УДК 623. 021: 005

ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СИЛ И СРЕДСТВ В ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССАХ КОНФЛИКТНЫХ СИТУАЦИЙ

к.т.н. В.Б. Кононов, Д.И. Евстрат, Ю.И. Рафальский, И.Ф. Бабий
(представил проф., д.т.н. Б.Ф. Самойленко)

В статье рассматриваются вопросы постановка некоторых задач оптимального распределения сил и средств оперирующей стороны в динамических процессах конфликтных ситуаций.

Рассматривается вариант конфликтных ситуаций, в котором оперирующие стороны **A** и **B** располагают неоднородными основными и вспомогательными силами. При этом количество основных сил сторон **A** и **B** в момент времени **t** описывается соответственно как:

$$\mathbf{x}_1(\mathbf{t}),\ \ldots,\ \mathbf{x}_{\mathbf{m}_1}(\mathbf{t});$$

$$\mathbf{y}_1(\mathbf{t}),\ \ldots,\ \mathbf{y}_{\mathbf{n}_1}(\mathbf{t}),$$

где $\mathbf{m}_1 \le \mathbf{m},\ \mathbf{n}_1 \le \mathbf{n}$, а количество вспомогательных сил сторон **A** и **B** в момент времени **t** – соответственно как:

$$\mathbf{x}_{\mathbf{m}_1+1}(\mathbf{t}),\ \ldots,\ \mathbf{x}_{\mathbf{m}}(\mathbf{t});$$

$$\mathbf{y}_{\mathbf{n}_1+1}(\mathbf{t}),\ \ldots,\ \mathbf{y}_{\mathbf{n}}(\mathbf{t}).$$

В конфликтной ситуаций основные силы каждой из стороны могут выделяться против основных сил противостоящей стороны

$$\gamma \mathbf{x}_{\mathbf{m}_1}(\mathbf{t}),\ \partial \mathbf{y}_{\mathbf{n}_1}(\mathbf{t}).$$

Вспомогательные силы каждой из сторон выделяются как против основных сил

$$\alpha \mathbf{x}_{\mathbf{m}_1}(\mathbf{t}),\ \beta \mathbf{y}_{\mathbf{n}_1}(\mathbf{t}),$$

так и против вспомогательных сил

$$(1-\alpha)\ \mathbf{x}_{\mathbf{m}}(\mathbf{t}),\ (1-\beta)\ \mathbf{y}_{\mathbf{n}}(\mathbf{t}).$$

В [1] показано, что такая конфликтная ситуация будет описываться следующей системой дифференциальных уравнений:

$$
\begin{cases}
\dfrac{dx_1(t)}{dt} = -\sum\limits_{j=1}^{n_1} \partial_{1j} b_{1j} y_j(t) - \sum\limits_{j=n_1}^{n} \beta_{1j} b_{1,n1+j} y_{n1+j}(t) + u_1(t); \\
\dfrac{dx_{m_1}(t)}{dt} = -\sum\limits_{j=1}^{n_1} \partial_{m_1 j} b_{m_1 j} y_j(t) - \sum\limits_{j=n_1}^{n} \beta_{m_1 j} b_{m_1,n_1+j} y_{n_1+j}(t) + u_{m_1}(t); \\
\dfrac{dx_{m_1+1}(t)}{dt} = -\sum\limits_{j=1}^{n_1} \partial_{m_1+1,j} b_{m_1+1,j} y_j(t) - \sum\limits_{j=n_1}^{n} \beta_{m_1+1,j} b_{m_{1+1,},n_{1+j}} y_{n_1+j}(t) + \\
+ u_{m_1+1}(t); \\
\dfrac{dx_m(t)}{dt} = -\sum\limits_{j=1}^{n_1} \partial_{mj} b_{mj} y_j(t) - \sum\limits_{j=n_1}^{n} \beta_{mj} b_{m,n_1+j} y_{n_1+j}(t) + u_m(t); \\
\dfrac{dy_1(t)}{dt} = -\sum\limits_{i=1}^{m_1} \gamma_{1i} a_{1i} x_i(t) - \sum\limits_{i=m_1}^{m} \alpha_{1i} a_{1,m1+i} x_{m1+i}(t) + v_1(t); \\
\dfrac{dy_{n1}(t)}{dt} = -\sum\limits_{i=1}^{m_1} \gamma_{n1} an_{1i} x_i(t) - \sum\limits_{i=m_1}^{m} \alpha_{n1i} a_{n1,m1+i} x_{m1+i}(t) + v_{n1}(t); \\
\dfrac{dy_{n1+1}(t)}{dt} = -\sum\limits_{i=1}^{m_1} \gamma_{n1+1,i} a_{n_1+1,i} x_i(t) - \sum\limits_{i=m_1}^{m} \alpha_{n1+1,i} a_{n1+1,m1+i} x_{m1+i}(t) + \\
+ v_{n1+1}(t); \\
\dfrac{dy_n(t)}{dt} = -\sum\limits_{i=1}^{m_1} \gamma_{ni} a_{n_i} x_i(t) - \sum\limits_{i=m_1}^{m} \alpha_{n_i} a_{n,m1+i} x_{m1+i}(t) + v_n(t),
\end{cases}
\qquad (1)
$$

