

## УНИВЕРСАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА С АДАПТИРУЕМОЙ СТРУКТУРОЙ

д.т.н. О.Н. Фоменко, к.т.н. А.А. Журавлев

Рассматривается летательный аппарат, структура которого может перед стартом адаптироваться для решения различных тактических задач на основе универсализации алгоритмов управления, обеспечивающих свойство инвариантности дифференциальных уравнений.

Тенденция развития мирового ракетостроения свидетельствует, что с экономической точки зрения выгодно разрабатывать и создавать универсальные комплексы. Летательный аппарат (ЛА) с адаптируемой перед стартом структурой позволяет в короткое время реализовать конфигурацию объекта управления для выполнения конкретной задачи. Состав решаемых задач разрабатывается в процессе НИОКР и в дальнейшем может изменяться в процессе жизненного цикла системы. При традиционном подходе для решения конкретной задачи требуется разрабатывать специализированные алгоритмы управления для каждой реализуемой конфигурации адаптируемого объекта управления.

Предлагается синтез алгоритмов управления движением ЛА вокруг центра масс осуществлять из условия, чтобы замкнутая система управления описывалась системой линейных дифференциальных уравнений 2-го порядка с заданными коэффициентами. Начальные условия эталонной системы соответствуют начальным условиям объекта управления в реальном полете. При этом объект описывается нелинейными дифференциальными уравнениями с неопределенными на этапе проектирования параметрами, отражающими возможные конкретные конфигурации адаптируемого объекта. Регулятор также описывается нелинейными дифференциальными уравнениями, отражающими структуру неопределенных параметров объекта управления. Вид замкнутой системы остается инвариантным ко всем нелинейностям объекта и регулятора, что обеспечит предсказуемость свойств поведения замкнутой системы управления в смысле устойчивости и точности регулирования. Структура системы управления, реализующей такое управление, представлена на рис. 1.

Регулируемой величиной является ориентация продольной оси ЛА в пространстве, определяемая измеряемыми углами  $\vartheta, \psi, \phi$  тангажа, рысканья и крена. Желаемая ориентация продольной оси ЛА задается про-

граммными значениями этих углов  $\vartheta^*, \psi^*, \varphi^*$ . Цель управления – поддерживать текущую ориентацию продольной оси вблизи расчетной. Программные углы вычисляются в БЦВМ в полете по текущим измеренным значениям фазовых координат. Аналого-цифровой преобразователь (АЦП) преобразует измеренные физические величины  $X_1$  в числовые коды  $\tilde{X}_2$ . БЦВМ осуществляет вычисление числовых кодов  $\tilde{X}_3$  сигналов управления. Цифро-аналоговые преобразователи (ЦАП) преобразуют числовые коды сигналов управления в пропорциональные им аналоговые величины  $X_4$  (напряжение, ток), которые усиливаются по мощности усилителями (УМ). Сформированные сигналы управления  $X_5$  поступают на рулевые машины (РМ), которые отклоняют от нейтрального положения исполнительные органы на углы  $\delta_1, \delta_{2,4}, \delta_3$ . Их отклонение формирует управляющие моменты, под воздействием которых корпус ЛА вращается относительно центра масс так, чтобы свести к возможно-му минимуму величины отклонений  $\delta\vartheta, \delta\psi, \delta\varphi$ .

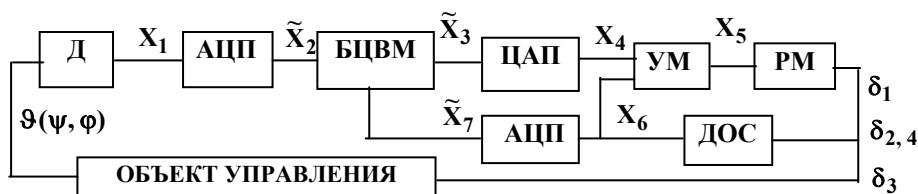


Рис. 1. Функциональная схема системы автоматического управле-

На этапе проектирования объект с адаптируемой структурой может быть описан системой дифференциальных уравнений с неопределенными коэффициентами, принимающими дискретные значения из заданной области. Движение вокруг центра масс твердого ЛА может быть описано системой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} J_x \dot{\omega}_x + (J_z - J_y) \omega_y \omega_z = \sum M_x; \\ J_y \dot{\omega}_y + (J_x - J_z) \omega_x \omega_z = \sum M_y; \\ J_z \dot{\omega}_z + (J_y - J_x) \omega_x \omega_y = \sum M_z, \end{cases} \quad (1)$$

