УДК 62-505.5

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ВОЗМУЩЕНИЙ В ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ С ЗАДАННОЙ ТОЧНОСТЬЮ

к.т.н. В.И. Кортунов
(представил д.т.н., проф. В.М. Илюшко)

Решается задача структурного синтеза фильтров восстановления неконтролируемых возмущений с заданной точностью. Фильтр имеет ступенчатую вычислительную схему для обеспечения заданной динамической точности восстановления вектора состояния и возмущения. Доказаны условия сходимости вычислительной схемы.

Введение

Оценивание векторов состояния и возмущения используется в различных технических задачах – управления по вектору состояния, компенсационного управления по восстановленному вектору возмущения или робастного управления, контроля и диагностике технического состояния оборудования, наблюдения не измеряемых величин и др.

Оценивание детерминированных неконтролируемых возмущений в линейной динамической системе в дальнейшем будем называть восстановлением возмущений. Задача восстановления имеет различное решение в зависимости от имеющейся априорной информации, критерия оценивания и требуемых качественных показателей восстановления, определяемых спектром матрицы состояния фильтра.

При наличии априорной информации в форме модели возмущений или формирующего фильтра задача восстановления может решаться за счет расширения фазового вектора оценивания [1,2], а при отсутствии априорных данных подходящим способом является метод обратных динамических моделей [3,4]. Однако метод обратных динамических моделей обладает недостатками, связанными со структурной вырожденностью при некоторых соотношениях числа входных и выходных переменных и, соответственно, отсутствием возможности параметризации фильтров наблюдения [4]. Переход в этом случае к регуляризованному фильтру восстановления возмущений может не обеспечить заданной точности решения задачи.

Предлагается синтезировать фильтр восстановления неконтролируемых возмущений в линейной динамической системе выбором настраиваемой матрицы и многоступенчатой вычислительной схемы фильтра.

Постановка задачи восстановления возмущений с заданной точностью

Пусть динамическая система представлена матричным дифференциальным уравнением:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(\mathbf{t}) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(\mathbf{t}) + \mathbf{B}_{\mathbf{u}}\mathbf{u}(\mathbf{t}) + \mathbf{B}_{\mathbf{v}}\mathbf{v}(\mathbf{t});\\ \mathbf{y}(\mathbf{t}) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(\mathbf{t}) + \mathbf{D}_{\mathbf{u}}\mathbf{u}(\mathbf{t}) + \mathbf{D}_{\mathbf{v}}\mathbf{v}(\mathbf{t}),\end{aligned} \qquad (1)$$

где $\mathbf{x}(\mathbf{t}) \in \mathbf{R}^{\mathbf{n}}$ – вектор состояния; $\mathbf{u}(\mathbf{t}) \in \mathbf{R}^{\mathbf{m}}$ – вектор управления; $\mathbf{y}(\mathbf{t}) \in \mathbf{R}^{l}$ – вектор наблюдения; $\mathbf{v}(\mathbf{t}) \in \mathbf{R}^{\mathbf{p}}$ – вектор неконтролируемых возмущений; $\mathbf{A}, \mathbf{B}_{\mathbf{u}}, \mathbf{B}_{\mathbf{v}}, \mathbf{C}, \mathbf{D}_{\mathbf{u}}, \mathbf{D}_{\mathbf{v}}$ – матрицы состояния, управления и наблюдения соответствующей размерности.

Для обеспечения заданной точности восстановления возмущений на этапе проектирования необходимо задаться начальной априорной информацией о возмущениях в форме временных функций или спектральных характеристик. Считаем, что определена верхняя оценка спектральной плотности энергии сигнала возмущения $\mathbf{S}_{\mathbf{v}}(\omega) = \mathbf{V}^{\mathbf{T}}(-\mathbf{j}\omega)\mathbf{V}(\mathbf{j}\omega)$, где $\mathbf{V}(\mathbf{s})$ - преобразование Лапласа от $\mathbf{v}(\mathbf{t})$, $\mathbf{s}$ - переменная Лапласа.

Требуется синтезировать фильтр восстановления возмущений с заданной степенью точности

$$\left\| \widehat{\mathbf{V}}(\mathbf{s}) - \mathbf{V}(\mathbf{s}) \right\|_{\mathbf{H}^2} \le \varepsilon_{\mathbf{v}}, \qquad (2)$$

где $\widehat{\mathbf{v}}(\mathbf{t})$ - оценка возмущения; $\varepsilon_{\mathbf{v}}$ - точность восстановления возмущений, норма вектора [6]

$$\left\| \mathbf{V}(\mathbf{s}) \right\|_{\mathbf{H}^2} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{tr}\, \mathbf{S}_{\mathbf{v}}(\omega) \mathbf{d}\omega .$$

