УДК 621.39

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОРЯДКА ДЛЯ ПОЛИНОМИАЛЬНОЙ ФУНКЦИИ РЕГРЕССИИ СЕРИЙ ВИДЕОДАННЫХ

К.С. Клименко
(представил к.т.н., проф. А.В. Королев)

Предлагается метод, который позволяет определить оптимальный порядок полиномиальной функции регрессии для группы описываемых исходных последовательностей в зависимости от количества элементов в них.

Предложенный в работе [1] метод формирования серий дает возможность представлять видеоинформацию сериями, которые объединяют в серию последовательность элементов (вдоль строки развертки) с сильными связями. К ним относятся: последовательности элементов, уровни которых мало отличаются друг от друга; последовательности элементов, имеющих монотонную функцию зависимости параметра визуализации; последовательности элементов, у которых зависимость параметров визуализации представлена в виде колебаний. В этом случае соседние серии отделяются разрывами и перегибами функции параметра визуализации. Для описания зависимости параметров визуализации серий имеет смысл использовать полиномиальноую функцию регрессии, так для монотонных функций – степенной полином, а для зависимостей в виде колебаний – тригонометрический (косинусный) полином [2].

Параметры степенного полинома находятся с помощью метода наименьших квадратов [2]. У этого метода есть недостаток: до начала процесса описания данных необходимо определиться с порядком полинома. От его выбора зависит качество восстанавливаемого изображения и время обработки (сжатия) видеоданных. Поскольку полиномиальная функция регрессии может иметь большое число членов, количество которых ограничивается лишь длиной серии, то необходимо выбрать оптимальное значение полинома в зависимости от длины серии.

Для решения этой задачи предлагается использовать метод, сущность которого заключается в следующем. На первом этапе определяется порядок полинома, при котором функция полиномиальной регрессии будет являться полной системой и функция распределения случайной величины использования членов полинома. В процессе описания зависимости параметра визуализации серии появляется ошибка аппроксимации, которая рассчитывается по формуле [2]:

$$\|\varepsilon\| = \left(\sum_{x=0}^{L-1} \left(y(x) - \sum_{i=0}^{N_{П}} a_i \varphi_i(x) \right)^2 \right)^{1/2},$$

где $y(x)$ – значение параметра визуализации исходного изображения; a_i – параметры регрессии; $\varphi_i(x)$ – заданные функции; $N_п$ – порядок полинома; L – длина серии; x – координата элемента в последовательности.

По определению полиномиальная функция образует полную систему в том случае, если норма ошибки аппроксимации представляет убывающую функцию от $N_п$ [2]. Поэтому порядком полинома, позволяющим образовать полную систему полиномиальной функции, считается такое его значение, при котором нормированная ошибка равна нулю или является точкой минимума зависимости значения ошибки аппроксимации от порядка полинома

Для каждой серии тестовых изображений находится порядок полинома, при котором функция полиномиальной регрессии будет полной системой. Далее серии группируют по длине и получают плотность распределения случайной величины порядка полинома

$$P_L((N_П + 1) = n) = \frac{1}{N_L} \sum_{i=1}^{N_L} \xi_i, \quad (1)$$

где $(N_п+1)$ – число членов полинома; N_L – количество серий в группе с одинаковыми характеристиками; ξ_i – число членов полиномиальной функции регрессии i-ой серии рассматриваемой группы.

По известной плотности распределения случайной величины порядка полинома находится функция распределения случайной величины использования членов полинома

$$F_L(n) = \sum_{i=n}^{\max(N_L^{\Omega}+1)} P_L((N_П + 1) = i). \quad (2)$$

На втором этапе определяется доля энергии, приходящаяся на каждый член полиномиальной функции регрессии и функция распределения случайной величины использования членов полинома, при котором доля энергии функции превышала бы заданное значение. Для вычисления доли энергии, приходящейся на n первых членов полиномиальной функции регрессии, используется выражение:

$$E_n = \frac{\left\|\overrightarrow{(a_0, a_1, \ldots, a_n)}\right\|}{\left\|\overrightarrow{(a_0, a_1, \ldots, a_{n_\Omega})}\right\|}, \quad n \le N_\Omega.$$

Потом находится число членов полиномиальной функции регрессии, при котором доля энергии функции превышала бы заданное значение

$$N_S^E = n\big|_{\text{если } E_n \ge E},$$

где *E* – заданное значение доли энергии.