где угловые скорости  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  представляются через углы  $\vartheta, \psi, \varphi$  и их угловые скорости  $\dot{\vartheta}, \dot{\psi}, \dot{\varphi}$  выражениями:

$$\omega_x = -\dot{\vartheta} \sin \psi + \dot{\varphi}; \quad \omega_y = \dot{\vartheta} \cos \psi \sin \varphi + \dot{\psi} \cos \varphi; \quad \omega_z = \dot{\vartheta} \cos \psi \cos \varphi - \dot{\psi} \sin \varphi.$$

Решая эти уравнения относительно  $\dot{\vartheta}, \dot{\psi}, \dot{\varphi}$ , получаем соотношения:

$$\dot{\vartheta} = \frac{1}{\cos\psi}(\omega_y \sin\varphi + \omega_z \cos\varphi); \quad \psi \in \left] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right]; \quad (2)$$

$$\dot{\psi} = \omega_y \cos\varphi - \omega_z \sin\varphi; \quad \dot{\varphi} = \omega_x + \operatorname{tg}\psi(\omega_y \sin\varphi + \omega_z \cos\varphi) = \omega_x + \dot{\vartheta} \sin\psi.$$

Дифференцируя по времени выражения (2), получим соотношения

$$\ddot{\vartheta} = \frac{1}{\cos\psi} [(\dot{\omega}_y - \omega_z \dot{\varphi}) \sin\varphi + (\dot{\omega}_z + \omega_y \dot{\varphi}) \cos\varphi + \dot{\vartheta} \psi \sin\psi]; \quad (3)$$

$$\ddot{\psi} = (\dot{\omega}_y - \omega_z \dot{\varphi}) \cos\varphi - (\dot{\omega}_z + \omega_y \dot{\varphi}) \sin\varphi; \quad \ddot{\varphi} = \dot{\omega}_x + \ddot{\vartheta} \sin\psi + \dot{\vartheta} \dot{\psi} \cos\psi.$$

Подставляя в выражения (3) вместо угловых скоростей  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  и их производных  $\dot{\omega}_x, \dot{\omega}_y, \dot{\omega}_z$  соответствующие выражения из (1), после преобразований получим систему из трех нелинейных неоднородных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами, описывающих управляемое движение ЛА вокруг центра масс, но записанную в форме линейных уравнений:

$$\ddot{\vartheta} = A_{11}\dot{\vartheta} + A_{10}\vartheta + B_1 + D_1 U_1; \quad \ddot{\psi} = A_{21}\dot{\psi} + A_{20}\psi + B_2 + D_2 U_2; \quad (4)$$

$$\ddot{\varphi} = A_{31}\dot{\varphi} + A_{30}\varphi + B_3 + D_3 U_3,$$

где  $A_{11} = C_{11}u_1 + C_{12}u_2 + C_{13}(\dot{\varphi} - \dot{\vartheta}u_3)u_4 + \dot{\psi}u_5(C_{14}u_1 + C_{15}u_2); \quad A_{10} = C_{16}u_6;$

$A_{21} = C_{23}u_1 + C_{24}u_2 + C_{25}(\dot{\varphi} - \dot{\vartheta}u_3)u_4; \quad A_{20} = C_{26}u_{12}; \quad A_{31} = C_{34}; \quad A_{30} = 0;$

