

ЗАДАЧА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ В СИСТЕМЕ С УЧЕТОМ СОСТОЯНИЯ ЕЕ ЭЛЕМЕНТОВ

к.т.н. С.Н. Звиглянич, к.в.н. О.Н. Пилипенко, Ю.С. Литвинов
(представил д.в.н., проф. И.О. Кириченко)

Приводится постановка задачи распределения ресурсов между элементами системы с учетом их состояния на рассматриваемый момент времени.

Рассмотрим систему, состоящую из N элементов. Для функционирования системы требуется поставить каждому элементу определенное количество некоторого ресурса. Пусть имеется M отдельных групп поставщиков, в каждой из которых имеется в наличии a_i количество ресурса. При распределении поставим условие

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N C_{ij} \rightarrow \min, \quad (1)$$

где C_{ij} - цена доставки ресурса от источника i к элементу системы j .

Отношения между элементами определим типами связей. Учитываются следующие типы связей: управляющие, функциональные, информационные. В качестве исходных данных определим вероятности наличия и восстановления связи между i -м и j -м объектами системы в рассматриваемый период времени – соответственно P_{ij}^H, P_{ij}^B . В зависимости от цели функционирования объекта на основе экспертной оценки учтем значение той или иной связи коэффициентом важности K_{ij} , принимающего значения в диапазоне от 0 до 1. Рассмотрим с учетом связей возможные состояния некоторого объекта. Пусть для определенности (рис.1) объект 2 имеет управляющие связи с 1 и 3 объектами системы.

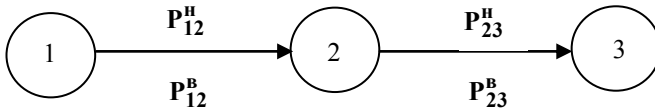


Рис.1. Управляющие связи объекта 2

Представим возможные состояния объекта 2 (рис.2). Интенсивности переходов сопоставим с вероятностями отказа и восстановления функциониро-

вания существующих связей с учетом коэффициента их важности.

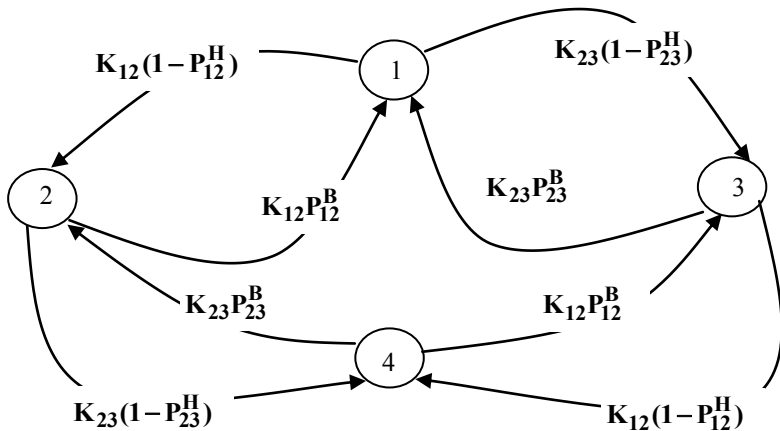


Рис.2. Возможные состояния объекта 2

Предположим, что процесс перехода из состояния в состояние является стационарным. Запишем уравнения Колмогорова [1]:

$$\begin{aligned}
 & K_{12}P_{12}^B P_2 + K_{23}P_{23}^B P_3 - K_{12}(1 - P_{12}^H)P_1 - K_{23}(1 - P_{23}^H)P_1 = 0; \\
 & K_{12}(1 - P_{12}^H)P_1 + K_{23}P_{23}^B P_4 - K_{12}P_{12}^B P_2 - K_{23}(1 - P_{23}^H)P_2 = 0; \\
 & K_{23}(1 - P_{23}^H)P_1 + K_{12}P_{12}^B P_4 - K_{12}(1 - P_{12}^H)P_3 - K_{23}P_{23}^B P_3 = 0; \\
 & K_{23}(1 - P_{23}^H)P_2 + K_{12}(1 - P_{12}^H)P_3 - K_{23}P_{23}^B P_4 - K_{12}P_{12}^B P_4 = 0.
 \end{aligned} \tag{2}$$

Так как в данный момент времени объект может находиться только в одном из перечисленных состояний, нормировочное условие можно записать в виде

$$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 1. \tag{3}$$

Решая (2) с учетом (3), находим вероятности P_1, P_2, P_3, P_4 .

Отсутствие (восстановление) той или иной связи является случайным событием и вносит некоторую неопределенность в знание истинного состояния рассматриваемого объекта [2]. Оценим эту неопределенность энтропией

$$H_{(2)} = \sum_{i=1}^4 -P_i \log P_i. \tag{4}$$

При большой энтропии уменьшается вероятность правильного функционирования объекта в системе, поэтому для таких объектов распределение проводится в последнюю очередь. Таким образом, для достижения максимального эффекта функционированию системы объектов в первую очередь

необходимо обеспечить рабочее состояние тех ее элементов, которые имеют минимальную энтропию. Исходя из этого, с учетом (1) введем условие

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N C_{ij} H_{(j)} . \quad (5)$$

Общая постановка задачи распределения при этом будет иметь вид.

Найти $X_{(m \times n)}^* = \left\| x_{ij}^* \right\|_{m \times n}$

из условия $L = \min \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N x_{ij} C_{ij} H_j$

при ограничениях:

1) $\sum_{j=1}^N x_{ij} = a_i , \quad i = \overline{1, M} ;$

2) $\sum_{i=1}^M x_{ij} = b_j , \quad j = \overline{1, N} ;$

3) $\sum_{i=1}^M a_i = \sum_{j=1}^N b_j ;$

4) $a_i > 0 ; \quad b_j > 0 ; \quad C_{ij} \cdot H_j \geq 0 ; \quad x_{ij} \geq 0 ; \quad i = \overline{1, M} ; \quad j = \overline{1, N} ,$

где x_{ij} – количество ресурса i - й группы, выделенного для j - го элемента системы; a_i – количество ресурса в i - й группе; b_j – требуемое количество ресурса для j - го элемента системы.

При предложенном подходе задача распределения сводится к транспортной задаче линейного программирования. В случае невыполнения баланса (ограничение 3) для соблюдения условий вводятся фиктивные элементы (количество ресурса больше требуемого) или фиктивные группы поставщиков (количество ресурса меньше требуемого). Если необходимо решать поставленную задачу с учетом разнотипных ресурсов, то переходим к алгоритмам многопродуктовых транспортных задач. Предложенный подход может найти применение и в военной сфере, например, при постановке задачи целераспределения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вентцель Е.С. Исследование операций. – М.: Сов. радио, 1972.– 550 с.
2. Основы теории вероятностей и математической статистики / Кодолов И.М., Матковский И.И., Зотов В.П. и др. – М.: ВА им. Дзержинского, 1968. – 388 с.

Поступила в редколлегию 16.11.2000
