

КРИТЕРИИ ПОДОБИЯ В ДИНАМИКЕ ДЛИННОВЫДВИЖНЫХ ТРОСОВЫХ АНТЕНН

А.Н. Маркин

(представил д.т.н., проф. О.Н. Фоменко)

На основе способа интегральных аналогов определяются критерии подобия для обеспечения экспериментальных исследований динамики гибких вертикально удерживаемых нитей.

В [2, 3] рассмотрены вопросы динамики троса, моделируемого гибкой нерастяжимой нитью весом G_n , которая удерживается летно - подъемным устройством (ЛПУ), создающим вертикально стабилизированную тягу P , в положении, близком к вертикальному при воздействии на рассматриваемую систему распределенной ветровой нагрузки q_0 (рис. 1).

ЛПУ моделировалось материальной точкой массы $G_{л/г}$. Аэродинамические силы, действующие на трос и ЛПУ, заменялись равнодействующими Q_n и $Q_л$, приложенными, соответственно, в центрах давлений троса и ЛПУ.

Уравнения динамики рассматриваемой системы и ее граничные условия имеют вид:

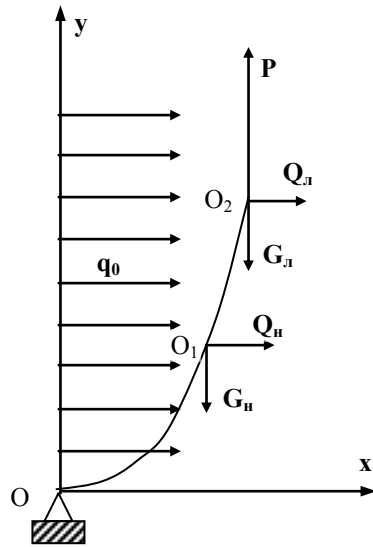


Рис. 1. Схема сил, действующих на систему

$$\rho l \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial l} \left[T(l) \frac{\partial x}{\partial l} \right] + q; \quad (1)$$

$$\begin{cases} x(0, t) = 0; \\ \frac{\partial^2 x(L, t)}{\partial t^2} + g(k_0 - 1) \frac{\partial x(L, t)}{\partial l} = g d_0. \end{cases} \quad (2)$$

где $\rho_l = G_n/L$ – линейная масса нити;

L – длина нити;

$x = x(l, t)$ – горизонтальные смещения точек нити от вертикали;

l – текущая длина нити;

$T(l) = P - G_n - \rho_l g(L - l)$ – закон изменения натяжения по длине нити;

$q = Q_n/L$ – удельная ветровая нагрузка, действующая на нить;

$k_0 = P/G_n$ – коэффициент запаса тяги ЛПУ;

$d_0 = Q_n/G_n$ – удельная ветровая нагрузка, действующая на ЛПУ.

Для экспериментальной проверки теоретических данных работы [2] необходимо определить критерии подобия моделируемой системы (1), (2) и модели. Критерии подобия найдем способом интегральных аналогов [3].

Введя масштабы отношений:

$$m_G = \frac{G_{n1}}{G_{n2}}; \quad m_L = \frac{L_1}{L_2}; \quad m_x = \frac{x_1}{x_2}; \quad m_l = \frac{l_1}{l_2};$$

$$m_Q = \frac{Q_1}{Q_2}; \quad m_t = \frac{t_1}{t_2}; \quad m_g = \frac{g_1}{g_2}; \quad m_T = \frac{T_1}{T_2},$$

получим уравнение (1) в виде

$$1 - \frac{m_G m_x}{m_g m_Q m_t^2} \left\{ \frac{G_n}{g Q_n} \cdot \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \right\}_1 + \frac{m_G m_x}{m_Q m_l} \left\{ \frac{G_n}{Q_n} \cdot \frac{\partial x}{\partial l} \right\}_1 +$$

$$+ \frac{m_L m_T m_x}{m_Q m_l^2} \left\{ \frac{LT(l)}{Q_n} \cdot \frac{\partial^2 x}{\partial l^2} \right\}_1 = 0. \quad (4)$$

Подобие модели обеспечивается тождественностью соответствующих коэффициентов уравнения (4):

$$\frac{m_G m_x}{m_g m_Q m_t^2} = 1; \quad \frac{m_G m_x}{m_Q m_l} = 1; \quad \frac{m_L m_T m_x}{m_Q m_l^2} = 1. \quad (5)$$

При этом должно выполняться подобие законов изменения натяжения $T(l)$ на длине нити:

$$T_1(l) = \{P - G_n - \rho_l g(L - l)\}_1;$$

$$T_M(l) = \{P - G_n - \rho_l g(L - l)\}_M. \quad (6)$$

Подставив (3) в (5), получим критерии подобия для соотношения сил, действующих на нить:

$$\Pi_1 = \frac{Q_n}{G_n} = \text{idem}; \quad \Pi_2 = \frac{\Delta P}{G_n} = \text{idem}, \quad (7)$$

где $\Delta P = P - G_n$ – избыток тяги ЛПУ.

Критерии подобия (7) требуют выполнения условий геометрического подобия

$$\mathbf{m}_L = \mathbf{m}_l = \mathbf{m}_x = \frac{L_1}{L_2} = \frac{l_1}{l_2} = \frac{x_1}{x_2}, \quad (8)$$

которые обуславливают однородность пространственных полей моделируемой системы и модели.

Соответствие отсчетов времени в моделируемой системе t_1 и модели t_2 , исходя из (5), определяется зависимостью

$$t_2 = F_t \cdot t_1, \quad (9)$$

где $F_t = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$ – функция нелинейной гомохронности моделируемой системы.

Соблюдение второго критерия подобия (7) ведет к выполнению условия (6). Подобие граничных условий определяется критериями, которые получены способом интегральных аналогов из системы уравнений (2) и имеют вид:

$$\Pi_3 = \frac{Q_{л}}{G_{л}} = \text{idem}; \quad \Pi_4 = \frac{P}{G_{л}} = \text{idem}. \quad (10)$$

Таким образом, полученные критерии подобия (6), (10) наряду с условиями (7), (8), позволяют установить соответствие моделируемой системы (1), (2) модели, адаптируемой к имеющемуся лабораторному оборудованию для проведения экспериментальных исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. Маркин А.Н., Турченко В.Я. Моделирование динамики длинноволновых тросовых систем // Управление и связь. – Харьков: ХВУ. – 1998. – С. 125 - 128.
2. Маркин А.Н., Остроумов Б.В. Аналитическое решение краевой задачи теории колебаний // Информационные системы. – Харьков: НАНУ, ПАНИ, ХВУ. – 1998. – Вып. 1(9). – С. 86 - 92.
3. Веников В.А. Теория подобия и моделирование / Применительно к задачам электроэнергетики. – М.: Высш. шк., 1966. – 488 с.

Поступила в редколлегию 15.12.2000