

ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ ЭЛЕКТРОДА НА ЧАСТОТНЫЙ СПЕКТР АНИЗОТРОПНЫХ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ РЕЗОНАТОРОВ

д.ф.-м.н. С.С. Недорезов, Е.А. Ганенко, к.ф.-м.н. Т.В. Емельянова,
проф. В.Е. Пустоваров, д.т.н. Ю.С. Шмалый

На основе математической модели частотного спектра [1] локализованных колебаний резонатора с выпуклым пьезоэлементом исследовано влияние формы электрода на собственные негармонические колебания.

Частотный спектр собственных колебаний выпуклых пьезоэлементов [1] имеет вид:

$$\omega_{k/n}^2 = \sum_{\alpha, \beta=0}^{\infty} \Omega_{\alpha\beta n} k^{\alpha} l^{\beta} + W_{kl}(\mathbf{n}), \quad (1)$$

где

$$\Omega_{\alpha\beta n} = \sum_{p=0}^{\infty} \Omega_{\alpha\beta n}^{(p)} R^{-(p+\alpha+\beta)/2}; \quad (2)$$

$\mathbf{k}, l = 0, 1, 2, \dots; \mathbf{n} = 1, 2, \dots; W_{kl}(\mathbf{n})$ - матричные элементы оператора \hat{W} , описывающего влияние границ электрода на частотный спектр; R - радиус кривизны пьезоэлемента; коэффициенты $\Omega_{\alpha\beta n}^{(p)}$ выражаются через пьезоэлектрические константы [1]. В области частот $\omega_{k/n}^2 - \omega_{00n}^2 \ll \Delta$ оператор \hat{W} можно заменить нулевым граничным условием для колебаний (Δ - скачок электрического потенциала на границе электрода) [2].

В основном приближении по малому параметру $1/R$ матричные элементы оператора \hat{W} имеют вид [3]:

$$W_{kl}(\mathbf{n}) = \int_{\Gamma} \Psi_{kl}(\bar{\mathbf{x}}) \left(\mathbf{d}_1 \frac{\partial}{\partial x} \bar{\mathbf{i}} + \mathbf{d}_2 \frac{\partial}{\partial y} \bar{\mathbf{j}} \right) \Psi_{kl}(\bar{\mathbf{x}}) \bar{\mathbf{N}} d\mathbf{l}, \quad (3)$$

где Γ - контур, соответствующий границе электрода; $\bar{\mathbf{N}}$ - нормаль к контуру; $\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2$ - собственные значения тензора $\mathbf{d}^{\alpha\beta}$ в системе координат (\mathbf{x}, y) ;

$\Psi_{kl}(\bar{\mathbf{x}}) = \Psi_k(x) \Psi_l(y)$; $\Psi_k(x) = \left(e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x}{\lambda} \right)^2} / \sqrt{4\pi\lambda^2} \sqrt{k! 2^k} \right) \cdot \mathbf{H}_k \left(\frac{x}{\lambda} \right)$ - собственные функции гармонического осциллятора; $\lambda = \lambda(\mathbf{n})$; $\lambda^{-1} = \sqrt[4]{c/d}$; $\mathbf{d} = \mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2$; $\mathbf{H}_k(\mathbf{x})$ - полином Эрмита.

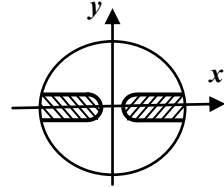
В квадратичном приближении для частотного спектра имеем

$$\omega_{kln}^2 = \Omega_{00n} + \Omega_{10n}k + \Omega_{01n}l + \Omega_{11n}kl + \Omega_{20n}k^2 + \Omega_{02n}l^2 + W_k(\mathbf{n}), \quad (4)$$

где $W_k(\mathbf{n})$ описывает влияние границы электрода вблизи основной моды ω_n .

В [4] были вычислены значения частот ω_{k3} и поправок $W_k(\mathbf{3})$ для электрода специальной формы (рис. 1). Сравнение вычисленных значений частот ω_{k3} с экспериментальными значениями показало, что предложенная модель частотного спектра позволяет получить частоты собственных колебаний с достаточно большой точностью.

В данной работе проведен анализ влияния электродов разной формы (рис.2) на частотный спектр. Поправка $W_k(\mathbf{n})$ зависит не только от формы электрода (его границы), но и от ориентации осей симметрии электрода и тензора $\mathbf{d}^{\alpha\beta}$



$$W_k(\mathbf{n}) = W_k(\mathbf{n}; \alpha), \quad (5)$$

где α - угол поворота осей симметрии контура Γ и тензора $\mathbf{d}^{\alpha\beta}$.

