

ОПТИМИЗАЦИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ОБМОТОК ИНДУКТОСИНА

к.т.н. С.М. Новичонок, О.Б. Никитюк
(представил д.т.н., проф. Б.Ф. Самойленко)

Рассматриваются вопросы определения оптимальных параметров обмоток индуктосина без применения стандартных методов оптимизации.

Погрешность индуктосина, работающего в режиме фазовращателя, пропорциональна несинусоидальности выходного напряжения в функции угла поворота ротора относительно статора.

Анализ, проведенный в [1], показывает, что для датчика $p = 128$, для получения точности не хуже 5-ти дуговых секунд коэффициент искажения синусоиды не должен превышать 0,15%. В [2] показано, что наличие в кривой выходного напряжения искажения синусоидальности около 0,1% приводит к максимальной ошибке индуктосина по фазе около 1.5 дуговых секунд при числе пар полюсов тоже равном 128.

Если не принять специальных мер, то содержание высших пространственных гармоник в кривой выходного напряжения индуктосина может составлять единицы процентов, а ошибка измерения угла достигнуть десятков секунд. Учитывая это обстоятельство, вопросу анализа формы магнитного поля и способам проектирования оптимальных индуктосинов, обеспечивающих низкий уровень содержания высших пространственных гармоник в выходном сигнале, уделяется большое внимание.

Формула для определения ЭДС выходного сигнала индуктосина получена в форме ряда Фурье [3]:

$$E_{\text{ИПР}} = \frac{\int_{c_1+h}^{c_1+h+c_2} E dy}{\int_{c_1+h}^{c_1+h+c_2} dy} = \mu_0 K_R \frac{2\pi^2 f I_{\text{вх}}}{k(\sin \alpha_0)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{P_n \cos 2\alpha_0}{(2n+1)} \times [1 + \cos(2n+1)2\alpha_0] \times$$

$$\times \left[-\frac{e^{\frac{(-2n+1)\pi}{t}(c_1+h+c_2)}}{(2n+1)\frac{\pi}{t}c_2} + \frac{e^{\frac{(-2n+1)\pi}{t}(c_1+h)}}{(2n+1)\frac{\pi}{t}c_2} \right] \cos(2n+1)\phi_0, \quad (1)$$

где $E_{\text{ПР}}$ – полная ЭДС выходного сигнала;

P_n – полиномы Лежандра;

c_1, c_2 – толщины проводников первичной и вторичной обмоток;

h – толщина воздушного зазора;

$K_R = (R_1 - R_2)$ – коэффициент пропорциональности, определяемый разностью наружного и внутреннего диаметра обмоток.

Из (1) видно, что в проводнике помимо основной индуцируются высшие пространственные нечетные гармоники, амплитуды которых убывают обратно пропорционально квадрату номера гармоники.

Для уменьшения состава и амплитуды высших гармоник необходимо оптимизировать значение параметров, входящих в (1), учтя при этом требуемую точность измерения углов и технологические возможности.

В качестве целевой функции выбрано выражение (2), которое представляет собой коэффициент гармоник

$$k_{\Gamma}(X) = \frac{\sqrt{S_3^2(X) + S_5^2(X) + \dots + S_v^2(X)}}{S_1(X)}, \quad (2)$$

где S – выражение (1);

$X = x_1, x_2, \dots, x_n$ – параметры, входящие в выражение (1);

v – номер гармоники.

Критерием оптимальности в решении целевой функции является значение величины k_{Γ} , минимальное значение которой будем определять для случаев $v = (2n + 1) = \{3, 5\}$, так как амплитуды гармоник выше пятой пренебрежимо малы. При этом должно выполняться условие $E_{\text{ПР}1}(X) \geq E_{\text{ПР}1\text{зад}}$.

Для вычисления коэффициента K_R переменным R_1, R_2 можно придать значения, соответствующие параметрам реально существующих индуктосинов. По очевидным причинам в качестве констант принимаются значения величин частоты и амплитуды входного тока $f, I_{\text{вх}}$, а также положение первичной и вторичной обмоток друг относительно друга, т.е. измеряемый угол ϕ_0 . Все остальные величины на данном этапе подлежат оптимизации. В общем виде целевая функция, учитывающая величины α_1, c_1, c_2, h , имеет вид

$$k_{\Gamma}(X) = F(x_1, x_2, x_3, x_4), \quad (3)$$

где $x_1 = \alpha_0, x_2 = c_1, x_3 = c_2, x_4 = h$.

