УДК 623. 021: 005

РАЗРАБОТКА МОДЕЛЕЙ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ КОНФЛИКТНЫХ СИТУАЦИЙ

к.т.н. Ю.И. Кушнерук, Д.И. Евстрат, И.П. Ольшевский, Ал.М. Носик
(представил д.т.н., проф. В.М. Бильчук)

В статье рассматриваются вопросы построения математических моделей динамических процессов конфликтных ситуаций при заданных ограничениях и способах проведения операций.

Разработка математических моделей динамических процессов в конфликтных ситуациях может осуществляться на основе составления обыкновенных дифференциальных уравнений - уравнений Ланчестера [1]. Учёт таких особенностей проведения операций, как увеличение дальности уничтожения объекта, скрытности носителя средств противоборствующих сторон, нехватка информации о противостоящих силах, неоднородность и многовариантность применения средств и т.д., вызвал появление достаточно большого количества работ по моделированию конфликтных ситуаций системами обыкновенных дифференциальных уравнений, отражающими те или иные особенности операций и представляющими собой модификации уравнений Ланчестера.

Рассмотрим возможности представления уравнениями Ланчестера и конфликтных ситуаций в случае учёта неоднородности сил и средств и деления их на основные и вспомогательные силы.

Как известно [1], система уравнений динамических процессов в конфликтных ситуациях имеет вид

$$\begin{cases} \dfrac{dx(t)}{dt} = -by(t) + u(t); \\ \dfrac{dy(t)}{dt} = -ax(t) + v(t) \end{cases} \tag{1}$$

при начальных данных $x(0) = x_0$, $y(0) = y_0$,

где $x(t)$ и $y(t)$ - математические ожидания количества средств сторон $\overline{A}$ и $\overline{B}$, сохранившего к моменту времени t;

a и b - эффективные скорострельности группировок $\overline{A}$ и $\overline{B}$;

$u(t)$ и $v(t)$ - интенсивности поступления средств резерва сторон $\overline{A}$ и $\overline{B}$;

x_0 и y_0 - количество средств $\overline{A}$ и $\overline{B}$ в начале операции.

Рассмотрим ситуацию, когда сторона $\overline{\mathbf{A}}$ имеет **m** разнородных групп средств, а сторона $\overline{\mathbf{B}}$ - **n.** При этом модель (1) может быть преобразована к виду

$$\begin{cases} \dfrac{\mathbf{dx(t)}}{\mathbf{dt}} = -\mathbf{By(t)} + \mathbf{u(t)}; \\ \dfrac{\mathbf{dy(t)}}{\mathbf{dt}} = -\mathbf{Ax(t)} + \mathbf{v(t)} \end{cases} \tag{2}$$

при начальных данных $\mathbf{x(0) = x_0}$, $\mathbf{y(0) = y_0}$,

где $\mathbf{A} = \left\|\mathbf{a_{ji}}\right\|_{\mathbf{n,m}}$ и $\mathbf{B} = \left\|\mathbf{b_{ji}}\right\|_{\mathbf{m,n}}$ - матрицы эффективных ударов сторон, причём $\mathbf{a_{ji}}$ - эффективных скорострельностей средства **i** – го типа группировки $\overline{\mathbf{A}}$ по **j –** му средству группировки $\overline{\mathbf{B}}$, $\mathbf{b_{ji}}$ - эффективная скорострельность средства **j** – го типа группировки $\overline{\mathbf{B}}$ по **i** – му средству группировки $\overline{\mathbf{A}}$;

$\mathbf{x(t) = \left[x_1(t),\ x_2(t),\ \dots,\ x_m(t)\right]^T}$ и $\mathbf{y(t) = \left[y_1(t),\ y_2(t),\ \dots,\ y_n(t)\right]^T}$ - векторы математических ожиданий количества разнородных средств сторон $\overline{\mathbf{A}}$ и $\overline{\mathbf{B}}$ в момент времени **t**;

$\mathbf{u(t) = \left[u_1(t),\ u_2(t),\ \dots,\ u_m(t)\right]^T}$ и $\mathbf{v(t) = \left[v_1(t),\ v_2(t),\ \dots,\ v_n(t)\right]^T}$ - векторы интенсивности поступления резервов сторон $\overline{\mathbf{A}}$ и $\overline{\mathbf{B}}$;

$\mathbf{x^0 = \left[x_1^0,\ x_2^0,\ \dots,\ x_m^0\right]^T}$ и $\mathbf{y^0 = \left[y_1^0,\ y_2^0,\ \dots,\ y_n^0\right]^T}$ - векторы, характеризующие наличие разнородных средств сторон $\overline{\mathbf{A}}$ и $\overline{\mathbf{B}}$ в начале операции.