Рис. 1. Размещение электродов на кварцевой пластине

Для проведения дальнейшего анализа введем коэффициент анизотропии $K_k(\mathbf{n})$, который равен

$$K_k(\mathbf{n}) = W_k(\mathbf{n}; \alpha) / W_k(\mathbf{n}; 0). \quad (6)$$

Оценки значений коэффициента анизотропии $K_{00}(\mathbf{n})$ показывают, что его максимальное значение имеет вид

$$K_{00}^{\max}(\mathbf{n}) = \begin{cases} \frac{a}{b} \sqrt{\frac{1-(a^2\varepsilon/b^2)}{1-(b^2\varepsilon/a^2)}} e^{\frac{b^2-a^2}{\lambda^2}\varepsilon}; & \varepsilon < \frac{a^2}{b^2} \leq 1; \\ \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} e^{(1-\varepsilon)\rho^2}; & \frac{a^2}{b^2} < \varepsilon; \end{cases} \quad (7a)$$

$$K_{00}^{\max}(\mathbf{n}) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} e^{(1-\varepsilon)\rho^2}; & \frac{a^2}{b^2} < \varepsilon; \end{cases} \quad (7b)$$

$$K_{00}^{\max}(\mathbf{n}) = \begin{cases} \frac{1}{\varepsilon^2} e^{(1-\varepsilon)\rho^2}; & \\ \frac{1}{\varepsilon^{3/2}} e^{(1-\varepsilon)\rho^2}, & \end{cases} \quad (7c)$$

где $K_{00}^{\max}(\mathbf{n}) = W_{00}(\mathbf{n}; \pi/2) / W_{00}(\mathbf{n}; 0)$; $\rho = \alpha / \lambda$; $\varepsilon = d_1 / d_2$.

Из (7) следует, что анизотропия размеров a , b эллипса существенным образом влияет на максимальную величину коэффициента анизотропии $K_{00}^{\max}(\mathbf{n})$ (см. (7a), (7б)). Если анизотропия размеров эллипса мала по сравнению с анизотропией тензора $\mathbf{d}^{\alpha\beta}$, т.е. $\varepsilon < (a^2/b^2) \leq 1$, то $K_{00}^{\max}(\mathbf{n})$ имеет порядок 1, а поправка $W_{00}(\mathbf{n})$ слабо зависит от угла α . Если же анизотропия размеров эллипса велика по сравнению с ε , т.е. $(a^2/b^2) < \varepsilon < 1$, то $K_{00}^{\max}(\mathbf{n})$

значительно возрастает. Излом (трещина) или участок уплощения контура Γ вносят соответствующий вклад в поправку $W_{00}(\mathbf{n})$ и в коэффициент анизотропии $K_{00}^{\max}(\mathbf{n})$ (см. формулы (7в), (7г)).

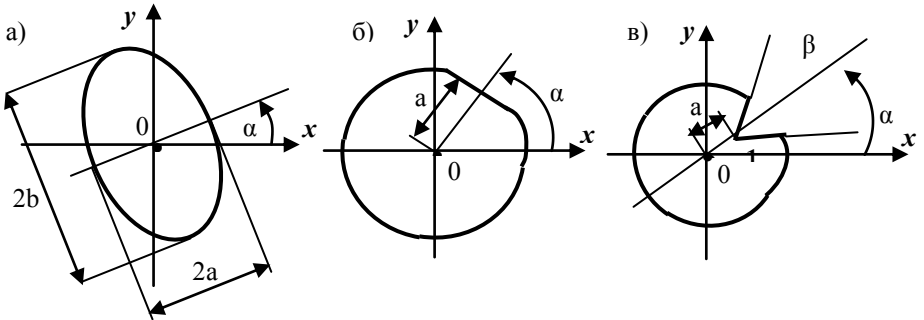


Рис.2. Формы электродов, ограниченных "гладкими" контурами либо контурами с "изломом"

Проведенный анализ показывает, что поправка $W_k(\mathbf{n})$ к спектру анизотропного пьезоэлектрика существенным образом зависит от формы электродов, ориентации осей симметрии контура Γ и тензора $d^{\alpha\beta}$. Исследуя зависимость $W_k(\mathbf{n})$ от угла α для электрода заданной формы всегда можно найти ту область углов α , в которой поправка к частотному спектру незначительна либо почти постоянна. Такая информация может быть полезной для получения оптимальных характеристик SC - резонаторов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Недорезов С.С., Ганенко О.О. Частотный спектр п'езоэлектричних резонаторів // Доповіді НАН України. – 1996. – №10. – С. 31 - 35.
2. Недорезов С.С. Локализованные колебания пьезоэлектрических резонаторов // Известия вузов СССР, Радиофизика. – 1990. – №12. – С. 1417 - 1422.
3. Nedoresov S.S., Ganenko E.A., Emelianova T.V., Shmaliy Yu.S., Weiss K. Influence of the electrode boundary on the frequency spectrum of localized thickness-shear vibrations of the piezoelectric resonator // Proc. of International Forum on Wave Electronics and Its Applications. – St. Peterburg. – 2000.
4. Недорезов С.С., Ганенко Е.А., Емельянова Т.В., Шмалий Ю.С., Вейсс К., Пустоваров В.Е. Влияние границы электрода на собственные колебания пьезо - электрических резонаторов // Системи обробки інформації. – Харків: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. – 2000. – Вип. 3(9). – С.157 - 162.

Поступила в редколлегию 24.01.01