Формулировка задачи. Требуется найти значения переменных x_1, x_2, x_3, x_4 , входящих в состав выражения (3), которые обеспечат ми-

нимум целевой функции при $E_{\text{ПР}_1}(\mathbf{X}) \geq E_{\text{ПР}_1 \text{зад}}$.

Исследования функции (1) проводились с целью определения областей существования минимумов функции (3), а также для снижения возможности возникновения методической ошибки. В исследованиях были проведены графические построения функций (1) и (3) на равномерных сетках заданного диапазона изменения аргументов. Чтобы охватить изменение наибольшего числа параметров были проведены построения трехмерных поверхностей, образованных значениями целевой функции, определенной на матрице значений двух переменных, равномерно отстоящих друг от друга, так называемой равномерной сетке. Для анализа функции (1) были проведены построения поверхностей (рис.1), образованных на значениях аргументов, представленных в табл. 1. Один из вариантов построения (фиксированы \mathbf{c}_2 и α_0) показан на рис.1.

Таблица 1

Диапазоны аргументов для построения поверхностей,
образованных значениями функции (1)

α_0 ,эл.рад.	\mathbf{c}_1 ,М	\mathbf{c}_2 ,М	\mathbf{h} ,м
const	const	$1 \cdot 10^{-4} \dots 5 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-4} \dots 5 \cdot 10^{-4}$
const	$1 \cdot 10^{-4} \dots 5 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-4} \dots 5 \cdot 10^{-4}$	const
const	$1 \cdot 10^{-4} \dots 5 \cdot 10^{-4}$	const	$1 \cdot 10^{-4} \dots 5 \cdot 10^{-4}$
0 ... 1,5	const	$1 \cdot 10^{-4} \dots 5 \cdot 10^{-4}$	const

Анализ полученных поверхностей показал, что в исследуемой области определения функция (1) изменяется плавно, а уменьшение значений входящих в нее переменных (параметров) приводит к увеличению значения функции.

Анализ функции (2) проводился на равномерной сетке параметров α, \mathbf{c}_2 . На рис.2. показаны три поверхности, образованные значениями \mathbf{k}_Γ при различных значениях \mathbf{h} . Из рис.2 видно, что поверхность имеет вид сложенного листа и область минимумов находится на линии перегиба. Для большей наглядности получим семейство эквипотенциальных линий рассматриваемой поверхности, и для поверхности, образованной на сетке (\mathbf{c}_1, α_0) (рис.3, 4). Эквипотенциальные линии, соответствующие различным значениям \mathbf{h} , обозначены на рисунке сплошной, пунктирной линией и крестиками. Из рис.3,4 видно, что существует область значений α_0 , при котором \mathbf{k}_Γ имеет минимальное значение на всем диапазоне изменения \mathbf{c}_2 и \mathbf{c}_1 .

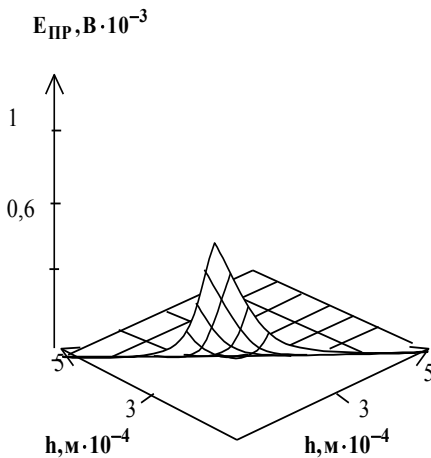


Рис.1. Поверхность, образованная значениями функции (1) при фиксированных значениях c_2, α

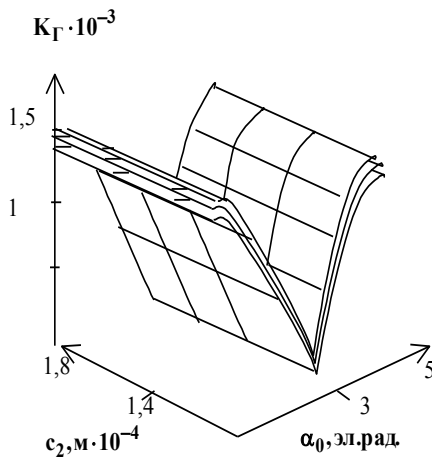


Рис.2. Коэффициент гармоник при $h = \{4.1 \cdot 10^{-5} \dots 4.6 \cdot 10^{-5}\} \text{ м}$ и $c_1 = 1.5 \cdot 10^{-4} \text{ м}$