где $\mathbf{a} = \left\{a_{ji}\right\}_{n,m}$, $\mathbf{b} = \left\{b_{i,j}\right\}$ - эффективные скорострельности средств;

$\mathbf{u}(t) = \left\{u_i(t)\right\}_m$, $\mathbf{v}(t) = \left\{v_j(t)\right\}_n$ - интенсивность поступления средств резерва.

Способ действий оперирующей стороны будет определяться целью, стоящей перед нею. Именно, исходя из поставленной цели оперирующая сторона $\mathbf{A}$ в ходе решения задачи распределения сил и средств стремиться найти управляющие параметры γ, α и $\mathbf{u}(t)$ так, чтобы наилучшим способом провести операцию. Будем считать, что поставленная в ходе операции задача полностью определяется критерием эффективности, от выбора которого зависит и то, как будут распределены силы и средства оперирующей стороны.

Рассмотрим постановку некоторых наиболее типичных задач оптимального распределения сил и средств стороны $\mathbf{A}$ в динамических процессах конфликтных ситуаций между сторонами $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$, в которых требуется найти следующие оптимальные управляющие параметры

$\gamma^* = \left\{\gamma^*_{ji}\right\}_{n,m}$, $\alpha^* = \left\{\alpha^*_{ji}\right\}_{n,m}$, $u^*(t) = \left\{u^*_i\right\}_m$ систем дифференциальных уравнений динамических процессах конфликтных ситуаций, описываемых уравнениями (1), при следующих начальных условиях $x_i(0) = x_i^0 \left(i = \overline{1,m}\right)$, $y_j(0) = y_j^0 \left(j = \overline{1,n}\right)$, удовлетворяющих условиям следующих задач.

Задача 1. В этой задаче сторона $\mathbf{A}$ стремится выбрать свои управляющие параметры γ, α, $u(t)$ таким образом, чтобы к завершению конфликтной ситуации (в момент времени T), суммарное количество основных сил стороны $\mathbf{B}$ было минимально

$$\min_{\{\gamma,\ \alpha,\ u(t)\}} \sum_{j=1}^{n_1} y_j(T). \tag{2}$$

Задача 2. Смысл этой задачи аналогичен предыдущей за исключением введения дополнительного условия на потери в операции стороной $\mathbf{A}$ сил и средств не больше заданных чисел

$$\min_{\{\gamma,\ \alpha,\ u(t)\}} \sum_{j=1}^{n_1} y_j(T),\quad x_i^0 - x_i(T) \le r_i,\quad i = \overline{1,m}. \tag{3}$$

Задача 3. В этой задаче сторона $\mathbf{A}$ стремится выбрать свои управляющие параметры γ, α, $u(t)$ таким образом, чтобы к концу конфликтной ситуаций максимизировать количество своих основных сил при заданных ограничениях на потери своих сил и потери стороны $\mathbf{B}$:

$$\begin{gathered}\max_{\{\gamma,\ \alpha,\ u(t)\}} \sum_{i=1}^{m_1} x_i(T),\\ x_i^0 - x_i(T) \le r_i,\quad i = \overline{1,m},\\ y_j^0 - y_j(T) \ge b_j,\quad j = \overline{1,n}.\end{gathered} \tag{4}$$

Задача 4. В этой задаче сторона $\mathbf{A}$ стремится минимизировать среднее суммарное количество основных сил стороны за весь процесс конфликтной ситуаций при ограничении на потери своих сил:

$$\begin{gathered}\min_{\{\gamma,\ \alpha,\ u(t)\}} \frac{1}{T}\int_0^T \sum_{j=1}^{n_1} y_j(t)dt,\\ x_i^0 - x_i(T) \le r_i,\quad i = \overline{1,m}.\end{gathered} \tag{5}$$