$B_1 = \dot{\psi}(C_{17}u_7 + \dot{\varphi}(C_{18}u_8 + C_{19}u_7)) + C_{110}u_9\psi + C_{111}u_6\theta + C_{112}u_9\Psi + C_{113}u_9(\delta_1 + \delta_3);$

$B_2 = C_{21}\dot{\vartheta}u_{10} + u_{11}(C_{22}\vartheta + C_{27}\theta + C_{29}\delta_{2,4}) + C_{28}u_{12}\Psi;$

$B_3 = \ddot{\vartheta}u_{11} + \dot{\vartheta}(C_{31}u_3 + \dot{\psi}(u_{13} + (u_1 - u_2)u_3C_{32})) + C_{33}((\dot{\vartheta}u_3)^2 - \dot{\psi}^2)u_4$

$D_1 = C_{114}u_6; \quad D_2 = C_{210}u_{12}; \quad D_3 = C_{35};$

$u_1 = \cos^2\varphi; \quad u_2 = \sin^2\varphi; \quad u_3 = \sin\psi; \quad u_4 = \sin 2\varphi; \quad u_5 = \operatorname{tg}\psi; \quad u_6 = \frac{u_{12}}{u_{13}}; \quad u_7 = \frac{u_2}{u_{13}};$

$u_8 = \frac{u_1}{u_{13}}; \quad u_9 = \frac{u_{11}}{u_{13}}; \quad u_{10} = u_{13} \sin 2\varphi; \quad u_{11} = \sin\varphi; \quad u_{12} = \cos\varphi; \quad u_{13} = \cos\psi;$

$U_i \in \Omega_U; \quad u_k \in [-1; 1]; \quad k = 1, \dots, 13; \quad C_{i,j} \in \Omega_{C_{i,j}}; \quad i = 1, 2, 3; \quad j = 1, \dots, 14;$

$\vartheta, \psi, \varphi$  - углы тангажа, рысканья и крена соответственно, отсчитываемые от заданных гироскопами опорных направлений;  $\theta, \Psi$  - угол наклона модуля вектора скорости и угол курса;  $U_i$  - сигналы управления;  $C_{i,j}$  - коэффициенты, зависящие от параметров объекта, типа траектории и условий движения.

Для ЛА, структура которого адаптируется к конкретной тактической задаче, коэффициенты  $C_{i,j}$  являются неопределенными на этапе

проектирования параметрами, зависящими от параметров объекта, типа траектории и условий движения. Конкретные значения этих коэффициентов будут получены после проведения требуемой адаптации перед стартом ЛА. Связь  $C_{i,j}$  с параметрами ЛА осуществляется по следующим соотношениям (виду их большого количества, приводятся соотношения только для первого уравнения системы (4),  $i = 1$ ):

$$\begin{aligned}
 C_{11} &= -\frac{m_z^{\omega} q S l^2}{J_z v} + \frac{m_R^{\omega}}{J_z}; & C_{12} &= -\frac{m_y^{\omega} q S l^2}{J_y v} + \frac{m_R^{\omega}}{J_y}; & C_{13} &= 0,5 \left( \frac{J_y - J_x}{J_z} + \frac{J_x - J_z}{J_y} \right); \\
 C_{14} &= 1 + \frac{J_y - J_x}{J_z}; & C_{15} &= 1 + \frac{J_z - J_x}{J_y}; & C_{18} &= 1 + \frac{J_y - J_z}{J_x}; \\
 C_{19} &= 1 + \frac{J_x - J_z}{J_y}; & & & & (5) \\
 C_{110} &= -\frac{c'_y q S l_2}{J_y}; & C_{111} &= -\frac{c'_y q S l_2}{J_z}; & C_{113} &= -\frac{2R'l_3}{J_z}; & C_{114} &= \frac{R'l_3}{J_y}; \\
 C_{112} &= -C_{110}; & C_{116} &= -C_{111}; & C_{17} &= 0,5(C_{12} - C_{11});
 \end{aligned}$$

