

УСОВЕРШЕНСТВОВАННЫЙ ТОПОЛОГИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Д.С. Шимук
(представил д.т.н., проф. Б.Ф. Самойленко)

Показано, как с помощью топологической матрицы определить токи и напряжения в сложной линейной цепи по формуле Мэзона.

Из-за и трудоемкости матричных методов решения систем алгебраических уравнений выбор конкретного способа анализа сложных линейных цепей определяется порядком системы уравнений, которую нужно решить для получения конечного результата. Применение же топологической формулы Мэзона [1] позволяет избежать этого недостатка. Однако, такой подход недостаточно широко используется на практике из-за многообразия форм топологического представления систем уравнений цепи вследствие разных подходов к их составлению [2] и обусловленной этим трудоемкости процедур нахождения характеристик топологических образов графов (путей, миноров путей, контуров).

В этой связи является актуальным решение научно-технической задачи получения перечисленных выше параметров топологических образов графов цепей для прямого использования формулы Мэзона. В ходе дальнейших рассуждений используем понятия топологического анализа цепей [1, 2].

Для иллюстрации предлагаемого метода рассмотрим пример. Необходимо определить напряжение на емкости в схеме, представленной на рис. 1, после замыкания ключа S.

Ориентированный граф схемы после коммутации показан на рис. 2. Стрелки на ребрах графа соответствуют принятым положительным

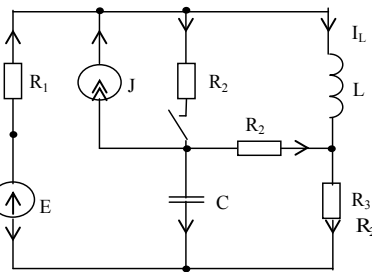


Рис. 1. Анализируемая схема

направлениям токов в одноименных двухполюсных элементах схемы. Угол-

Примечание [ШДС1]: Подготовлено для печати. Подлежит уточнению и просмотру профессора.

Примечание [ШДС2]: Мэзон

Примечание [ШДС3]: Ионкин

ценными линиями на рис. 2 выделено собственное дерево схемы, содержащее

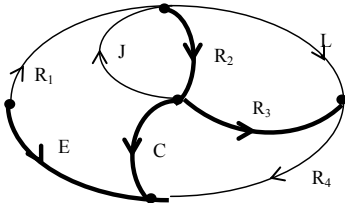


Рис. 2. Ориентированный граф схемы

источник ЭДС, резистор R_1 , емкость C . Ребра графа, не отнесенные к ветвям, называют связями [3]. Топологическая матрица F [3], описывающая топологическое взаимодействие элементов ориентированного графа, представлена табл. 1. Незаполненные ячейки соответствуют нулевым элементам матрицы F .

Таблица 1

Структура топологической матрицы F (граф рис. 2)

Связи	Ветви дерева			
	E	C	R ₂	R ₃
L	↓	↑	↑	→
R ₄	↓	↑	←	→
R ₁	↓	→	→	→
J			1	

На основе F , согласно изложенной в [2, 3] методике, получают систему алгебраических уравнений цепи в матричной форме по законам Кирхгофа для особых контуров и особых сечений:

$$U_C = -FU_B; \quad (1)$$

$$I_B = F^T I_C, \quad (2)$$

где U_C – матрица-столбец напряжений связей $U_C = [u_L \ u_{R4} \ u_{R1} \ u_J]^T$;
 U_B – матрица-столбец напряжений ветвей $U_B = [u_E \ u_C \ u_{R2} \ u_{R3}]^T$;
 I_B – матрица-столбец токов ветвей $I_B = [i_E \ i_C \ i_{R2} \ i_{R3}]^T$;
 I_C – матрица-столбец токов связей $I_C = [i_L \ i_{R4} \ i_{R1} \ i_J]^T$.

