УДК 65.0.12.122

ЗАДАЧА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ В СИСТЕМЕ С УЧЕТОМ СОСТОЯНИЯ ЕЕ ЭЛЕМЕНТОВ

к.т.н. С.Н. Звиглянич, к.в.н. О.Н. Пилипенко, Ю.С. Литвинов
(представил д.в.н., проф. И.О. Кириченко)

Приводится постановка задачи распределения ресурсов между элементами системы с учетом их состояния на рассматриваемый момент времени.

Рассмотрим систему, состоящую из **N** элементов. Для функционирования системы требуется поставить каждому элементу определенное количество некоторого ресурса. Пусть имеется **M** отдельных групп поставщиков, в каждой из которых имеется в наличии $\mathbf{a_i}$ количество ресурса. При распределении поставим условие

$$\sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{N} C_{ij} \to \min , \qquad (1)$$

где $\mathbf{C_{ij}}$ - цена доставки ресурса от источника **i** к элементу системы **j**.

Отношения между элементами определим типами связей. Учитываются следующие типы связей: управляющие, функциональные, информационные. В качестве исходных данных определим вероятности наличия и восстановления связи между **i** - м и **j** - м объектами системы в рассматриваемый период времени – соответственно $\mathbf{P_{ij}^{н}, P_{ij}^{в}}$. В зависимости от цели функционирования объекта на основе экспертной оценки учтем значение той или иной связи коэффициентом важности $\mathbf{K_{ij}}$, принимающего значения в диапазоне от 0 до 1. Рассмотрим с учетом связей возможные состояния некоторого объекта. Пусть для определенности (рис.1) объект 2 имеет управляющие связи с 1 и 3 объектами системы.

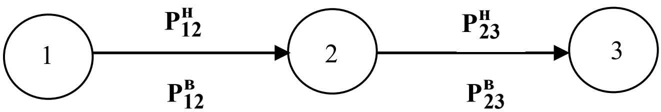

Рис.1. Управляющие связи объекта 2

Представим возможные состояния объекта 2 (рис.2). Интенсивности переходов сопоставим с вероятностями отказа и восстановления функционирования существующих связей с учетом коэффициента их важности.

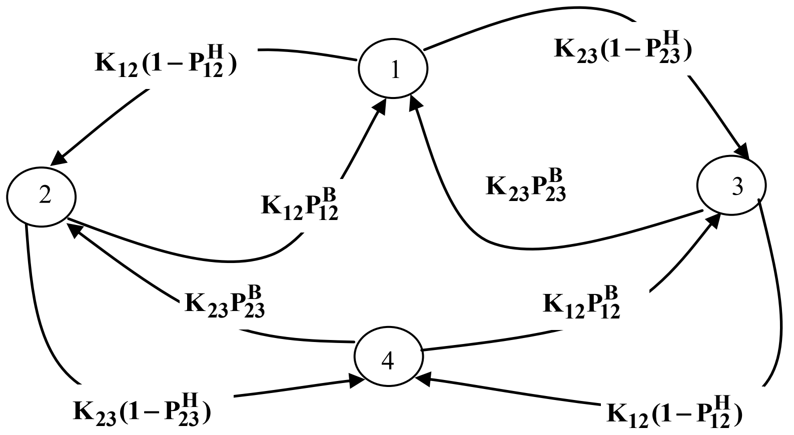

Рис.2. Возможные состояния объекта 2

Предположим, что процесс перехода из состояния в состояние является стационарным. Запишем уравнения Колмогорова [1]:

$$
\begin{aligned}
&K_{12}P_{12}^{B}P_2 + K_{23}P_{23}^{B}P_3 - K_{12}(1-P_{12}^{H})P_1 - K_{23}(1-P_{23}^{H})P_1 = 0;\\
&K_{12}(1-P_{12}^{H})P_1 + K_{23}P_{23}^{B}P_4 - K_{12}P_{12}^{B}P_2 - K_{23}(1-P_{23}^{H})P_2 = 0;\\
&K_{23}(1-P_{23}^{H})P_1 + K_{12}P_{12}^{B}P_4 - K_{12}(1-P_{12}^{H})P_3 - K_{23}P_{23}^{B}P_3 = 0;\\
&K_{23}(1-P_{23}^{H})P_2 + K_{12}(1-P_{12}^{H})P_3 - K_{23}P_{23}^{B}P_4 - K_{12}P_{12}^{B}P_4 = 0.
\end{aligned} \tag{2}
$$

Так как в данный момент времени объект может находиться только в одном из перечисленных состояний, нормировочное условие можно записать в виде

$$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 1. \tag{3}$$

Решая (2) с учетом (3), находим вероятности P_1, P_2, P_3, P_4.

Отсутствие (восстановление) той или иной связи является случайным событием и вносит некоторую неопределенность в знание истинного состояния рассматриваемого объекта [2]. Оценим эту неопределенность энтропией

$$H_{(2)} = \sum_{i=1}^{4} - P_i \log P_i. \tag{4}$$

При большой энтропии уменьшается вероятность правильного функционирования объекта в системе, поэтому для таких объектов распределение проводится в последнюю очередь. Таким образом, для достижения максимального эффекта функционированию системы объектов в первую очередь необходимо обеспечить рабочее состояние тех ее элементов, которые имеют минимальную энтропию. Исходя из этого, с учетом (1) введем условие

$$\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N} C_{ij} H_{(j)} \ . \tag{5}$$

Общая постановка задачи распределения при этом будет иметь вид.

Найти $\mathbf{X}^{*}_{(mxn)} = \left\| \mathbf{x}^{*}_{ij} \right\|_{mxn}$

из условия $\mathbf{L} = \min \sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N} x_{ij} C_{ij} H_j$

при ограничениях:

1) $\sum_{j=1}^{N} x_{ij} = a_i \ , \quad i = \overline{1, M}$;

2) $\sum_{i=1}^{M} x_{ij} = b_j \ , \quad j = \overline{1, N}$;

3) $\sum_{i=1}^{M} a_i = \sum_{j=1}^{N} b_j$;

4) $a_i > 0$; $b_j > 0$; $C_{ij} \cdot H_j \geq 0$; $x_{ij} \geq 0$; $i = \overline{1, M}$; $j = \overline{1, N}$,

где x_{ij} – количество ресурса i - й группы, выделенного для j - го элемента системы; a_i –количество ресурса в i - й группе; b_j – требуемое количество ресурса для j - го элемента системы.

При предложенном подходе задача распределения сводится к транспортной задаче линейного программирования. В случае невыполнения баланса (ограничение 3) для соблюдения условий водятся фиктивные элементы (количество ресурса больше требуемого) или фиктивные группы поставщиков (количество ресурса меньше требуемого). Если необходимо решать поставленную задачу с учетом разнотипных ресурсов, то переходим к алгоритмам многопродуктовых транспортных задач. Предложенный подход может найти применение и в военной сфере, например, при постановке задачи целераспределения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вентцель Е.С. Исследование операций. – М.: Сов. радио, 1972.– 550 с.

2. Основы теории вероятностей и математической статистики / Кодолов И.М., Матковский И.И., Зотов В.П. и др. – М.: ВА им. Дзержинского, 1968. – 388 с.

Поступила в редколлегию 16.11.2000