УДК 681.518: 62.50

СИСТЕМА ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ПРИ УПРАВЛЕНИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМ АГРЕГАТОМ

д.т.н., проф. В.Д. Дмитриенко, Р.Д. Расрас

Для системы поддержки принятия решений при управлении технологическим процессом в стационарных режимах предложен метод определения корректирующих воздействий, позволяющий оператору более точно поддерживать параметры технологического процесса.

В настоящее время при управлении сложными технологическими процессами эффективным средством сбора, хранения, обработки, прогнозирования и определения оптимальных управляющих воздействий являются компьютерные системы поддержки принятия решений. Разработка такой системы актуальна и для управления одним из основных агрегатов цементного производства – вращающейся печью для обжига клинкера. Рассмотрим вопросы создания одной из подсистем системы поддержки принятия решений оператором печи сухого способа производства цемента.

В первом приближении при неизменных физических свойствах и химическом составе сырья в конечном интервале $[t_1, t_2]$ времени управления вращающаяся печь для обжига клинкера может быть описана с помощью системы обыкновенных дифференциальных уравнений с запаздыванием

$$\frac{dX_i}{dt} + f_i(X_1, X_2, X_3, t) = \sum_{j=1}^{m} \varphi_{ij} \cdot (X_1, \ldots, X_3, t) \cdot U_j(t - \tau_{ij}) + \sum_{k=1}^{r} \psi_{ik} \cdot (X_1, \ldots, X_3, t) \cdot \eta_k, \quad (1)$$

где X_i – фазовые координаты объекта управления, $i = \overline{1, n}$; t – время; f_i, φ_{ij}, ψ_{ik} – непрерывные функции (характеристики объекта); U_j – управляющие воздействия, $j = \overline{1, m}$; τ_{ij} – время запаздывания j - го управляющего воздействия при управлении i - й фазовой координатой, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, m}$; $\eta_k, k = \overline{1, r}$ – белые шумы в виде последовательности разделенных сколь угодно малыми, но конечными интервалами времени, статически независимых случайных по площади δ - импульсов.

Для решения системы уравнений (1) необходимо задание не только начальных условий $X_i(t_1) = X_{i0}$ $(i = \overline{1, n})$, но и функций $\gamma_{ij}(t)$ $(i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m})$, описывающих поведение запаздывающих управляющих воздействий до начала интервала управления $[t_1, t_2]$:

$$\gamma_{ij}(t) = U_j(t - \tau_{ij}) \text{ при } t_1 - \tau_{ij} \le t \le t_1.$$

При $\tau_{ij} \equiv 0$, $(i = \overline{1, n},\ j = \overline{1, m})$ синтез системы управления для объекта, описываемого системой уравнений (1) может быть осуществлен с помощью универсального метода аналитического конструирования регуляторов по критерию обобщенной работы [1, 2]. В этом случае оптимальными в смысле минимума функционала

$$J = M\left[V_3(X_1(t_2), \ldots, X_n(t_2)), t_2\right] + M\left[\int_{t_1}^{t_2} Q(X_1, \ldots, X_n, t)\,dt\right] + \\ + \frac{1}{q} M\left[\sum_{j=1}^{m} \int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{U_j}{k_j}\right)^q dt\right] + \frac{1}{p} M\left[\sum_{j=1}^{m} \int_{t_1}^{t_2} k_j \left(\sum_{k=1}^{n} \varphi_{kj} \frac{\partial V}{\partial X_k}\right)^p dt\right], \tag{2}$$

где V – решение уравнения

$$\frac{\partial V}{\partial t} - \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial V}{\partial X_i} f_i = -Q \tag{3}$$

при граничном условии

$$V\Big|_{t = t_2} = V_3, \tag{4}$$

являются управляющие воздействия

$$U_j = -k_j^p \left(\sum_{i=1}^{n} \varphi_{ij} \frac{\partial V}{\partial X_i}\right)^{p-1}. \tag{5}$$

Здесь M – символ математического ожидания; Q – непрерывная функция, задающая требования к качеству динамических процессов объекта; q, p – заданные положительные числа, удовлетворяющие условию $1/p+1/q=1$; y^q, y^p – четные функции y; k_j $(j = \overline{1, m})$ – постоянные коэффициенты.

