими методами тонкую структуру сигналов нано- и пикосекундной длительности [2] и таким образом исключить операцию детектирования, необходимую для определения составляющих комплексной модели – амплитуды и фазы. Поэтому наиболее естественным является представление сигналов вещественными функциями времени и координат. Такой сигнал должен удовлетворять требованию знакопеременности излучаемого электромагнитного поля

$$\int \mathbf{E(t)dt = 0} \qquad (1)$$

и выполнения принципа причинности ($\mathbf{E(t) = 0}$ при $\mathbf{t < 0}$).

Особый интерес представляет описание полей СШП сигналов неразделяющимися функциями времени и координат (в отличие от преобразований Фурье), что обеспечивает достаточно простую аналитическую модель для описания переходных процессов при распространении в различных средах. Представление сигнала необходимо выбирать из тех соображений, чтобы удобно было определять его конечную длительность и форму.

Широко используемые δ – функции подразумевают сигнал нулевой длительности и, следовательно, не подходят для описания переходных процессов. Что касается сигналов типа «wavelet» («волночек») с частотой, зависящей от времени [3], то они мало подходят к описанию действительных, асимметричных короткоимпульсных сигналов без несущей, генерируемых моноимпульсными РЛС или пикосекундными моноимпульсными источниками.

Предложенный в работе подход позволяет гибко моделировать вещественные формы СШП сигналов и позволяет достигать:

– произвольной крутизны фронтов;

– различных нулей функции;

– произвольной асимметрии огибающей;

– максимально продвинуться в аналитических вычислениях.

Сигнал вида $\mathbf{E(t = 0) = 0}$, описываемый вещественной функцией времени и координат и нарастающий со временем для $\mathbf{0 \le t < \infty}$ может быть представлен набором функций, ортогональных в этой области. Такие функции представляют собой полиномы Лагерра [4], описываемые как

$$\mathbf{L_m(x) = \frac{\exp\left(x/2\right)}{m!}\frac{d^m}{dx^m}\left[\exp(-x)\,x^m\right]}, \tag{2}$$

где $\mathbf{x = \dfrac{t - zc^{-1}}{t_0}}$;

$\mathbf{t - zc^{-1}}$ – время задержки;

$\mathbf{t_0}$ – масштаб времени.

Свойства таких сигналов могут быть проанализированы, если рассматривать огибающую как комбинацию функций $\mathbf{L_m}$

$$\mathbf{E(x) = \sum_{m=0}^{\infty} b_m L_m(x)}, \tag{3}$$

где $\mathbf{b_m}$ – действительная константа.

Функции $\mathbf{L_m}$ ортонормированы, т. е.

$$\int_0^\infty \mathbf{L_m}(\mathbf{x})\mathbf{L_n}(\mathbf{x})\mathbf{dx} = \delta_{\mathbf{mn}}\,. \tag{4}$$

Для маленьких значений $\mathbf{m}$ в соответствии с (2) имеем:

$$\mathbf{L_0 = \exp\left(-x/2\right)}; \qquad \mathbf{L_1 = (1-x)L_0}\,;$$

$$\mathbf{L_2 = \left(1-2x+x^2/2\right)L_0}; \qquad \mathbf{L_3 = \left(1-3x+3x^2/2-x^3/6\right)L_0}.$$

Поведение функции $\mathbf{L_m}$ «вблизи» переднего края импульса (при $\mathbf{x = 0}$):

$$\mathbf{L_m(0) = 0}; \qquad \frac{\partial \mathbf{L_m}}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x=0}) = -\left(\mathbf{m + 1/2}\right)$$

показывает, что хотя крутизна огибающей $\mathbf{L_m}$ в точке $\mathbf{x = 0}$ ограничена, значение в ней отлично от нуля. Следовательно, ни одна из функций $\mathbf{L_m}$ не может представить сигнал с нулевой начальной точкой и конечной крутизной в этой точке. Такой сигнал может быть представлен линейной комбинацией функций Лагерра с параметром $\mathbf{B}$:

$$\mathbf{E(t) = E_0F_m(x)}; \qquad \mathbf{F_m(x) = B\left[L_m(x) - L_{m+2}(x)\right]}, \tag{5}$$

где $\mathbf{E_0}$ – амплитуда излученного поля.

Поведение огибающей функций $\mathbf{F_m}$ (5) показано на рис. 1 при $\mathbf{z = 0}$ ($\mathbf{x = t\ /t_0}$). Такие функции имеют ряд свойств, подходящих для моделирования СШП сигналов:

1. $\mathbf{F_m(0) = 0}$.
2. Огибающая $\mathbf{F_m(x)}$ имеет $\mathbf{m + 2}$ нулей и экспоненциально убывающий остаток.
3. Крутизна переднего фронта огибающей при $\mathbf{x = 0}$ определяется свободным параметром $\mathbf{\partial F_m(x)/\partial x = 2B}$.
4. Огибающая (5) обладает интегральным свойством $\int_0^\infty \mathbf{F_m(x)dx = 0}$, аналогичным (1).

Таким образом, комбинация функций Лагерра позволяет моделировать широкий класс СШП сигналов, представленных действительными функциями времени и координат на интервале $\mathbf{0 \leq t < \infty}$. Окончательный выбор должен быть увязан с возможностью наилучшей аппроксимации реального импульса на выходе антенного устройства.

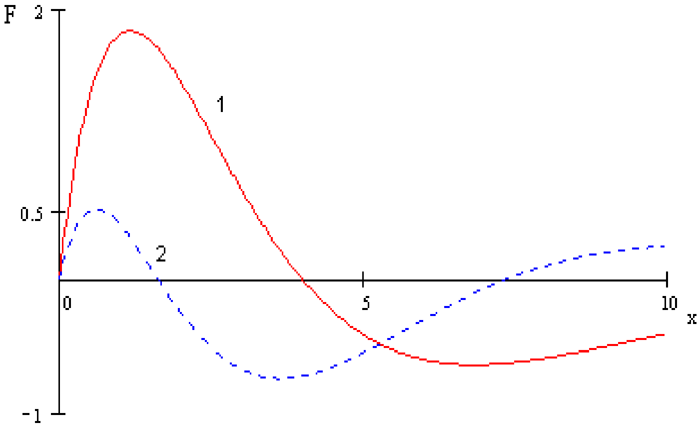

Рис. 1. Огибающие для сигналов $\mathbf{F_0}$ и $\mathbf{F_1}$

Для оценки искажений импульса при излучении и распространении возможно использование временных моментов [5]. При этом, для первых двух могут быть получены аналитические выражения [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. Астанин Л.Ю., Костылев А.А. Основы сверхширокополосных радиолокационных измерений. – М.: Радио и связь, 1989. – 288 с.
2. Исследование объектов с помощью пикосекунлных импульсов / Под ред. Г.В. Глебовича. – М.: Радио и связь, 1984. – 422 с.
3. Kaizer G.A. Friendly Guide To Wavelets. – New York: Birkhauzer, 1994. – 387 p.
4. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Радио и связь, 1971. – 346 с.
5. Стадник А.М., Ермаков Г.В. // Радиофизика и радиоастрономия. – 2000. – Т. 5, № 2. – С. 125.

Поступила в редколлегию 22.08.2000