УДК 629.78

ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ПЛАНОВ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ЦИКЛОВ УПРАВЛЕНИЯ КОСМИЧЕСКИМИ АППАРАТАМИ

С.В. Петров
(представил д.т.н., проф. А.И. Стрелков)

Предлагается усовершенствованный метод оценки качества плана выполнения технологического цикла управления космическими аппаратами на основе имитационного моделирования посредством стохастическо - детерминированной сети Петри, учитывающей вероятностные характеристики операций.

Процесс управления космическим аппаратом (КА) можно представить как временную последовательность технологических циклов управления (ТЦУ). Каждый ТЦУ содержит всю необходимую совокупность операций, которые выполняются персоналом дежурной смены Центра управления полетом (ЦУП). Каждая операция привязана ко времени выполнения ("временному окну") и рабочему месту оператора (заданному бортовому устройству КА или наземному средству). При формировании технологических графиков управления и плана работы ЦУП продолжительности всех операций считаются детерминированными. Исходя из этого, рассчитываются и временные параметры сетевого графика. В то же время, продолжительности многих операций представляют собой случайные величины, распределенные по некоторому закону. Поэтому необходимо произвести переход от детерминированной сетевой модели к рассмотрению стохастической сетевой модели процесса выполнения ТЦУ. Это можно достичь построением модели в виде одной из разновидности стохастических сетей Петри (СП).

В стохастических сетевых моделях длительности всех операций (работ) $\mathbf{t_i}$ представляют собой случайные величины, распределенные по некоторому закону (как правило, это равномерное, нормальное, экспоненциальное или β - распределение).

Используя значения математического ожидания $\mathbf{M(t_i)}$ и дисперсии $\mathbf{\sigma^2(t_i)}$ времени выполнения каждой операции, и полагая случайные длительности операций в каждом пути независимыми, можно рассчитать математическое ожидание $\mathbf{M(L_k)}$ и дисперсию $\mathbf{\sigma^2(L_k)}$ каждого пути сетевой модели путем простого суммирования соответственно математических ожиданий и дисперсий длительностей операций данного пути.

Опираясь на центральную предельную теорему теории вероятностей, обычно предполагают, что длительности путей подчинены нормальному закону. Это предположение справедливо, если число работ, входящих в путь, достаточно велико. Следовательно, зная $M(L_k)$ и $\sigma^2(L_k)$ можно полностью определить вероятностные характеристики пути.

В настоящее время для определения характеристик стохастического сетевого плана проведения ТЦУ используется приближенный аналитический метод [1]. Этот метод предполагает нахождение вероятностных характеристик при расчете стохастического сетевого плана ТЦУ производить в виде детерминированной модели, в которой в качестве длительностей операций и путей выступают соответствующие математические ожидания. Соответственно, за условно критический путь принимается путь, у которого математическое ожидание максимально. Далее, так как дисперсия этого пути известна, то возможно рассчитать вероятность непревышения длительности данного пути $t_{кр}$ величины заданного срока $T_{зад}$.

Поскольку в действительности критический путь может не совпадать с путем, для которого математическое ожидание максимально, величина $P(t_{кр} < T_{зад})$ дает лишь некоторую оценку вероятности того, что критический путь не превысит заданный срок. Однако, при оптимизации плана ТЦУ по критерию оптимального быстродействия данная оценка может оказаться слишком грубой, в особенности, если существует несколько путей близких к критическому по значению математического ожидания или (и) превосходящих по значению дисперсии, и, естественно, не может быть использована при расчете эффективности применения наземного автоматизированного комплекса управления (НАКУ) КА.

Пусть для выполнения какого-либо ТЦУ (момент Z) требуется окончание некоторого множества операций, которое при составлении оптимального по быстродействию плана удалось представить в виде n параллельно выполняемых технологических цепочек $L_{кр_i}$ с независимыми моментами окончания выполнения $X_1, X_2, \ldots, X_n$ и с плотностями $f_1(x_1), f_2(x_2), \ldots, f_n(x_n)$. Тогда случайная величина $Z = \max\limits_{i=\underline{1,n}} X_i$ будет иметь функцию распределения

$$G(z) = P\{Z < z\} = \prod_{i=1}^{n} F_i(z),$$

где $F_i(z) = \int\limits_{-\infty}^{z} f_i(x_i)\,dx_i$, $i = \overline{1,n}$.