Если $f_i (i = \overline{1, n})$, V_3, Q могут быть представлены в виде полиномов:

$$f_i = \sum_{d=1}^{n} a_{id} X_d + \sum_{d,k=1}^{n} a_{idk} X_d X_k + \ldots + \sum_{d,k,\ldots,r=1}^{n} a_{idk\ldots r} X_d X_k \ldots X_r; \tag{6}$$

$$V_3 = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{n} \rho_{ij} X_i X_j + \frac{1}{3} \sum_{i,j,k=1}^{n} \rho_{ijk} X_i X_j X_k + \ldots; \tag{7}$$

$$Q = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{n} \beta_{ij} X_i X_j + \frac{1}{3} \sum_{i,j,k=1}^{n} \beta_{ijk} X_i X_j X_k + \ldots, \tag{8}$$

где a_{id}, a_{idk}, …, $a_{idk\ldots r}$, ρ_{ij}, ρ_{ijk}, … – постоянные коэффициенты;

β_{ij}, β_{ijk}, … – постоянные коэффициенты или функции времени, то решение уравнения (3) ищется в виде ряда

$$V = \frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{n} A_{ij} X_i X_j + \frac{1}{3}\sum_{i,j,k=1}^{n} A_{ijk} X_i X_j X_k + \ldots, \qquad (9)$$

где коэффициенты A_{ij}, A_{ijk}, ... определяются из системы уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{dA_{ij}}{dt} - \sum\limits_{q=1}^{n}\left(a_{qi} A_{qj} + a_{qj} A_{qi}\right) = -\beta_{ij}\ ; \\ \dfrac{dA_{ijk}}{dt} - \sum\limits_{q=1}^{n}\left(a_{qi} A_{qjk} + a_{qj} A_{qik} + a_{qk} A_{qij}\right) = \\ = \beta_{ijk} + \sum\limits_{q=1}^{n}\left(a_{qjk} A_{qi} + a_{qik} A_{qj} + a_{qij} A_{qk}\right), \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases} \qquad (10)$$

при начальных условиях $A_{ij}(t_2) = \rho_{ij}$, $A_{ijk}(t_2) = \rho_{ijk}$, ...

Подставляя выражение (9) в соотношение (5), нетрудно получить управляющие воздействия как функции фазовых координат и коэффициентов A_{ij}, A_{ijk}, ... :

$$U_j = -k_j^q \left[\sum_{i=1}^{n} \varphi_{ij}\left(\sum_{k=1}^{n} A_{ik} X_k + \sum_{k,p=1}^{n} A_{ikp} X_n X_p + \ldots\right)\right]^{p-1}. \qquad (11)$$

Поскольку метод аналитического конструирования регуляторов по критерию обобщенной работы предназначен для работы с объектами без запаздывания, то введем в систему уравнений (1) новые управляющие воздействия в предположении, что $\tau_{ij} \neq 0$ и $\tau_{ij} = \tau_{kg}$ только при $i = k$ и $j = g$:

$$U_{ij}^*(t) = U_j(t - \tau_{ij}), \quad i = \overline{1, n}, \ j = \overline{1, m}. \qquad (12)$$

Пусть для j - го $(j = \overline{1, m})$ управляющего воздействия U_j выполняются условия:

$$\tau_{k_{1j}j} > \tau_{k_{2j}j} > \ldots > \tau_{k_{(n-1)j}j} > \tau_{k_{nj}j}\ ; \qquad k_{1j}, k_{2j}, \ldots, k_{nj} \in \{1, 2, \ldots, n\}, \qquad (13)$$

где k_{pj} $(p = \overline{1, n})$ – порядковые номера дифференциальных уравнений в системе уравнений (1), упорядоченные по величине запаздывания управляющего воздействия U_j. Тогда j - е управляющее воздействие U_j, приложенное в момент времени t_1 начала интервала управления $[t_1, t_2]$ начнет оказывать частичное влияние на объект управления только через время $\tau_{k_{nj}j}$ посредством управления k_n - й фазовой координатой X_{k_n}. Через время $\tau_{k_{(n-1)j}j}$ после начала рассматриваемого интервала управления начнется непосредственное воздействие U_j и на положение второй фазовой координаты $X_{k_{(n-1)}}\left(k_{(n-1)} \in \{1, 2, \ldots, n\} \backslash k_n\right)$. После истечения времени τ_{1jj} все фазовые координаты объекта будут находиться под непосредственным влиянием управляющего воздействия U_j.