Для иллюстрации свойств матрицы F применим к характеристикам цепи прямое преобразование Лапласа и на ее основе, с учетом отношений по закону Ома между параметрами пассивных элементов, построим основной операторный сигнальный граф схемы (рис. 3). Из рис. 3 видно, что все контуры основного операторного сигнального графа сформированы ребрами операторных адмитансов элементов из числа связей, ребрами операторных импедансов элементов из числа ветвей и ребрами дуальных топологических отношений между пассивными элементами схемы. Это значит, что операторная передача $L_{ij}(p)$ каждого контура основного графа равна

$$L_{ij}(p) = Z_i(p) (-f_{ij}) f_{ji} \frac{1}{Z_j(p)} = -\frac{Z_i(p)}{Z_j(p)}, \quad (3)$$

где i, j – индексы элементов ветвей и связей соответственно. Тогда все контуры основного графа, и, что особенно важно, систему их взаимодействия можно выразить топологической подматрицей F_K , показанной в таблице выделенным фрагментом \square

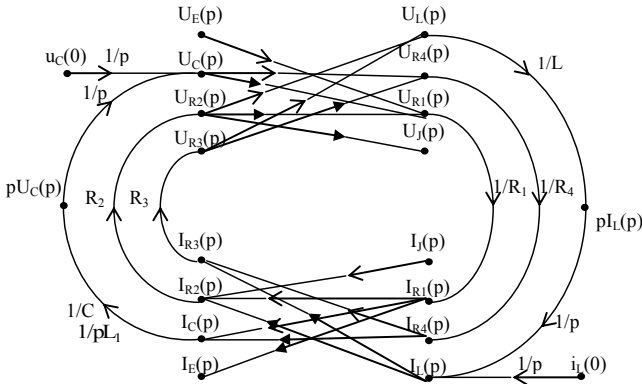


Рис. 3. Основной операторный сигнальный граф к схеме рис. 1.

Из матрицы F_K видно, какие элементы схемы формируют каждый контур, и что некасающимися контурами будут те, у которых элементы f_{ij} матрицы F_K расположены в разных строках и столбцах. Максимальное количество некасающихся контуров в данном случае равно трем согласно размерности матрицы F_K . Сумма передач всех контуров, взятых по одному, $\sum L_{ij}^{(1)}$ равна

$$\sum L_{ij}^{(1)} = -\frac{R_2 + R_3}{pL} - \frac{1}{R_4} \left(\frac{1}{pC} + R_3 \right) - \frac{1}{R_1} \left(\frac{1}{pC} + R_2 \right). \quad (4)$$

Сумма произведений передач всех пар некасающихся контуров равна

$$\begin{aligned} \sum L_k^{(2)} = & \frac{R_2}{pL} \left(\frac{1}{pCR_4} + \frac{R_3}{R_4} + \frac{1}{pCR_1} \right) + \frac{R_3}{pL} \left(\frac{1}{pCR_4} + \frac{1}{pCR_1} + \frac{R_2}{R_1} \right) + \\ & + \frac{1}{pCR_4} \cdot \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_3}{R_4} \cdot \left(\frac{1}{pCR_1} + \frac{R_2}{R_1} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Находим сумму произведений передач всех троек некасающихся контуров

$$\sum_k L_k^{(3)} = \frac{R_2}{pL} \cdot \frac{R_3}{R_4} \cdot \frac{1}{pCR_1} + \frac{R_3}{pL} \cdot \frac{1}{pCR_4} \cdot \frac{R_2}{R_1}. \quad (6)$$

Подставим (4), (5), (6) в выражение для определителя схемы $\Delta(p)$ [1] и выполним очевидные преобразования

$$\Delta(p) = 1 - \sum L_{ij}^{(1)} + \sum L_{ij}^{(2)} - \sum L_{ij}^{(3)} = \frac{LC(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}{p^2 LCR_1 R_4} p^2 + \frac{L \sum_{i=1}^4 R_i + C[R_1 R_4 (R_2 + R_3) + R_2 R_3 (R_1 + R_4)]}{p^2 LCR_1 R_4} p + \frac{R_3 (R_1 + R_2 + R_4) + R_2 (2R_1 + R_4)}{p^2 LCR_1 R_4}. \quad (7)$$

Передачи и миноры путей обычно находят по основному операторному сигнальному графу [3]. В настоящей работе их предлагается определять по матрице F . Так, от источника E в элемент C существуют два пути: первый (сплошные стрелки в таблице) проходит через столбец E , строку R_1 , столбец C ; второй (пунктирные стрелки) – последовательно через столбец E , строку R_1 , столбец R_2 , строку L , столбец R_3 , строку R_4 , столбец C . Передача первого пути

$$\Pi_{U_{C,E}}^{(1)}(p) = (-1)^{m+n} \frac{1}{R_1} \cdot \frac{1}{pC} = \frac{1}{pCR_1},$$

где $m = 1$ – число отрицательных элементов матрицы F , в которых путь "переходит" из столбца в строку и наоборот;

$n = 1$ – число проходов пути по строкам в матрице F .