$$l_2 = x_{цд} - x_{цм}; \quad l_3 = l_1 - x_{цм},$$

где  $J_x, J_y, J_z$  – осевые моменты инерции ЛА;  $q$  – скоростной напор;  $v$  – модуль вектора скорости центра масс;  $S$  – характерная площадь;  $m_z^{\omega}, m_y^{\omega}$  – безразмерные коэффициенты аэродинамического момента демпфирования относительно соответствующих осей;  $m_R^{\omega}$  – безразмерный коэффициент демпфирующего реактивного момента;  $c'_y$  – безразмерный коэффициент аэродинамической силы;  $R'$  – подъемная сила рулей;  $l$  – длина ЛА;  $l_1$  – расстояние от носка ЛА до центра давления руля;  $x_{цд}$  – расстояние от носка ЛА до центра давления;  $x_{цм}$  – расстояние от носка ЛА до центра масс.

Обозначенные в системе (4) буквами  $u_k$  функции могут быть вычислены на основе измерений синусов и косинусов соответствующих углов, являются нормированными и по модулю не превосходят 1.

Одним из вариантов адаптации структуры ЛА для решения конкретной задачи является выбор перед стартом массы полезной нагрузки, принимающей дискретные значения из допустимой области. Это приводит к дискретному изменению значений осевых моментов инерции  $J_x, J_y, J_z$  и положения центра масс  $x_{цм}$ . Изменится траектория ЛА и, вследствие этого, физические условия движения. Математическая модель управляемого на всей траектории движения вокруг центра масс ЛА с адаптируемой структурой представляется в виде:

$$\ddot{\mathfrak{S}} = (A_{11}^H + \Delta A_{11})\dot{\mathfrak{S}} + (A_{10}^H + \Delta A_{10})\mathfrak{S} + (B_1^H + \Delta B_1) + (D_1^H + \Delta D_1)U_1;$$

$$\ddot{\psi} = (A_{21}^H + \Delta A_{21})\dot{\psi} + (A_{20}^H + \Delta A_{20})\psi + (B_2^H + \Delta B_2)\dot{\psi} + (D_2^H + \Delta D_2)U_2; \quad (6)$$

$$\ddot{\phi} = (A_{31}^H + \Delta A_{31})\dot{\phi} + (A_{30}^H + \Delta A_{30})\phi + (B_3^H + \Delta B_3)\dot{\phi} + (D_3^H + \Delta D_3)U_3$$

при ограничении на величину угла отклонения рулевого органа  $|\delta| \leq \delta_{\text{доп}}$ , с неопределенными большими начальными условиями  $\vartheta(0), \psi(0), \phi(0)$  и  $\dot{\vartheta}(0), \dot{\psi}(0), \dot{\phi}(0)$ , обусловленными перестройкой структуры или перенацеливанием в полете. Здесь  $A_{i1}^H, A_{i0}^H, B_i^H, F_i^H, D_i^H$ ,  $i = 1, 2, 3$  – номинальные значения параметров модели ЛА;  $\Delta A_{i1}, \Delta A_{i0}, \Delta B_i, \Delta F_i, \Delta D_i$  – изменения значений параметров модели, вызванные проведением адаптации структуры ЛА.

Качество переходных процессов динамических характеристик объекта по фазовым координатам и вектору управляющей функции оценивается квадратичным критерием

$$J = \int_0^T [\delta^2(t) + \alpha_1^2 \dot{\delta}^2(t) + \alpha_2^2 \ddot{\delta}^2(t) + \beta^2 u^2] dt; \quad \delta(t) = \mathbf{I}^*(t) - \mathbf{I}(t); \quad (7)$$

$$\mathbf{I}(t) = \{ \vartheta, \psi, \phi \},$$

где  $\mathbf{I}^*(t) = \{ \vartheta^*, \psi^*, \phi^* \}$  – экстремальная кривая;  $\dot{\delta}, \ddot{\delta}$  – производные по времени;  $\alpha_1, \alpha_2, \beta$  – весовые неопределенные коэффициенты, которые подлежат выбору из заданной области на основе инженерного опыта конструктора.