Поскольку $U_j(t-\tau_{ij})=\gamma_{ij}(t)$ при $t_1-\tau_{ij}\le t\le t_1$, то соотношение (13) с учетом выражений (5) и (13) для j - го управляющего воздействия в уравнении k_{nj} с минимальным запаздыванием $\tau_{k_{nj}j}$ преобразуется к виду

$$U_{ij}^*(t+\tau)=U_{k_{nj}j}^*(t+\tau)=$$
$$=\begin{cases}\gamma_{k_{nj}j}(t), \text{ если } \tau<\tau_{k_{nj}j};\\ -k_j^p\left(\varphi_{k_{nj}j}\dfrac{\partial V}{\partial X_{k_{nj}}}\right)^{p-1}, \text{ если } \tau_{k_{nj}j}\le\tau<\tau_{k(n-1)jj};\\ -k_j^p\left(\varphi_{k_{nj}j}\dfrac{\partial V}{\partial X_{k_{nj}}}+\varphi_{k(n-1)jj}\dfrac{\partial V}{\partial X_{k(n-1)j}}\right)^{p-1}, \text{если } \tau_{k(n-1)jj}\le\tau<\tau_{k(n-2)jj};\\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\ -k_j^p\left(\sum\limits_{i=1}^{n}\varphi_{jj}\dfrac{\partial V}{\partial X_i}\right)^{p-1}, \text{ если } \tau\ge\tau_{k_1jj}.\end{cases} \tag{14}$$

Аналогично для уравнения $k_{(n-1)j}$, где управляющее воздействие U_j запаздывает на величину $\tau_{k(n-1)jj}$, получим

$$U_{k(n-1)jj}^*(t+\tau)=U_{ij}^*(t+\tau)=$$
$$=\begin{cases}\gamma_{k(n-1)jj}(t), \text{ если } \tau<\tau_{k(n-1)jj};\\ -k_j^p\left(\varphi_{k_{nj}j}\dfrac{\partial V}{\partial X_{k_{nj}}}+\varphi_{k(n-1)jj}\dfrac{\partial V}{\partial X_{k(n-1)jj}}\right)^{p-1}, \text{если } \tau_{k(n-1)jj}\le\tau<\tau_{k(n-2)jj};\\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\ -k_j^p\left(\sum\limits_{i=1}^{n}\varphi_{ij}\dfrac{\partial V}{\partial X_i}\right)^{p-1}, \text{ если } \tau\ge\tau_{k_1jj}.\end{cases} \tag{15}$$

Для n - го уравнения с наибольшим запаздыванием τ_{k_1jj} для j - го управляющего воздействия имеем

$$U_{k_1jj}^*(t+\tau)=U_{ij}^*(t+\tau)=\begin{cases}\gamma_{k_1jj}(t), \text{ если } \tau<\tau_{k_1j};\\ -k_j^p\left(\sum\limits_{i=1}^{3}\varphi_{ij}\dfrac{\partial V}{\partial X_i}\right)^{p-1}, \text{ если } \tau\ge\tau_{k_1j}.\end{cases} \tag{16}$$

Таким образом, для рассматриваемого объекта с запаздыванием управляющие воздействия определяются с помощью соотношений (14) – (16), а не выражения (5), которое полностью совпадает с соотношениями (14) – (16) только при $\mathbf{t \ge t_1 + \tau_{max}}$, где $\mathbf{\tau_{max} = \max\limits_{i,j} \tau_{ij}}$.