Условие (2) при представлении оценки $\widehat{\mathbf{V}}(\mathbf{s}) = \mathbf{W}_{\widehat{\mathbf{v}}/\mathbf{v}}(\mathbf{s})\mathbf{V}(\mathbf{s})$ можно заменить условием

$$\left\| \mathbf{I}_{\mathbf{p}} - \mathbf{W}_{\widehat{\mathbf{v}}/\mathbf{v}}(\mathbf{s}) \right\|_{\mathbf{H}^{\infty}} \le \varepsilon_{\mathbf{w}}, \qquad (3)$$

где $\mathbf{I}_{\mathbf{p}}$ - единичная матрица размера $\mathbf{p}$; $\mathbf{W}_{\widehat{\mathbf{v}}/\mathbf{v}}(\mathbf{s})$ - матричная передаточная функция по оценке возмущения устойчивого фильтра; $\varepsilon_{\mathbf{w}}$ - скаляр, характеризующий точность оценивания. Норма матричной передаточной функции в выражении (3) $\left\| \mathbf{W}(\mathbf{s}) \right\|_{\mathbf{H}^{\infty}}$ определяется как норма пространства Харди [6]:

$$\|W(s)\|_{H^\infty} = \sup_{\omega} \sigma_{max}[W(j\omega)], \tag{4}$$

где $\sigma_{max}[W(j\omega)] = \lambda_{max}^{1/2}[W^T(j\omega)W(-j\omega)]$ - максимальное сингулярное число матрицы.

Условие (3) считаем критерием синтеза фильтра восстановления возмущений.

Синтез фильтра восстановления возмущений

Оценку вектора возмущений получим по следующей вложенной вычислительной схеме.

На первом шаге схемы сформируем оценку вектора состояния для системы (1) с помощью фильтра Люенбергера [2] :

$$\begin{aligned} &\dot{\hat{x}}_1(t) = A\hat{x}_1(t) + L(y(t) - \hat{y}_1(t)) + B_u u(t); \\ &\hat{y}_1(t) = C\hat{x}_1(t) + D_u u(t), \end{aligned} \tag{5}$$

где $\hat{x}_1(t) \in R^n$ – вектор оценки состояния; $\hat{y}_1(t) \in R^l$ – вектор оценки параметров наблюдения; L – настраиваемая матрица.

Получим для фильтра (5) уравнения ошибки оценивания вычитанием систем (1) и (5):

$$\begin{aligned} &\Delta\dot{x}_1(t) = (A - LC)\Delta x_1(t) + (B_v - LD_v)v(t); \\ &\Delta y_1(t) = C\,\Delta x_1(t) + D_v v(t), \end{aligned} \tag{6}$$

где $\Delta x_1(k) = x(t) - \hat{x}_1(t)$ - ошибка вектора оценки состояния. Оценку возмущения первого шага получим из уравнения наблюдения

$$\hat{v}_1(t) = D_v^+(y(t) - C\hat{x}_1(t) - D_u u(t)), \tag{7}$$

где D_v^+ – псевдообратная матрица по Муру - Пенроузу [5].

Оценка (7) существует, если $D_v \neq 0$, что для непрерывных систем выполняется нечасто. Однако, реализация фильтров наблюдения осуществляется в дискретном виде и полученные результаты можно использовать для дискретных систем, для которых матрица D_v определяется типом экстраполятора, и условие $D_v \neq 0$ может выполниться.

Для многомерной системы (6) в форме «вход-выход» можно записать:

$$\begin{aligned} &\mathbf{\Delta X_1(s) = W_{\Delta x/v}(s)\,V(s) + W_{\Delta x_1^o}(s)\Delta x_1^o;} \\ &\mathbf{\Delta V_1(s) = -D_v^{+} C\,\Delta X_1(s),} \end{aligned} \qquad (8)$$

где $\mathbf{W_{\Delta x/v}(s) = (Is - A - LC)^{-1}(B_v - LD_v), W_{\Delta x_1^o}(s) = (Is - A - LC)^{-1}}$ - многомерные передаточные функции (МПФ) по соответствующим сигналам.