Дифференцируя, получаем сумму произведений производных отдельных функций распределения $F_1(x_1), F_2(x_2), \ldots, F_n(x_n)$ на произведения всех остальных функций, кроме той, которая продифференцирована. Таким образом, плотность распределения случайной величины **Z** можно записать в виде

$$g(z)=\sum_{j=1}^{n}\frac{f_j(z)}{F_j(z)}\prod_{i=1}^{n}F_i(z).$$

Математическое ожидание случайной величины **Z** равно

$$m_z=\sum_{i=1}^{n}\int_{-\infty}^{\infty}x_i f_i(x_i)\prod_{\substack{1\le j\le n\\ i\ne j}}F_j(x_i)dx_i\ ,$$

а ее дисперсия равна

$$D_z=M\left[Z^2\right]-m_z^2\ ,$$

где $M\left[Z^2\right]=\sum_{i=1}^{n}\int_{-\infty}^{\infty}x_i^2 f_i(x_i)\prod_{\substack{1\le j\le n\\ i\ne j}}F_j(x_i)dx_i\ .$

Приведенные выражения можно применить для более строгого аналитического решения задачи определения характеристик стохастического сетевого плана проведения ТЦУ. Но их применение требует наличия определенных условий, основными из которых являются: независимость операций в различных технологических цепочках, возможность получения точных функций распределения (плотности) вероятностей каждой технологической цепочки.

Таким образом, применение аналитического аппарата в качестве точного инструмента исследования стохастических сетевых моделей ТЦУ нецелесообразно и достаточно сложно, с одной стороны, в силу специфики самого процесса проведения ТЦУ (большое число параметров и критериев оценки), а с другой стороны – возросшими возможностями средств имитационного моделирования (как технических, так и программных). Поэтому полное решение задачи определения характеристик стохастического сетевого планирования ТЦУ требует привлечения имитационной сетевой модели.

Для описания стохастической модели процесса выполнения ТЦУ предлагается использовать стохастическое расширение СП [2] – стохастическо-детерминированные сети Петри (СДСП). СДСП называется такая сеть Петри, в которой каждому переходу может быть поставлена в соответствие временная переменная, являющаяся детерминированной или случайной величиной, распределенной по определенному закону, а также стохастическая переменная, влияющая на изменение структуры в соответствии со случайным выбором.

Математической моделью СДСП служит набор вида

$$S=\{P,T,F,H,GD,GV,GS,\mu_0\},$$

где $\mathbf{P} = \{\mathbf{p_0}, \mathbf{p_1}, \ldots, \mathbf{p_n}\}$ - конечное множество позиций; $\mathbf{T} = \{\mathbf{t_0}, \mathbf{t_1}, \ldots, \mathbf{t_m}\}$ - конечное множество переходов; $\mathbf{F : P \times T \to \{0;1\}}$ - функция предшествования множества позиций $\mathbf{P}$ и переходов $\mathbf{T}$; $\mathbf{H : T \times P \to \{0;1\}}$ - функция следования множества позиций $\mathbf{P}$ и переходов $\mathbf{T}$; $\mathbf{GD : T \times RD}$ - функция соответствия между множеством переходов $\mathbf{T}$ и множеством детерминированных величин времени $\mathbf{RD}$; $\mathbf{GV : T \times RV = f(Z_v)}$ - функция соответствия между множеством переходов $\mathbf{T}$ и множеством стохастических величин времени **RV**, распределенных по случайному закону $\mathbf{Z_v}$; $\mathbf{GS : T \times RS = f(Z_s)}$ - функция соответствия между множеством переходов $\mathbf{T}$ и множеством стохастических величин структуры **RS**, распределенных по случайному закону $\mathbf{Z_s}$; μ_0 - начальная маркировка.

Для каждой операции (а, следовательно, для каждого перехода, соответствующего времени выполнения операции), кроме детерминированной **RD** или стохастической величины времени **RV**, ставится в соответствие вектор переменных $\mathbf{RS_i}$ с двумя компонентами: $\mathbf{r_i}$ (вероятность выполнения $\mathbf{i}$ - й операции) и $\mathbf{s_i = 1 - r_i}$, значения которых принадлежат интервалу [0;1].

Динамика процесса отражается распространением меток по всем позициям сети, соответствующим условиям успешного выполнения операций, согласно правилам для детерминированных сетей со следующими особенностями.

Запуск разрешенного к срабатыванию перехода t_i и помещение фишки соответствующего веса в выходную позицию перехода происходит в случае выполнения условия

$$\mathbf{D_i \le r_i = f_i(Z_s)}, \tag{1}$$

где $\mathbf{D_i}$ - величина, распределенная на [0;1] по случайному закону $\mathbf{Z_s}$.

В случае невыполнения неравенства (1) процесс реализации операции повторяется до $\mathbf{k_i^{max}}$ раз (где $\mathbf{k_i^{max}}$ - максимальное число повторений $\mathbf{i}$ - й операции, определяемое "временным окном" для проведения операции и ее вероятностными характеристиками).

В выходную позицию $\mathbf{i}$-го перехода помещается фишка, вес которой определяется по формуле

$$\mathbf{w_i = \max_{j \in F_i} w_j + k_i \cdot R_i},$$

где $\mathbf{F_i}$ - множество входных позиций $\mathbf{i}$ - го перехода; $\mathbf{k_i}$ - число повторений $\mathbf{i}$ - й операции ($\mathbf{1 \le k_i \le k_i^{max}}$); $\mathbf{R_i}$ - детерминированная $\mathbf{RD_i}$ либо стохастическая $\mathbf{RV_i}$ величина времени срабатывания $\mathbf{i}$ - го перехода (соответствует времени выполнения $\mathbf{i}$ - й операции).