Наличие запаздывания в управляющих воздействиях требует соответствующего изменения и исходного функционала (2). Действительно, в интервале времени $\mathbf{[t_1, t_1 + \tau_{min}]}$, где $\mathbf{\tau_{min} = \min\limits_{i,j} \tau_{ij}}$ функция $\mathbf{Q\ (X_1, \ldots, X_n, t)}$ не зависит от синтезируемых в интервале $\mathbf{[t_1, t_2]}$ управляющих воздействий, поэтому второе слагаемое в выражении (2) можно представить в виде суммы двух компонент

$$\mathbf{M\left[\int\limits_{t_1}^{t_2} Q(X_1, \ldots, X_n, t)\,d\,t\right] = M\left[\int\limits_{t_1}^{t_1+\tau_{min}} Q(X_1, \ldots, X_n, t)\,d\,t\right] + {}} \tag{17}$$
$$\mathbf{{} + M\left[\int\limits_{t_1+\tau_{min}}^{t_2} Q(X_1, \ldots, X_n, t)\,d\,t\right].}$$

Поскольку только вторая компонента в правой части выражения (17) зависит от синтезируемых управляющих воздействий, то только ее и есть смысл включать в выражение (2) функционала.

Наличие времен запаздывания управляющих воздействий приводит и к необходимости изменения и верхних пределов интегрирования в третьем и четвертом слагаемых функционала (2), поскольку в момент времени $\mathbf{t_2}$ будут использоваться управляющие воздействия, синтезированные не позже $\mathbf{t_2 - \tau_{U_j}^{min}}$ где $\mathbf{\tau_{U_j}^{min} = \min\limits_{i} \tau_{ij}}$ – минимальное время запаздывания управляющего воздействия $\mathbf{U_j}$ при его использовании для управления любой из фазовых координат объекта.

Полученные результаты, могут быть обобщены в теореме.

Для объектов, описываемых системой уравнений (1), оптимальными в смысле минимума функционала

$$\mathbf{J = M\left[V_3\left(X_1(t_2), \ldots, X_n(t_2)\right), t_2\right] + M\left[\int\limits_{t_1+\tau_{min}}^{t_2} Q(X_1, \ldots, X_n, t)\,d\,t\right] + {}} \tag{18}$$
$$\mathbf{{} + \frac{1}{q} M\left[\sum_{j=1}^{m} \int\limits_{t_1}^{t_2-\tau_{U_j}^{min}} \left(\frac{U_j}{k_j}\right)^q d\,t\right] + \frac{1}{p} M\left[\sum_{j=1}^{m} \int\limits_{t_1}^{t_2-\tau_{U_j}^{min}} k_j \left(\sum_{k=1}^{m} \varphi_{ij} \frac{\partial V}{\partial X_i}\right)^p d\,t\right],}$$

где $\mathbf{V}$ *– решение уравнения (3) при граничных условиях (4), являются управляющие воздействия*

$$
U_j(t-\tau_{ij}) = \begin{cases} \gamma_{ij}(t), \text{ если } t < \tau_{ij}; \\ -k_j^p \left(\sum\limits_{i \in M\tau_{ij}} \varphi_{ij} \dfrac{\partial V}{\partial X_i} \right)^{p-1}, \text{ если } \tau_{ij} \le t < \tau_{\sup M\tau}; \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ -k_j^p \left(\sum\limits_{i=1}^{n} \varphi_{ij} \dfrac{\partial V}{\partial X_i} \right)^{p-1}, \text{ если } \max \tau_{ij} < t. \end{cases} \tag{19}
$$

Здесь $\gamma_{ij}(t)$ $\left(i=\overline{1,\,n};\; j=\overline{1,\,m}\right)$ – функции, учитывающие запаздывающие управляющие воздействия U_j, синтезированные до начала интервала $[t_1,\ t_2]$; если для некоторых i и j $\tau_{ij} = 0$, то $\gamma_{ij}(t) \equiv 0$; $k_j\left(j=\overline{1,\,m}\right)$ – постоянные коэффициенты; $M_{\tau_{ij}} = \{i_1, ..., i_s\}$ – множество индексов фазовых координат объекта, для которых время запаздывания j - го управляющего воздействия меньше или равно τ_{ij}; если $\tau_{ij} = \min\limits_i \tau_{ij}$ при единственном значении i, то $M_{\tau_{ij}} = \{i\}$; если $\tau_{ij} = \max\limits_i \tau_{ij}$ то $M_{\tau_{ij}} = \{1, 2, ..., n\}$; $\tau_{\sup M\tau}$ – верхняя грань множества времен запаздывания $\{\tau_{i_1 j}, ..., \tau_{i_s j}\}$, определяемых множеством $M_{\tau_{ij}}$.