Величина ошибки оценки возмущений определяется свойством МПФ, параметризация которых обеспечивается матрицей $\mathbf{L}$, входящей в числитель и знаменатель МПФ. Противоречивость в выборе $\mathbf{L}$ по критерию точности заключается в том, что с одной стороны необходимо выбрать матрицу для обеспечения динамических показателей фильтра, что определяется характеристическим полином фильтра или знаменателем МПФ, а с другой стороны, необходимо обеспечить выполнения условия независимости ошибки оценки от сигнала возмущения, т.е. выполнение матричного равенства

$$\mathbf{B_v - LD_v = 0}. \qquad (9)$$

В общем виде решение матричного уравнения можно представить [5]:

$$\mathbf{L = B_v D_v^{+} + L_o(I - D_v D_v^{+})}, \qquad (10)$$

где $\mathbf{L_o}$ - произвольная матрица. Поскольку матрица вида (10) удовлетворяет матричному равенству (9), то функция с нечеткой логикой (ФНЛ) с такой матрицей соответствует восстановлению возмущений при неизвестных входных сигналах или реализует обратную динамическую модель [4]. В этом случае при определенном соотношении числа входных и выходных переменных, когда $\mathbf{l \le p}$ и $\mathbf{D_v^{+} = D_v^T(D_v D_v^T)^{-1}}$, отсутствует параметризация фильтра, так как $\mathbf{L = B_v D_v^{+}}$. Для обеспечения запаса устойчивости фильтра и уменьшения влияния начальных условий можно провести регуляризацию фильтра, которая может не гарантировать заданной точности восстановления возмущений.

Предположим, что на первом шаге схемы проектирования произведен выбор матрицы $\mathbf{L}$ из условия обеспечения запаса устойчивости или динамических показателей фильтра, когда собственные значения матрицы состояния фильтра находится в желаемой области $\mathbf{\lambda\{A - LC\} \in \Lambda^*}$, а требование по точности (2) или (3) не выполняется.

Синтезируем фильтр восстановления возмущений на втором уровне схемы с учетом результатов первого. Тогда уравнения фильтра запишутся в виде:

$$\begin{aligned}
&\dot{\hat{\mathbf{x}}}_2(\mathbf{t}) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}_2(\mathbf{t}) + \mathbf{L}(\mathbf{y}(\mathbf{t}) - \hat{\mathbf{y}}_2(\mathbf{t})) + \mathbf{B_u u}(\mathbf{t}) + \mathbf{B_v}\hat{\mathbf{v}}_1(\mathbf{t});\\
&\hat{\mathbf{y}}_2(\mathbf{t}) = \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}_2(\mathbf{t}) + \mathbf{D_u u}(\mathbf{t}) + \mathbf{D_v}\hat{\mathbf{v}}_1(\mathbf{t})\ ;\\
&\hat{\mathbf{v}}_2(\mathbf{t}) = \mathbf{D_v^+}(\mathbf{y}(\mathbf{t}) - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}_2(\mathbf{t}) - \mathbf{D_u u}(\mathbf{t}))\ ,
\end{aligned} \tag{11}$$

где $\hat{\mathbf{x}}_2(\mathbf{t}) \in \mathbf{R^n}$ – вектор оценки состояния на втором шаге.

Уравнение ошибки оценки вектора состояния $\hat{\mathbf{x}}_2(\mathbf{t})$ получим аналогично первому шагу:

$$\begin{aligned}
&\Delta\dot{\mathbf{x}}_2(\mathbf{t}) = (\mathbf{A} - \mathbf{LC})\Delta\mathbf{x}_2(\mathbf{t}) + (\mathbf{B_v} - \mathbf{LD_v})(\mathbf{v}(\mathbf{t}) - \hat{\mathbf{v}}_1(\mathbf{t}));\\
&\Delta\,\mathbf{y}_2(\mathbf{t}) = \mathbf{C}\,\Delta\,\mathbf{x}_2(\mathbf{t}) + \mathbf{D_v}(\mathbf{v}(\mathbf{t}) - \hat{\mathbf{v}}_1(\mathbf{t}));\\
&\Delta\mathbf{v}_2(\mathbf{t}) = -\mathbf{D_v^+ C}\Delta\mathbf{x}_2(\mathbf{t}),
\end{aligned} \tag{12}$$

или через МПФ:

$$\begin{aligned}
&\Delta\mathbf{X}_2(\mathbf{s}) = \mathbf{W}_{\Delta\mathbf{x}/\mathbf{v}}(\mathbf{s})(-\mathbf{D_v^+ C}(\mathbf{W}_{\Delta\mathbf{x}/\mathbf{v}}(\mathbf{s})\mathbf{V}(\mathbf{s}) + \mathbf{W}_{\Delta\mathbf{x}_1^o}(\mathbf{s})\Delta\mathbf{x}_1^o)) + \mathbf{W}_{\Delta\mathbf{x}_2^o}(\mathbf{s})\Delta\mathbf{x}_2^o;\\
&\Delta\mathbf{V}_2(\mathbf{s}) = -\mathbf{D_v^+ C}\,\Delta\mathbf{X}_2(\mathbf{s}).
\end{aligned} \tag{13}$$