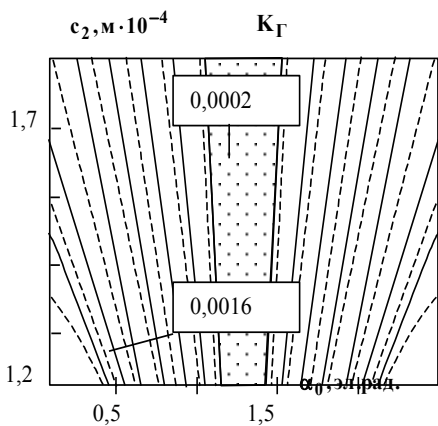


Рис.3. Эквипотенциальные линии поверхности, образованной значениями K_{Γ} при $c_1 = 1.5 \cdot 10^{-4} \text{ м}$ и $h = \{4.1 \cdot 10^{-5} \dots 4.6 \cdot 10^{-5}\} \text{ м}$

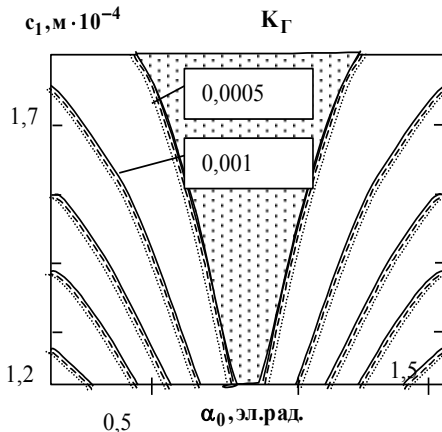


Рис.4. Эквипотенциальные линии поверхности, образованной значениями K_{Γ} при $c_2 = 1.7 \cdot 10^{-4} \text{ м}$ и $h = \{4.1 \cdot 10^{-5} \dots 4.6 \cdot 10^{-5}\} \text{ м}$

Исходя из характера поведения функции (2) (рис.2) можно утверждать, что существует экстремальное α_0 , при котором k_{Γ} имеет минимальное значение при любых значениях c_1 и c_2 . Накладывая картины рисунков 3 и 4 друг на друга, можно сказать, что существует такое значение α_0 , при котором независимо от изменения величин h, c_1, c_2 , величина k_{Γ} будет стремиться к минимуму.

Далее были построены зависимости k_{Γ} для различных параметров, описанных в таблице 2.

Таблица 2

Диапазоны аргументов для построения кривых, образованных значениями функции (2)

α_0 , эл. рад.	c_1 , м	c_2 , м	h , м
0 ... 1,5	$1,5 \cdot 10^{-4}$	$1,2 \cdot 10^{-4} \dots 1,8 \cdot 10^{-4}$	$4,6 \cdot 10^{-5}$
0 ... 1,5	$1,1 \cdot 10^{-4} \dots 1,6 \cdot 10^{-4}$	$1,7 \cdot 10^{-4}$	$4,6 \cdot 10^{-5}$
0 ... 1,5	$1,5 \cdot 10^{-4}$	$1,7 \cdot 10^{-4}$	$4,1 \cdot 10^{-4} \dots 4,6 \cdot 10^{-4}$

Из полученных графиков (рис.5) установлено, что оптимальное значение α_0 равно **0,78** рад.

В качестве ограничения на величину первой гармоники выходного сигнала принято значение 1мВ. Установлено также, что найденное значение α_0 удовлетворяет условию $E_{\text{ПР1}}(X) \geq E_{\text{ПР1}}^{\text{зад}}$.

Получение оптимального значения для α_0 упрощает дальнейший поиск остальных параметров, так как его можно взять за константу. В дальнейших поисках оптимальных значений параметр α_0 принимается равным 0,78 эл.рад.

Исследования показали, что изменение параметра c_2 меньше влияет на величину k_{Γ} , чем параметр c_1 . В то же время изменение параметра c_2 меньше влияет на величину $E_{\text{ПР}}$, чем параметр c_1 . Это значит, что уменьшая величину c_2 можно скорее увеличивать значение $E_{\text{ПР}}$, чем значение k_{Γ} . Следовательно, значение c_2 нужно брать минимально возможным (технологически). Учитывая сказанное, в дальнейшем величину c_2 будем считать равной $1,4 \cdot 10^{-4}$ м.

На рис.6 показаны эквипотенциальные поверхности, образованные значениями функций $E_{\text{ПР}}$ и k_{Γ} и определенные на равномерной сетке (c_1, h) .