Для описания и моделирования процесса выполнения ТЦУ с помощью аппарата СДСП необходимо в дополнение к обычным исходным данным для детерминированных СП представить следующие исходные данные:

- вектор $\mathbf{T}^{\text{доп}}$, включающий номера тех переходов, по которым необходимо получить статистическую информацию;

- вектор детерминированных времен срабатывания переходов $\mathbf{T}^{\text{дет}}$, куда записываются временные переменные, соответствующие детерминированным величинам срабатывания переходов (детерминированные величины длительностей операций и времен ожиданий);

- вектор характеристик видов законов времен операций $\mathbf{V}^{\text{зво}} = \left\{\mathbf{v}_1^{\text{зво}},\ldots,\mathbf{v}_q^{\text{зво}}\right\}$. Если $\mathbf{i}$ - я операция имеет детерминированное время выполнения, то $\mathbf{v}_i^{\text{зво}} = \mathbf{0}$, если же времени выполнения $\mathbf{i}$ - й операции соответствует стохастическая переменная, то компоненте $\mathbf{v}_i^{\text{зво}}$ ставится в соответствие цифра, характеризующая определенный вид закона распределения;

- матрицу случайных параметров времен операций $\mathbf{V}^{\text{слп}}$, в которой для различных законов распределения длительностей операций описываются параметры, необходимые для работы генератора случайных чисел и реализации заданного распределения;

- вектор вероятностей выполнения операций $\mathbf{V}^{\text{вво}} = \left\{\mathbf{r}_1,\ldots,\mathbf{r}_q\right\}$.

В процессе имитационного моделирования будем использовать случайные величины, имеющие следующие виды распределений: равномерное, нормальное, экспоненциальное, $\boldsymbol{\beta}$ - распределение. Равномерное, нормальное и $\boldsymbol{\beta}$ - распределение служат для задания длительностей операций, а экспоненциальное – для формирования потока отказов.

Также в процессе стохастического моделирования процесса выполнения ТЦУ необходимо учитывать вероятность выполнения отдельных операций.

Необходимое число реализаций $\mathbf{n}$ имитационной модели можно определить по формуле

$$\mathbf{n} \geq \left(\Phi^{-1}\left(\mathbf{P}/2\right)/2\varepsilon\right)^2,$$

где $\boldsymbol{\varepsilon}$ - точность, $\mathbf{P}$ – доверительная вероятность.

Однако последняя формула получена в расчете на наихудший случай, когда, например, искомая вероятность непревышения времени выполнения ТЦУ заданного времени $\mathbf{p} = \mathbf{1} - \mathbf{p} = \mathbf{q} = \mathbf{0.5}$. Количество необходимых опытов можно значительно уменьшить следующим образом. Вначале провести сравнительно небольшое количество опытов $\mathbf{n}^*$ (например, $\mathbf{n}^* = \mathbf{300}$). Затем следует оценить значения $\tilde{\mathbf{p}}$ и $\tilde{\mathbf{q}}$, определить необходимое количество опытов $\mathbf{n}$ и, при $\mathbf{n} > \mathbf{n}^*$, провести оставшееся количество опытов. Таким образом, процесс оценки качества плана проведения ТЦУ может быть представлен в виде последовательности следующих этапов.

Этап 1. Ввод исходных данных (порядок выполнения операций, законы распределения длительностей операций, "временные окна" и т.д.).

Этап 2. В соответствии с заданными законами распределения генерируются длительности операций. Сетевой план рассматривается как детерминированный, но с учетом вероятностей выполнения отдельных операций. Рассчитываются все необходимые характеристики.

Второй этап повторяется $\mathbf{n}^*$ раз. Затем рассчитывается необходимое количество реализаций модели. После этого при необходимости второй этап повторяется до накопления статистического материала требуемого объема.

Этап 3. Обработка данных, расчет вероятностных характеристик всего плана в целом, выдача результатов.

Таким образом, аппарат СДСП является эффективным средством моделирования процесса реализации ТЦУ с учетом параллельно-синхронного выполнения операций со случайной длительностью. Возможность по случайным законам менять структуру модели ТЦУ и время выполнения операций позволяет с достаточно высокой степенью адекватности описывать реально проводимые ТЦУ. Модели, описанные с помощью СДСП, имеют возможность учета большого количества параметров, влияющих на эффективность функционирования НАКУ в целом.

Проведенный модельный эксперимент показал, что применение имитационного моделирования процесса реализации ТЦУ с использованием стохастико - детерминированных временных сетей Петри позволяет получать более точные характеристики оценки качества различных планов проведения ТЦУ, что позволит повысить эффективность планирования ТЦУ с учетом стохастической длительности операций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Филипс Д., Гарсиа - Диас А. Методы анализа сетей. – М.: Мир, 1984. – 496 с.
2. Котов В.Е. Сети Петри. – М.: Наука, 1984. – 160 с.

Поступила в редколлегию 15.01.2001