Данная теорема расширяет сферу возможного применения метода аналитического конструирования регуляторов по критерию обобщенной работы не только на объекты с запаздыванием во всех управляющих воздействиях, но и на объекты, у которых по одним управляющим воздействиям есть запаздывание, а по другим – нет. Пусть у подобного объекта некоторое подмножество $M_1 = \{U_1^1, U_2^1, ..., U_{r_1}^1\}$ множества $M=\{U_1,\ U_2,\ ...,\ U_m\}$ управляющих воздействий имеет запаздывания, а другое подмножество $M_2 = \{U_1^2, U_2^2, ..., U_{r2}^2\}$ – не имеет ($M_1 \cap M_2 = \varnothing$, $M_2 \neq \varnothing$, $M_1 \cup M_2 = M$, $r_1 + r_2 = m$). Очевидно, что в этом случае для подмножества M_2 управляющих воздействий должно выполняться соотношение

$$
\tau_{ij} = 0, \quad \forall\, i \in \overline{1,\,n}, \quad U_j \in M_2,
$$

однако при таких условиях для управляющих воздействий $U_j \in M_2$ правая часть выражения (19) превращается в соотношение (5).

Рассмотрим применение полученных теоретических результатов для синтеза управляющих воздействий на конкретный технологический агрегат. В установившемся режиме при постоянном расходе топлива и воздуха 78-метровая печь иорданской фирмы Alfuhais объект может быть описана системой дифференциальных уравнений вида

$$
\begin{cases}
\dfrac{dT_{зс}}{dt}+a_{11}T_{зс}(t)+a_{12}No_x(t)+a_{13}T_{вв}(t-\tau_в)= \\
\qquad =b_{11}\omega(t-\tau_\omega)+b_{12}G(t-\tau_1)+\psi_1(T_{зс},\ No_x,\ T_{вв})\eta_1(t); \\
\dfrac{dNo_x}{dt}+a_{21}T_{зс}(t)+a_{22}No_x(t)+a_{23}T_{вв}(t-\tau_в)= \\
\qquad =b_{21}\omega(t-\tau_\omega)+b_{22}G(t-\tau_2)+\psi_2(T_{зс},\ No_x,\ T_{вв})\eta_2(t); \\
\dfrac{dT_{вв}}{dt}+a_{31}T_{зс}(t)+a_{32}No_x(t)+a_{33}T_{вв}(t-\tau_в)= \\
\qquad =b_{31}\omega(t-\tau_\omega)+b_{32}G(t-\tau_3)+\psi_3(T_{зс},\ No_x,\ T_{вв})\eta_3(t),
\end{cases} \tag{20}
$$

где $T_{зс}$ – температура зоны спекания; No_x – содержания окислов азота в отходящих газах; $T_{вв}$ – температура вторичного воздуха; a_{ij}, b_{ik} – постоянные коэффициенты, $i,\ j=\overline{1,\ 3}$, $k=1,\ 2$; ω – угловая скорость вращения печи; G – подача шлама; ψ_1, ψ_2, ψ_3 – непрерывные функции; η_1, η_2, η_3 – белые шумы.

В установившихся режимах работы печного агрегата оператор стремиться поддерживать температуру зоны спекания и концентрацию окислов азота в отходящих газах в определенных интервалах значений:

$$
\begin{aligned}
T_{зс}(t)&=T_{зс}^{оп}\pm\Delta T_{зс}; \\
No_x(t)&=No_x^{оп}\pm\Delta No_x,
\end{aligned}
$$

где $T_{зс}^{оп}$ – оптимальное значение температуры зоны спекания; $\pm\Delta T_{зс}$ – допустимые отклонения температуры $T_{зс}$ от оптимальных значений; $No_x^{оп}$ – оптимальная концентрация окислов азота в отходящих газах; $\pm\Delta No_x$ – допустимые отклонения концентрации окислов азота.