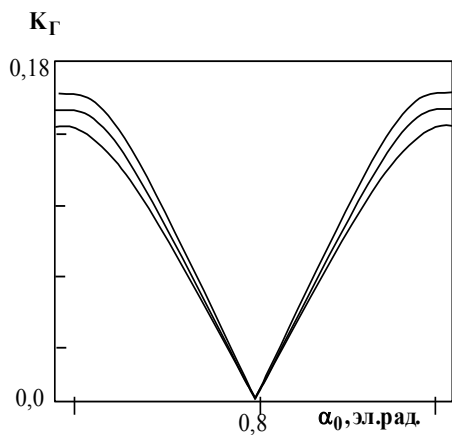


Рис.5. Зависимость k_{Γ} от α_0 при $c_1 = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}$, $h = 4,6 \cdot 10^{-5} \text{ м}$ для фиксированных значений c_2

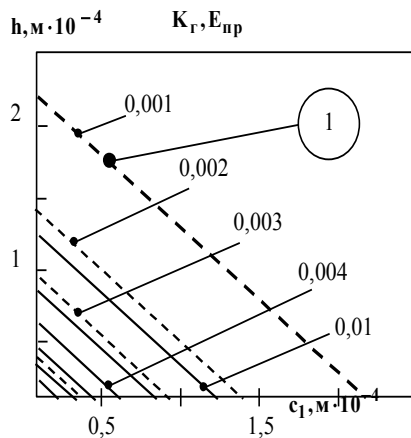


Рис.6. Эквипотенциальные линии поверхностей, образованные значениями k_{Γ} , вычисленными на равномерной сетке (c_1, h)

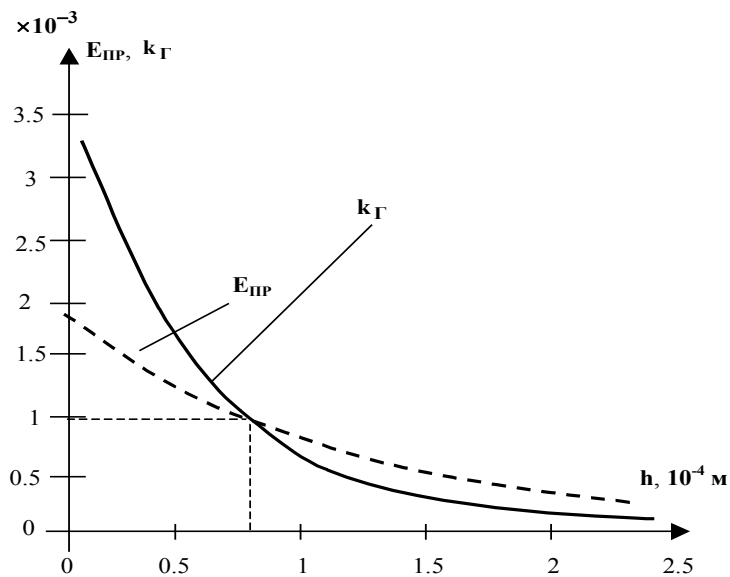


Рис.7. Зависимость k_{Γ} и $E_{\text{ПР}}$ от h

Сплошными линиями показан k_{Γ} , прерывистыми – $E_{\text{ПР}}$. Поскольку величины c_1 и h входят в уравнение (1), то оси абсцисс и ординат пересекаются равным количеством эквипотенциальных линий. Из рис. 6 видно, что решением задачи оптимизации при заданном ограничении на величину $E_{\text{ПР}}$ будет любое сочетание величин h и c_1 , лишь бы значение $E_{\text{ПР}}$ оказывалось на линии 1. С целью унификации имеет смысл выбрать $c_1 = c_2$. Значение параметра h можно найти из рис. 7. Из него по требуемой величине ЭДС выходного сигнала можно определить K_{Γ} или наоборот. Оптимальные параметры индуктосина представлены в табл. 3.

Таблица 3

Оптимальные параметры индуктосина

f , Гц	I , А	R₁ , м	R₂ , м
40000	0.5	90 · 10⁻³	115 · 10⁻³
h , м	α₀ , эл. рад.	c₁ , м	c₂ , м
1,1 · 10⁻⁴	0,78	1,4 · 10⁻⁴	1,4 · 10⁻⁴

Итак, оптимальные параметры индуктосина определены без применения стандартных методов оптимизации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бычатын Д.А., Гольдман И.Я. Поворотный индуктосин. – Л.: Энергия, 1969. – 98 с.
2. Сафонов Л.Н. Прецизионные датчики угла с печатными обмотками. – М.: Машиностроение, 1977. – 177 с.
3. Новичонок С.М., Никитюк О.Б. Метод определения электромагнитного поля индуктосина на основе комплексной аналитической функции // Ракетно - космічна техніка. – Харків : ХВУ. – 1999. – Вип. 1. – С. 176 - 181.

Поступила в редколлегию 4.12.2000