Миноры путей определяются аналогично (7) [3], после удаления из матрицы F_K столбцов и строк элементов, через которые проходит анализируемый путь. Минор первого пути $\Delta_{U_{C,E}}^{(1)}(p)$

$$\Delta_{U_{C,E}}^{(1)}(p) = 1 + \frac{R_2 + R_3}{pL} + \frac{R_3}{R_4} + \frac{R_2 R_3}{pLR_4} = \frac{pL(R_3 + R_4) + R_4(R_2 + R_3) + R_2 R_3}{pLR_4}.$$

Передача второго пути равна

$$\Pi_{U_{C,E}}^{(2)}(p) = (-1)^{m+n} \frac{1}{R_1} \cdot R_2 \frac{1}{pL} R_3 \frac{1}{R_4} \frac{1}{pC} = \frac{-R_2 R_3}{p^2 LCR_1 R_4},$$

а его минор равен единице, поскольку этот путь проходит по всем столбцам и строкам матрицы F^K .

В силу линейности цепи напряжения на емкости $U_C(p)$ равно сумме частичных реакций от воздействия всех источников: источника тока $J(p)$, начального напряжения на емкости $u_C(0)$ и начального тока в индуктивности $i_L(0)$. Представление начальных условий так, как это показано на рис. 3, соответствует операторным схемам замещения емкости и индуктивности [2, 3]. Все имеющиеся пути из указанных узлов-

источников в узел $U_C(p)$, а также их миноры, находим подобно описанному выше. В соответствии с формулой Мэзона [1] выражение для операторного изображения величины $U_C(p)$ примет вид

$$U_C(p) = \frac{\Pi_{U_C,E}^{(1)} \Delta_{U_C,E}^{(1)} + \Pi_{U_C,E}^{(2)}}{\Delta(p)} U_E(p) + \frac{\Pi_{U_C,J}^{(1)} \Delta_{U_C,J}^{(1)} + \Pi_{U_C,J}^{(2)} \Delta_{U_C,J}^{(2)}}{\Delta(p)} J(p) + \\ + \frac{\Pi_{U_C,u_C(0)} \Delta_{U_C,u_C(0)} u_C(0)}{\Delta(p)} + \frac{\Pi_{U_C,i_L(0)}^{(1)} \Delta_{U_C,i_L(0)}^{(1)} + \Pi_{U_C,i_L(0)}^{(2)} \Delta_{U_C,i_L(0)}^{(2)}}{\Delta(p)} i_L(0),$$

а после подстановки в последнее уравнение соответствующих величин и выполнения очевидных преобразований, получим

$$U_C(p) = \frac{pL(R_3 + R_4) + R_4(R_2 + R_3)}{p^2 LCR_1 R_4 \Delta(p)} U_E(p) - \\ - R_2 \frac{pL(R_3 + R_4) + R_3(R_1 + R_4)}{p^2 LCR_1 R_4 \Delta(p)} J(p) + \\ + C \frac{pL(R_1 + R_2)(R_3 + R_4) + R_2 R_3(R_1 + R_4) + R_1 R_4(R_2 + R_3)}{p^2 LCR_1 R_4 \Delta(p)} u_C(0) + \\ + L \frac{R_2(R_3 + R_4) + R_1(R_2 + R_3)}{p^2 LCR_1 R_4 \Delta(p)} i_L(0)$$

Выводы. Топологическая матрица менее громоздкая, но имеет такую же информативную и однозначную форму отражения топологических взаимоотношений между элементами сложной цепи по законам Кирхгофа, как и основной сигнальный граф. Ее свойства позволяют легко найти характеристики топологических образов основного сигнального графа и сформировать выражение для любого тока (напряжения) цепи непосредственно по формуле Мэзона. Предложенный метод практически исключает необходимость составления, и, тем более, решения систем алгебраических уравнений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мэзон С., Циммерман Г. Электронные цепи, сигналы, системы. – М.: Изд-во иностр. лит., 1963. – 620 с.
2. Теоретические основы электротехники / Под ред. П.А. Ионкина. –Т. 1. Основы теории линейных цепей. – М.: Высш. шк., 1976. – 544 с.
3. Ягуп В. Г. Автоматизированный расчет тиристорных схем. – Харьков : ХГУ, 1986. – 160 с.

Поступила в редколлегию 3.7.2000