Далее, как и при определении полноты функции полиномиальной регрессии, с помощью выражений (1) и (2) находится функция распределения случайной величины использования членов полинома, при котором доля энергии функции превышала бы заданное значение.

Результаты исследований в виде продифференцированной функции распределения случайной величины использования членов полинома для реалистических изображений, у которых вероятность обнаружения серии больше чем 0.5, представлены на рис. 1 (а – когда полиномиальная функция регрессии является полной; б – когда остается не меньше 95% энергии от полной функции регрессии).

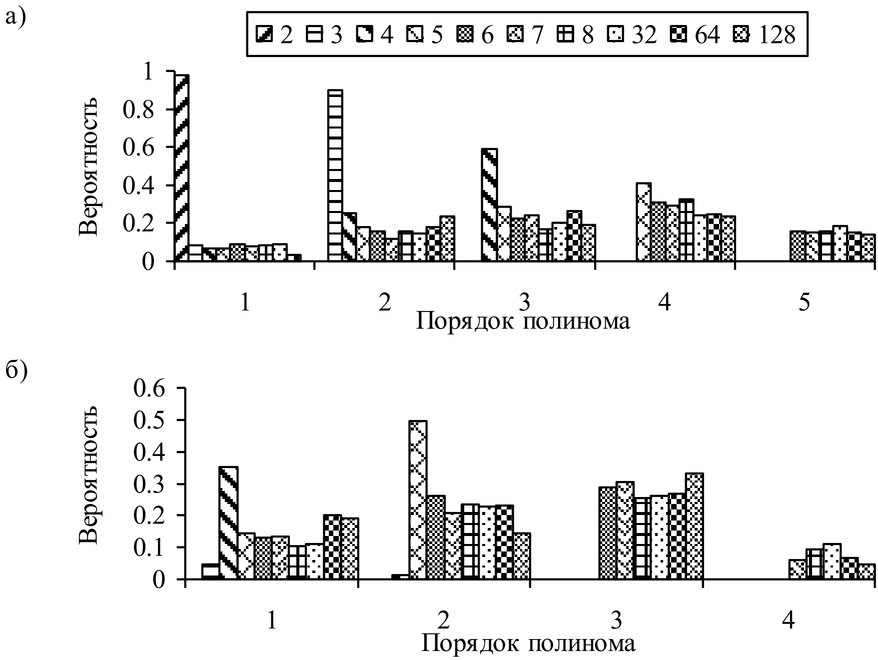

Рис. 1. Функции распределения использования членов полинома

Анализ результатов исследований, представленных на рис. 1.а, показал, что для серий, длина которых не больше пяти, значение порядка полинома должно быть на единицу меньше чем длина серии, а для серий, длина которых больше пяти – порядок полинома должен быть не больше четырех. При сохранении 95% энергии можно ограничиться полиномами: с порядком, равным нулю, для серий, длина которых равна двум и трем; с порядком, равным единице, когда длина серии равна четырем; и с порядком, равным двум, для всех остальных серий.

Таким образом, для сохранения 95 ÷ 100% энергии и информации зависимости параметра визуализации серии порядок степенного полинома должен задаваться в пределах от двух до четырех – это позволит снизить затраты времени на сжатие видеоданных за счет уменьшения числа операций, описывающих этих зависимостей, и сократить объем видеоданных.

ЛИТЕРАТУРА

1. Клименко К.С. Формирование серий видеоданных // Системи обробки інформації. – Харків: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 1999. – Вип.1(5). – С. 147 - 150.

2. Клименко К.С. Описание и кодирование серий // Системи обробки інформації. – Харків: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2000. – Вип.2(8). – С. 132 - 136.

3. Бондарев В.Н, Трестер Г., Чернега В.С. Цифровая обработка сигналов: методы и средства. – Севастополь: СевГТУ, 1999. – 398 с.

Поступила в редколлегию 25.09.2000