Рассмотрим распределение основных и вспомогательных сил и средств в модели (2).Пусть главные и вспомогательные силы однородны и :

- главные силы стороны $\overline{\mathbf{A}}$ $\mathbf{x_1(t)}$ могут проводить операции только против главных сил стороны $\overline{\mathbf{B}}$ $\mathbf{y_1(t)}$ и наоборот;

- вспомогательные силы стороны $\overline{\mathbf{A}}$ $\mathbf{x_2(t)}$ могут проводить операции как против главных сил стороны $\overline{\mathbf{B}}$ $\mathbf{y_1(t)}$, так и против вспомогательных сил $\overline{\mathbf{B}}$ $\mathbf{y_2(t)}$, и наоборот;

- сторона $\overline{\mathbf{A}}$ при проведении операции распределяет свои вспомогательные силы $\mathbf{x_2(t)}$ на части $\mathbf{\alpha x_2(t)}$ и $\mathbf{(1-\alpha)x_2(t)}$, так что часть вспомогательных сил $\mathbf{\alpha x_2(t)}$ действует против главных сил стороны $\overline{\mathbf{B}}$, а часть $\mathbf{(1-\alpha)\,x_2(t)}$ против вспомогательных сил стороны $\overline{\mathbf{B}}$ $\mathbf{(0 \le \alpha \le 1)}$;

- сторона $\overline{B}$ распределяет свои вспомогательные силы $y_2(t)$ на части $\beta x_2(t)$ и $(1-\beta)y_2(t)$, где $0 \le \beta \le 1$.

Величины α и β могут быть либо вещественными числами, которые каждая из сторон не может изменять, либо вещественными функциями времени $\alpha(t)$ и $\beta(t)$, когда каждая из сторон в ходе проведения операции перераспределяет свои вспомогательные силы.

В этих условиях модель динамики проведения операции имеет вид

$$\begin{cases} \dfrac{dx(t)}{dt} = -Cy(t) + u(t); \\ \dfrac{dy(t)}{dt} = -Dx(t) + v(t) \end{cases} \tag{3}$$

при начальных данных $x(t) = x_0$, $y(t) = y_0$,

где $C = \begin{bmatrix} b_{11} & \beta b_{12} \\ 0 & (1-\beta)b_{22} \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} a_{11} & \alpha a_{12} \\ 0 & (1-\alpha)a_{12} \end{bmatrix}$ - взвешенные матрицы эффективных скорострельностей сторон $\overline{B}$ и $\overline{A}$ соответственно.

Величины α, β, функции $u_i(t)$, $v_j(t)$, $\left(i, j = \overline{1,2}\right)$, удовлетворяют условиям:

$$\begin{aligned} &0 \le \alpha \le 1;\ \ 0 \le \beta \le 1; \\ &0 \le u_i(t) \le a_i,\ \ i = \overline{1,2};\ \ 0 \le v_j(t) \le b_j,\ \ j = \overline{1,2}; \\ &\int_0^T u_i(t)dt \le A_i,\ \ i = \overline{1,2};\ \ \int_0^T v_j(t)dt \le B_j,\ \ j = \overline{1,2}, \end{aligned} \tag{4}$$

где T - время проведения операции; a_i, b_j, A_i, B_j $\left(i, j = \overline{1,2}\right)$ - положительные числа, задающие ограничения на темпы поступления резерва и на общее количество имеющихся сил.

Предложенные математические модели позволяют рассчитать расход разнородных основных и вспомогательных сил и средств в условиях взаимодействия сторон $\overline{A}$ и $\overline{B}$ с учётом поступления резерва, а затем осуществить планирование сил и средств при проведении операции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lanchester F. Aireraft in warfare. – London, 1916. – 120 p.

Поступила в редколлегию 4.09.2000