В общем случае, значения коэффициентов  $A_{i1}, A_{i0}, B_i, F_i, D_i$  объекта управления значительно изменяются за время протекания переходных процессов. Поэтому при синтезе структуры закона управления нельзя непосредственно применять метод «замораживания» коэффициентов. Требуется выбрать структуру и параметры закона управления, которые обеспечивали бы минимум значения функционала (7) при любых значениях начальных условий из заданной области для объекта (6). Для синтеза структуры закона управления по методике, изложенной в [1], вводятся эталонные переходные характеристики замкнутой системы в виде системы однородных дифференциальных уравнений с постоянными положительными коэффициентами:

$$\delta \ddot{\vartheta} + p_{11} \delta \dot{\vartheta} + p_{10} \delta \vartheta = 0; \quad \delta \ddot{\psi} + p_{21} \delta \dot{\psi} + p_{20} \delta \psi = 0;$$

$$\delta \ddot{\phi} + p_{31} \delta \dot{\phi} + p_{30} \delta \phi = 0; \quad \delta \vartheta = \vartheta(t) - \vartheta^*(t); \quad (8)$$

$$\delta \psi = \psi(t) - \psi^*(t); \quad \delta \phi = \phi(t) - \phi^*(t); \quad p_{ij} > 0; \quad i = 1, 2, 3; \quad j = 0, 1,$$

где  $\delta \vartheta, \delta \psi, \delta \phi$  – измеряемые изохронные вариации фазовых координат.

Методика вычисления программного значения угла тангажа по измеренным значениям фазовых координат для управляемого движения ЛА в вертикальной плоскости описана в [1]. Программные значения углов рысканья и крена могут быть получены по аналогии.

Уравнения (8) описывают переходные процессы динамических характеристик замкнутой системы по фазовым координатам, при условии наличия точной информации о параметрах ЛА и достаточности управляющих воздействий для полной компенсации возмущений, вызванных отклонениями начальных условий, параметров ЛА от номинальных значений.

Структуру закона управления в каналах стабилизации получим, подставив в выражения (8) вторые производные углов тангажа, рысканья и крена из системы (6), и из полученных выражений найдем выражения для вычисления требуемых значений сигналов управления

$$\begin{aligned} U_1 &= \frac{1}{D_1^*} \left[ F_1^* - (A_{11}^* + p_{11}) \delta \dot{\vartheta} - (A_{10}^* + p_{10}) \delta \vartheta - B_1^* \right]; D_1^* \neq 0; \\ U_2 &= \frac{1}{D_2^*} \left[ F_2^* - (A_{21}^* + p_{21}) \delta \dot{\psi} - (A_{20}^* + p_{20}) \delta \psi - B_2^* \right]; D_2^* \neq 0; \quad (9) \\ U_3 &= \frac{1}{D_3^*} \left[ F_3^* - (A_{31}^* + p_{31}) \delta \dot{\phi} - p_{30} \delta \phi - B_3^* \right]; D_3^* \neq 0, \end{aligned}$$

где

$$F_1^* = \ddot{\vartheta}^* + A_{11}^* \dot{\vartheta}^* + A_{10}^* \vartheta^*; F_2^* = \ddot{\psi}^* + A_{21}^* \dot{\psi}^* + A_{20}^* \psi^*; F_3^* = \ddot{\phi}^* + A_{31}^* \dot{\phi}^* + A_{30}^* \phi^*.$$

