

ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ ПРИБЛИЖЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОММИВОВАЖЕРА

к.т.н. А.В. Шостак
(представил д.ф.-м.н. С.В. Смяляков)

В статье проанализирована сложность представленного алгоритма приближенного решения задачи коммивояжера (ЗК).

Как известно [1], алгоритмы приближенного решения ЗК являются одними из основных инструментов решения практических задач. В приводимом ниже алгоритме построение гамильтонова цикла (ГЦ) начинается с произвольно выбираемой вершины $x_1 \in X$, где X - множество вершин. В соответствии с вероятностью выбора ребра выбирается $(n - 2)$ ребра ГЦ, где n - число вершин. Вероятность выбора j -го ребра на r -м $(r = \overline{1, n-2})$ шаге построения ГЦ пропорциональна весу V_j этого ребра, определяемого как

$$V_j = (l_j)^{-\alpha}, \quad (1)$$

где α - коэффициент размытости, l_j - длина j -го ребра. В общем случае при определении r -го ребра $(r = \overline{1, n-2})$ выбор делается из максимум $(n - r)$ ребер инцидентных вершине x_r . Для включения ребра в ГЦ выбирается соответствующее номеру v ребро u_j если

$$\sum_{i=1}^{v-1} V_i < \chi \cdot \sum_{i=1}^{n-r} V_i \leq \sum_{i=1}^v V_i, \quad (2)$$

где χ - случайное равномерно распределенное (р.р.) в интервале $(0, 1)$ число. Предполагается, что хотя бы один ГЦ на графе существует.

В целом алгоритм можно представить следующим образом.

1. Ввести исходные данные: количество вершин - n ; матрицу длин ребер графа - L ; одномерную матрицу списка ребер - A ; коэффициент размытости - α ; номер вершины $x_1 = J_0$; число просматриваемых вариантов ГЦ - I_0 ; начальное значение длины ГЦ - $L(\overline{G})$. $I = 0$, $J = J_0$.

2. $I = I + 1$. Если $I > I_0$, то перейти к п.12, иначе - $r = 0$, $A(\hat{I}) = 0$.

3. $r = r + 1$. Сформировать в соответствии с (1) матрицу весов ребер, исходящих из x_r - й вершины - $V = \|V_v\|_{n-r}^1$.

4. Вычислить псевдослучайное равномерно - распределенное число в интервале $(0, 1)$ число χ .

5. Выбрать в соответствии с (2) ребро u_j , J присвоить значение номера вершины x_r , включенной посредством выбора ребра u_j в ГЦ, $a_j = 1$.

6. Если $1 < r < (n-2)$, то обнулить веса ребер между x_r -й вершиной ГЦ и всеми другими уже вошедшими в ГЦ вершинами и перейти к п.3.

7. В качестве $(n-1)$ -го ребра взять ребро между вершиной x_{n-1} с номером J и вершиной $x_n = \{ X / \bigcup_{i=1}^{n-1} x_i \}$.

8. В качестве n -го ребра взять ребро между вершинами x_n и x_1 .

9. Вычислить значение длины ГЦ $L(G_1)$, соответствующее матрице $A(I)$.

10. Сравнить значение $L(G_1)$ с рекордным на данный момент значением $L(\bar{G})$. Если $L(G_1) \geq L(\bar{G})$, то перейти к п.2, иначе $L(\bar{G}) = L(G_1)$.

11. Запомнить новое рекордное значение \bar{G} , задаваемое матрицей $\bar{A} = A(I)$, и соответствующее \bar{G} значение $L(\bar{G})$. Перейти к п.2.

12. Останов. Получен ГЦ \bar{G} , задаваемый матрицей списка ребер \bar{A} , и соответствующее матрице \bar{A} значение длины ГЦ $L(\bar{G})$.

Основными параметрами управления в данном алгоритме являются: значение коэффициента размытости α , номер начальной вершины построения ГЦ J_0 и число просматриваемых ГЦ I_0 .

Оценим сложность вычислений в приведенном подходе к решению ЗК. Объем вычислений при выборе r -го ребра пропорционален количеству ребер $(n-r)$, из которого осуществляется этот выбор. Для построения одного ГЦ необходимо сделать $n-2$ вероятностных выбора по правилу (2) из всего количества ребер. Если же строится по I_0 ГЦ из каждой из n вершин графа, то суммарный объем вычислений будет пропорционален величине $I_0 \times n \times (n^2 - n - 2) / 2$. На примере тестовой задачи размерности $n=25$ из [2] исследована относительная погрешность рассматриваемого алгоритма, которая не превышает 5%.

ЛИТЕРАТУРА

1. Меламед И.И., Сергеев С.И., Сигал И.Х. Задача коммивояжера. Приближенные алгоритмы // Автоматика и телемеханика. – 1989. – №11. – С. 3 - 26.
2. Хелд Н., Карп Р.М. Применение динамического программирования к задачам упорядочения // Кибернетический сборник. – М.: Наука. – 1964. – №9. – С. 202 - 218.

Поступила в редколлегию 16.8.2000