Задача 5. Здесь сторона **A** максимизирует среднее суммарное количество своих основных сил за весь период конфликтной ситуаций при ограничениях задачи (3):

$$\max_{\{\gamma,\ \alpha,\ u(t)\}} \frac{1}{T}\int_0^T \sum_{i=1}^{m_1} x_i(t)dt;$$

$$x_i^0 - x_i(T) \le r_i,\quad i = \overline{1,m}; \tag{6}$$

$$y_j^0 - y_j(T) \ge b_j,\quad j = \overline{1,n}.$$

Задача 6. В этой задаче сторона **A** стремится минимизировать отношение оставшихся основных сил сторон **B** и **A** в момент времени **T**:

$$\min_{\{\gamma,\ \alpha,\ u(t)\}} \frac{\sum_{j=1}^{n_1} y_j(t)}{\sum_{i=1}^{m_1} x_i(t)};$$

$$x_i^0 - x_i(T) \le r_i,\quad i = \overline{1,m}; \tag{7}$$

$$y_j^0 - y_j(T) \ge b_j,\quad j = \overline{1,n}.$$

Задача 7. В этой задаче сторона **A** стремится минимизировать отношение средних суммарных количеств основных сил сторон **B** и **A** за весь период операции:

$$\min_{\{\gamma,\ \alpha,\ u(t)\}} \frac{\int_0^T \sum_{j=1}^{n_1} y_j(t)}{\int_0^T \sum_{i=1}^{m_1} x_i(t)};$$

$$x_i^0 - x_i(T) \le r_i,\quad i = \overline{1,m}; \tag{8}$$

$$y_j^0 - y_j(T) \ge b_j,\quad j = \overline{1,n}.$$

Задача 8. В этой задаче сторона **A** стремится минимизировать момент времени **T** ведения операции:

$$\min_{\{\gamma,\ \alpha,\ u(t)\}} T;$$

$$x_i^0 - x_i(T) \le r_i,\quad i = \overline{1,m}; \tag{9}$$

$$y_j^0 - y_j(T) \ge b_j,\quad j = \overline{1,n}.$$

В зависимости от целей, поставленных перед стороной **A** , выбор может осуществиться на основе решения одной из вышеперечисленных задач.

Отметим, что если сторона **A** стремится к “равномерному” уничтожению основных сил противника, то критерий эффективности (2) должен быть заменен на следующий:

$$\min_{\{\gamma,\ \alpha,\ u(t)\}} \max_{1\le j\le n_1} y_j(T). \tag{10}$$

Аналогично, критерии эффективности в задачах (3) – (5) в этой ситуации заменяются соответственно на следующие:

$$\max_{\{\gamma,\ \alpha,\ u(t)\}} \min_{1\le i\le m_1} x_i(T)\ ; \tag{11}$$

$$\min_{\{\gamma,\ \alpha,\ u(t)\}} \max_{1\le j\le n_1} \left\{\frac{1}{T}\int_0^T y_j(t)dt\right\}\ ; \tag{12}$$

$$\min_{\{\gamma,\ \alpha,\ u(t)\}} \max_{1\le j\le n_1} \left\{\frac{1}{T}\int_0^T y_j(t)dt\right\}\ ; \tag{13}$$

$$\max_{\{\gamma,\ \alpha,\ u(t)\}} \min_{1\le i\le m_1} \left\{\frac{1}{T}\int_0^T x_i(t)dt\right\}\ . \tag{14}$$

Рассмотренные критерии эффективности могут применяться в задачах оптимального распределения сил и средств в динамических моделях конфликтных ситуаций, описываемых системами дифференциальных уравнений при заданных начальных условиях и ограничениях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кушнерук Ю.И., Евстрат Д.И., Ольшевский И.П., Носик Ал.М. Разработка моделей динамических процессов конфликтных ситуаций // Системи обробки інформації. – Харків : НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2000. – Вип. 3(9). – С. 74 - 76.

2. Мороз Ф.В., Кембелл Д.Е. Методы исследования операций. – М: Сов. радио, 1965. – 286 с.

3. Чуев Ю.В. Исследование операций в военном деле. – М.: Воениздат, 1970. – 256 с.

Поступила в редколлегию 18.12.2000