В законах управления (9) выбор значений параметров  $p_{ij}$  проводится при минимизации критерия (7) для номинальных значений параметров объекта управления (6) на этапе проектирования системы управления. При адаптации не требуется изменять значения параметров  $p_{ij}$ , а переходный процесс динамических характеристик замкнутой системы останется оптимальным в смысле критерия (7). Подстановка законов управления (9) в (6) дает замкнутую систему, подчиняющуюся соотношениям:

$$\begin{aligned} \delta \ddot{\vartheta} + \beta_{11} \delta \dot{\vartheta} + \beta_{10} \delta \vartheta &= f_1; \\ \delta \ddot{\psi} + \beta_{21} \delta \dot{\psi} + \beta_{20} \delta \psi &= f_2; \\ \delta \ddot{\phi} + \beta_{31} \delta \dot{\phi} + \beta_{30} \delta \phi &= f_3, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $\beta_{ij} = p_{ij} + \chi_{ij}$ ;  $\chi_{ij} = k_i (p_{ij} + \alpha_{ij} A_{ij}^*)$ ;

$$f_i = k_i \left[ \ddot{i}^* - \alpha_{i1} A_{i1}^* \dot{i}^* - \alpha_{i0} A_{i0}^* i^* - \alpha_{i2} B_i^* \right].$$

Символ  $I$  принимает значения  $I = \{\vartheta^*, \psi^*, \phi^*\}$  при  $i = 1, 2, 3$  соответственно, а

$$\alpha_{i1} = \frac{k_i - k_{i1}}{k_i}; \quad \alpha_{i0} = \frac{k_i - k_{i0}}{k_i}; \quad \alpha_{i2} = \frac{k_i - k_{i2}}{k_i};$$

$$k_i = \frac{\Delta D_i}{D_i^*}; \quad k_{i1} = \frac{\Delta A_{i1}}{A_{i1}^*}; \quad k_{i0} = \frac{\Delta A_{i0}}{A_{i0}^*}; \quad k_{i2} = \frac{\Delta B_i}{B_i^*}; \quad i = 1, 2, 3; \quad j = 0, 1, 2.$$

Значения коэффициентов  $\beta_{i,1}, \beta_{i,0}, f_i$  замкнутой системы (10) за время длительности переходных процессов постоянны или изменяются незначительно, поэтому для анализа устойчивости замкнутой системы можно использовать метод «замораживания» коэффициентов. Устойчивость замкнутой системы (10) зависит от значений  $\beta_{i,1}, \beta_{i,0}$ , характера функций  $f_i$  и обеспечивается выбором значений параметров эталонной модели  $p_{ij}$ . Необходимым условием устойчивости замкнутой системы являются условия  $\beta_{i,j} > 0$ , которые обеспечиваются выполнением неравенств

$$p_{ij} > -\frac{\alpha_{ij}}{k_i + 1} A_{ij}^* > 0; \quad i = 1, 2, 3; \quad j = 0, 1. \quad (11)$$

Приближенно оценить качество переходных процессов замкнутой системы можно по значениям коэффициентов однородных дифференциальных уравнений, полученных из (10) при  $f_i = 0$ . Можно представить  $\beta_{i,1}, \beta_{i,0}$  в виде

$$\beta_{i,1} = 2\xi_i \omega_i, \quad \beta_{i,0} = \omega_i^2, \quad (12)$$

где  $\xi_i$  - коэффициент затухания;  $\omega_i$  - собственная круговая частота.

Обеспечить заданную форму или длительность переходных характеристик замкнутой системы возможно, выполнив условия:

$$p_{i1} = \frac{2\xi_i^* \omega_i^*}{k_i + 1} - \frac{\alpha_{i1}}{k_i + 1} A_{i1}^*; \quad p_{i0} = \frac{(\omega_i^*)^2}{k_i + 1} - \frac{\alpha_{i0}}{k_i + 1} A_{i0}^*, \quad (13)$$

где  $\xi_i^*, \omega_i^*$  - заданные значения.

Синтезированные законы управления (9) обеспечивают квазиинвариантность замкнутой системы (10) к отклонениям начальных условий и параметров ЛА от номинальных значений, а также желаемые форму или длительности переходных характеристик динамических процессов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Фоменко О.Н., Журавлев А.А. Синтез рандомизированного терминального управления маневрирующего летательного аппарата // Сис-

теми обробки інформації. – Харків : НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 1999. – Вип. 2(6). – С. 23 - 28.

*Поступила в редколлегию 13.12.2000*

---