При появлении устойчивых положительных или отрицательных приращений по температуре зоны спекания или концентрации окислов азота в отходящих газах оператор может изменить управляющие воздействия ω и G на $\omega+\Delta\omega$ и $G+\Delta G$, стремясь не допустить выхода управляемых переменных за пределы интервалов оптимальных значений. После выдачи управляющих воздействий оператор обычно ждет реакции технологического процесса не менее 12 минут. Поскольку $\tau_в > 12$ минут, то действия оператора можно интерпретировать как стремление оптимизировать в интервале времени $[0,\ 12]$ минут функционал качества

$$
\begin{aligned}
J={}&M\left[V_3\left(T_{зс}(t_2),\ No_x(t_2),\ T_{вв}(t_2),\ t_2\right)\right]+M\left[\int_{t_1}^{t_2}\beta_1\left(T_{зс}^{оп}-T_{зс}(t)\right)^2+\right. \\
&\left.+\beta_2\left(No_x^{оп}-No_x(t)\right)^2dt\right]+\frac{1}{2}M\left[\int_{t_1}^{t_2}\left(\frac{\omega^2+\omega_{опт}^2}{k_1^2}+\frac{G^2+G_{опт}^2}{k_2^2}\right)dt\right],
\end{aligned} \tag{21}
$$

где $t_1 = 0$, $t_2 = 12$.

Из соотношений (1) – (5) при $\mathbf{p} = \mathbf{q} = \mathbf{2}$ и (20), (21) следует, что в рассматриваемом случае оптимальные управляющие воздействия в интервале управления определяются соотношениями:

$$\Delta\omega_{\text{опт}} = -k_1^2\left(b_{11}\frac{\partial V}{\partial T_{\text{зс}}} + b_{21}\frac{\partial V}{\partial No_x} + b_{31}\frac{\partial V}{\partial T_{\text{вв}}}\right); \tag{22}$$

$$\Delta G_{\text{опт}} = -k_2^2\left(b_{12}\frac{\partial V}{\partial T_{\text{зс}}} + b_{22}\frac{\partial V}{\partial No_x} + b_{32}\frac{\partial V}{\partial T_{\text{вв}}}\right). \tag{23}$$

Поскольку в системе уравнений (20) $\tau_{\text{в}} > t_2$, то одночлены, содержащие $T_{\text{вв}}$ и входящие в первое и второе уравнения системы (20) целесообразно рассматривать состоящими из двух компонент:

$$a_{13}T_{\text{вв}}(t-\tau) = a_{13}T_{\text{вв}}^{\text{ср}} + a_{13}\eta_{\text{т}}; \tag{24}$$

$$a_{23}T_{\text{вв}}(t-\tau) = a_{23}T_{\text{вв}}^{\text{ср}} + a_{23}\eta_{\text{т}}, \tag{25}$$

где $T_{\text{вв}}^{\text{ср}}$ – среднее значение температуры вторичного воздуха; $\eta_{\text{т}}$ – случайная составляющая, которая может быть учтена с помощью функций ψ_1 и ψ_2.

Из соотношений (24), (25) следует, что в рассматриваемом интервале управления $\partial V/\partial T_{\text{вв}} \equiv 0$ и функция $\mathbf{V}$ является решением уравнения

$$\begin{aligned}\frac{\partial V}{\partial t} &- \left(a_{11}T_{\text{зс}} + a_{12}No_x + a_{13}T_{\text{вв}}^{\text{ср}}\right)\frac{\partial V}{\partial T_{\text{зс}}} - \\ &- \left(a_{21}T_{\text{зс}} + a_{22}No_x + a_{23}T_{\text{вв}}^{\text{ср}}\right)\frac{\partial V}{\partial No_x} \\ &= -\beta_1\left(T_{\text{зс}}^{\text{оп}} - T_{\text{зс}}(t)\right)^2 - \beta_2\left(No_x^{\text{оп}} - No_x(t)\right)^2,\end{aligned} \tag{26}$$

при граничном условии $\mathbf{V(t = t_2) = V_3}$.