Если обозначить $\mathbf{W}_{\Delta\hat{\mathbf{v}}/\mathbf{v}}(\mathbf{s}) = -\mathbf{D_v^+ C}\,\mathbf{W}_{\Delta\mathbf{x}/\mathbf{v}}(\mathbf{s})$ и принять $\mathbf{x}_1^o = \mathbf{0}, \mathbf{x}_2^o = \mathbf{0}$, то для ошибки оценки возмущения запишем

$$\Delta\mathbf{V}_2(\mathbf{s}) = (\mathbf{W}_{\Delta\hat{\mathbf{v}}/\mathbf{v}}(\mathbf{s}))^2\,\mathbf{V}(\mathbf{s}). \tag{14}$$

Из (14) следует оценка по норме

$$\left\|\Delta\mathbf{V}_2(\mathbf{s})\right\|_{\mathbf{H}^2} \le \left\|(\mathbf{W}_{\Delta\hat{\mathbf{v}}/\mathbf{v}}(\mathbf{s}))^2\,\mathbf{V}(\mathbf{s})\right\|_{\mathbf{H}^2} \le \left\|\mathbf{W}_{\Delta\hat{\mathbf{v}}/\mathbf{v}}(\mathbf{s})\right\|^2_{\mathbf{H}^\infty}\left\|\mathbf{V}(\mathbf{s})\right\|_{\mathbf{H}^2}. \tag{15}$$

Если на первом шаге схемы оценивания выполнено условие

$$\left\|\mathbf{W}_{\Delta\hat{\mathbf{v}}/\mathbf{v}}(\mathbf{s})\right\|_{\mathbf{H}^\infty} = \boldsymbol{\varepsilon}_\mathbf{w} \le \mathbf{1}, \tag{16}$$

то оценка по норме ошибки второго шага следует из (15) и

$$\left\|\Delta\mathbf{V}_2(\mathbf{s})\right\|_{\mathbf{H}^2} \le (\boldsymbol{\varepsilon}_\mathbf{w})^2\left\|\mathbf{V}(\mathbf{s})\right\|_{\mathbf{H}^2}. \tag{17}$$

Обобщая результат выполнения вычислительной схемы на j-й уровень, получим

$$\left\|\Delta\mathbf{V}_\mathbf{j}(\mathbf{s})\right\|_{\mathbf{H}^2} \le (\boldsymbol{\varepsilon}_\mathbf{w})^\mathbf{j}\left\|\mathbf{V}(\mathbf{s})\right\|_{\mathbf{H}^2}. \tag{18}$$

Если для первого шага оценивания выбором настраиваемой матрицы **L** выполнено условие (16), то $\left\|\Delta\mathbf{V}_\mathbf{j}(\mathbf{s})\right\|_{\mathbf{H}^2} \le \left\|\Delta\mathbf{V}_{\mathbf{j-1}}(\mathbf{s})\right\|_{\mathbf{H}^2}$, что обеспечивает сходимость вычислительной схемы восстановления возмущений и $\hat{\mathbf{v}}_{\mathbf{j}}(\mathbf{t}) \to \hat{\mathbf{v}}(\mathbf{t})$ при $\mathbf{j} \to \infty$.

Выводы

Вложенность схемы восстановления возмущений ослабляет требования к выбору матрицы **L**, когда для синтеза достаточно выполнения условия (16), а итеративный характер вычислительной схемы оценок обеспечивает уменьшение ошибки восстановления возмущений на каждом последующем шаге схемы при $\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{w}} < \mathbf{1}$.

Преимущества синтезированных ФНЛ возмущений видится в следующем: во-первых, не расширяется вектора состояния ФНЛ за счет модели возмущений, которая к тому же в практике известна приближенно; во-вторых, параметрическая настройка фильтра оценки возмущений однозначно определяется параметрической настройкой основного ФНЛ; в третьих – обеспечивается точность восстановления возмущений по имеющейся априорной информации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Джонсон С. Теория регуляторов, приспосабливающихся к возмущениям // Фильтрация и стохастическое управление в динамических системах / Под ред. К.Т. Лиондеса. – М.: Мир, 1980. – С.253 - 320.
2. Стрейц В. Метод пространства состояний в теории дискретных линейных систем управления. – М.: Наука, 1985. – 296 с.
3. Пухов Г.Е., Жук К.Д. Синтез многосвязанных систем управления по методу обратных операторов. – К.: Наукова думка, 1966. – 219 с.
4. Костенко Ю.Т., Любчик Л.М. Системы управления с динамическими моделями. – Харьков: Основа, 1996. – 213 с.
5. Алберт А. Регрессия, псевдоинверсия и рекуррентное оценивание. – М.: Наука, 1977. – 224 с.
6. Барабанов А.Е., Первозванский А.А. Оптимизация по равномерно-частотным показателям (Н-теория) // Автоматика и телемеханика. – 1992. – №3. – С. 3 - 32.

Поступила в редколлегию 15.08.2000