Поскольку оператор стремиться добиться оптимальных значений температуры зоны спекания и содержания окислов азота в отходящих газах в конце интервала управления, то граничные условия можно задать в виде

$$V(t_2) = V_3 = \rho_1\left(T_{\text{зс}}^{\text{оп}} - T_{\text{зс}}\right)^2 + \rho_2\left(No_x^{\text{оп}} - No_x\right)^2, \tag{27}$$

где ρ_1, ρ_2 – константы.

Полагая

$$V = A_0 + A_{01}T_{\text{зс}} + A_{02}No_x + \frac{1}{2}A_{11}T_{\text{зс}}^2 + A_{12}T_{\text{зс}}No_x + \frac{1}{2}A_{22}No_x^2, \tag{28}$$

после подстановки $\mathbf{V}$ в уравнение (26) получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений для определения неизвестных коэффициентов $\mathbf{A_0, A_{01}, \ldots, A_{22}}$:

$$\begin{cases}\dot{A}_0 - a_{13}A_{01}T_{вв}^{ср} - a_{23}A_{02}T_{вв}^{ср} = -\beta_1\left(T_{зс}^{оп}\right)^2 - \beta_2\left(No_x\right)^2 ;\\ \dot{A}_{01} - a_{11}A_{01} - a_{13}A_{11}T_{вв}^{ср} - a_{21}A_{02} - a_{23}A_{12}T_{вв}^{ср} = 2\beta_1 T_{зс}^{оп} ;\\ \dot{A}_{02} - a_{12}A_{01} - a_{13}A_{12}T_{вв}^{ср} - a_{22}A_{02} - a_{23}A_{22}T_{вв}^{ср} = 2\beta_2 No_x^{оп} ;\\ \dot{A}_{11} - 2a_{11}A_{11} - 2a_{21}A_{12} = -2\beta_1 T_{зс}^2 ;\\ \dot{A}_{22} - 2a_{12}A_{12} - 2a_{22}A_{22} = -2\beta_2 No_x^2 ;\\ \dot{A}_{12} - a_{12}A_{11} - A_{12}\left(a_{11} + a_{22}\right) - a_{21}A_{22} = 0 .\end{cases} \qquad (29)$$

Начальные условия для этой системы уравнений при $\mathbf{t = t_2}$ определяются с помощью соотношения (27):

$$A_0(t_2) = \rho_1\left(T_{зс}^{оп}\right)^2 + \rho_2\left(No_x^{оп}\right)^2;\quad A_{01}(t_2) = -2\rho_1 T_{зс}^{оп};\quad A_{02}(t_2) = -2\rho_2 No_x^{оп};$$
$$A_{11}(t_2) = 2\rho_1;\qquad A_{12}(t_2) = 0;\qquad A_{22}(t_2) = 2\rho_2 .$$

Зная коэффициенты $\mathbf{A_0, A_{01}, \ldots, A_{22}}$, нетрудно с помощью формул (22), (23) определить и оптимальные приращения управляющих воздействий $\Delta\omega_{опт}$ и $\Delta G_{опт}$.

Вычислительные эксперименты подтвердили работоспособность регуляторов, определяемых с помощью соотношений (22), (23).

Таким образом, для системы поддержки принятия решений при управлении печью для обжига клинкера в стационарных режимах разработан метод определения в ускоренном времени корректирующих управляющих воздействий. В работе также предложено расширение области применения метода аналитического конструирования регуляторов по критерию обобщенной работы на объекты, содержащие управляющие воздействия с запаздыванием.

ЛИТЕРАТУРА

1. Красовский А.А. Системы автоматического управления полетом и их аналитическое конструирование. – М.: Наука, 1973. – 560 с.

2. Буков В.Н., Кулабухов В.С. Рекурсивный алгоритм оптимизации по критерию А.А. Красовского / Вопросы кибернетики, № 163. Методы теории систем и информационных технологий. – М.: ВИНИТИ, 1990. – С. 124 - 140.

Поступила в редколлегию 22.12.2000